

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta elektrotechnická

Katedra radioelektroniky

Transformace souřadnic ze systému WGS-84 do systému S-JTSK

Doc. Ing. Zdeněk Hrdina, CSc.



Praha, 1997

Obsah

Úvod.....	3
1. Definice souřadnic	4
1.1. Prostorové souřadnice	4
1.2. Rovinné souřadnice	6
2. Transformace souřadnic	8
3. Koeficienty transformace	10
3.1. Převzaté koeficienty	10
3.2. Vypočtené koeficienty.....	11
3.3. Příklad výpočtu.....	13
4. Programy	15
Literatura	17
Příloha - Souřadnice bodů kampaně DOPNUL.....	18

Úvod

Jestliže chceme porovnávat údaje GPS s údaji v mapě, je nutné, aby tyto údaje byly vyjádřeny ve stejném souřadnicovém systému, ve kterém je zobrazena mapa. Poloha přijímače GPS je implicitně udávána v souřadném systému WGS–84. Přijímače pak zpravidla nabízejí určitý počet systémů, z nichž si uživatel může zvolit ten, do kterého bude poloha přepočtena. Pokud je mi známo, nenabízí však žádný zahraniční výrobce přepočet do souřadného systému platného pro Českou republiku.

V České republice existují dvě mapová díla v různých systémech. Prvním z nich je *Souřadnicový systém Jednotné trigonometrické sítě katastrální (S–JTSK)*, který je používán v civilní geodetické službě. Druhým z nich je vojenský *Souřadnicový systém 1942 (S–42)*. Oba systémy se liší nejen použitým elipsoidem (v S–JTSK je to Besselův elipsoid, zatímco v S–42 Krasovského elipsoid), ale také orientací elipsoidů v prostoru a použitým měřítkem [1, 2]. V této zprávě se budu zabývat pouze transformací souřadnic ze systému WGS–84 do systému S–JTSK.

Systém WGS–84 je definován souborem pozemních stanic a polohami družic navigačního systému GPS a představuje tak geocentrický absolutní souřadnicový systém. Systém S–JTSK byl definován na bázi trigonometrické sítě a vykazuje nepravidelně měnící se lokální deformace. Z toho důvodu neplatí mezi oběma systémy přesný transformační klíč [6].

1. Definice souřadnic

Polohu bodu lze udat buď v prostorových souřadnicích nebo v rovinných souřadnicích. V této kapitole uvedeme jejich definici a vzájemné vztahy.

1.1. Prostorové souřadnice

Používáme buď pravoúhlé souřadnice x, y, z nebo zeměpisné geodetické souřadnice (ϕ, λ, H) .

Pravoúhlá souřadná soustava je definována [8]:

- počátek leží v těžišti Země,
- osa z leží v ose rotace Země, přesněji v ose rotace tak, jak byla určena pozorováními v letech 1900-1905 (CIO - Conventional International Origin). Skutečná osa rotace je proměnlivá v čase v důsledku tání ledovců, změn rozložení hmoty v zemském tělese atd.,
- osa x prochází základním greenwichským poledníkem,
- osa y je volena tak, aby systém byl pravotočivý.

V praktických aplikacích se však používají souřadnice vztahené k referenční ploše, která aproximuje tvar Země. Těmito souřadnicemi jsou zeměpisná šířka, délka a výška. Aproximující plochou je rotační elipsoid zploštěný na pólech, který je v pravoúhlé soustavě x, y, z popsán rovnicí

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1, \quad (1.1)$$

kde a je velká poloosa (poloměr rovníkové kružnice) a b je malá poloosa.

Zeměpisné souřadnice (ϕ, λ, H) jsou definovány (viz obr. 1) [4]:

- zeměpisná geodetická šířka ϕ je úhel, který svírá rovina rovníku s normálou k ploše elipsoidu (kladná na sever),
- zeměpisná geodetická délka λ je úhel, který svírá rovina místního poledníku s rovinou základního poledníku (kladná na východ),
- elipsoidická výška H je vzdálenost od elipsoidu, měřená po normále (kladná vně elipsoidu).

Mezi pravoúhlými a geodetickými souřadnicemi platí vztahy [5]

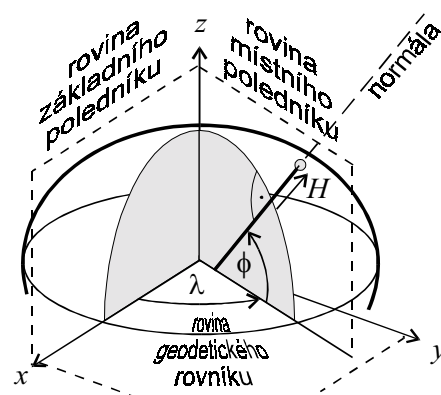
$$x = (\rho + H) \cos(\phi) \cos(\lambda), \quad y = (\rho + H) \cos(\phi) \sin(\lambda), \quad z = ((1 - e^2)\rho + H) \sin(\phi), \quad (1.2)$$

kde e je excentricita elipsoidu

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (1.3)$$

a ρ je příčný poloměr křivosti

$$\rho = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi)}}. \quad (1.4)$$



Obr. 1: Zeměpisné geodetické souřadnice

Podle uvedených vztahů vypočteme z geodetických souřadnic souřadnice pravoúhlé. Zabýváme se nyní opačným postupem. Označme p vzdálenost bodu od počátku promítnutou do roviny geodetického rovníku

$$p = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (1.5)$$

Pak pro geodetickou délku platí vztahy

$$\cos(\lambda) = \frac{x}{p}, \quad \sin(\lambda) = \frac{y}{p}, \quad (1.6)$$

z nichž můžeme jednoznačně určit délku v celém jejím intervalu, např. podle vztahu

$$\lambda = 2 \arctan\left(\frac{y}{x+p}\right). \quad (1.7)$$

Eliminací délky z (1.2) dostáváme pro šířku a výšku dvě rovnice

$$p = \left(\frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2(\phi)}} + H \right) \cos(\phi), \quad z = \left(\frac{a(1-e^2)}{\sqrt{1-e^2 \sin^2(\phi)}} + H \right) \sin(\phi), \quad (1.8)$$

jejichž řešení již tak jednoduché není a existuje několik postupů (např. [5, 7, 11]). Uvedme zde jednu možnost řešení. Eliminací výšky dostáváme jednu rovnici pro tangens šířky $t = \tan(\phi)$

$$t = \frac{z}{p - \frac{ae^2}{\sqrt{1+(1-e^2)t^2}}}, \quad (1.9)$$

kterou lze řešit buď přímo nebo iteračně. Přímý výpočet spočívá v úpravě rovnice na polynom 4. stupně

$$t^4 p^2 (1-e^2) - 2t^3 pz(1-e^2) + t^2 (p^2 - a^2 e^4 + z^2 (1-e^2)) - 2tpz + z^2 = 0 \quad (1.10)$$

a aplikací vztahů pro kořeny bikvadratické rovnice dostáváme [3]

$$t = \frac{z + e^2 \frac{a^2}{b} \sin^3(\theta)}{p - e^2 a \cos^3(\theta)}, \quad \theta = \arctan\left(\frac{az}{bp}\right). \quad (1.11)$$

Pro iterační výpočet lze použít např. postupu prosté iterace

$$t_i = \frac{z}{p - \frac{ae^2}{\sqrt{1+(1-e^2)t_{i-1}^2}}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.12)$$

při počáteční hodnotě

$$t_0 = \frac{z}{(1-e^2)p}, \quad (1.13)$$

což je přesné řešení pro nulovou elipsoidickou výšku. Počet n iterací závisí na požadované přesnosti řešení.

Po výpočtu určíme geodetickou šířku

$$\phi = \arctan(t) \quad (1.14)$$

a elipsoidickou výšku

$$H = \sqrt{1+t^2} \left(p - \frac{a}{\sqrt{1+(1-e^2)t^2}} \right). \quad (1.15)$$

Pro číselné výpočty musíme znát dva parametry, charakterizující daný referenční elipsoid. Těmito parametry zpravidla jsou velká poloosa a a zploštění f

$$f = \frac{a-b}{a}. \quad (1.16)$$

Parametry pro nás důležitých elipsoidů jsou uvedeny v tabulce 1 [1].

Elipsoid	a [m]	f^{-1}
WGS-84	6378137.0	298.257223563
Besselův	6377397.15508	299.152812853
Krasovského	6378245.0	298.3

Tab. 1: Parametry referenčních elipsoidů

1.2. Rovinné souřadnice

V kartografii se obvykle udávají pravoúhlé rovinné souřadnice. S-JTSK používá Křovákovo zobrazení, což je konformní kuželové zobrazení. Podrobný popis Křovákova zobrazení a jeho odvození lze nalézt např. v [4, 9], proto zde uvedeme jen jednotlivé kroky a příslušné vztahy.

Zobrazení zeměpisných souřadnic ϕ , λ na pravoúhlé Y , X se skládá z následujících kroků (ϕ a λ jsou v radiánech a a , e jsou parametry Besselova elipsoidu):

1) Konformní (Gaussovo) zobrazení Besselova elipsoidu na kouli. Sférická šířka je dána vztahem

$$U = 2 \arctan \left(k \left(\left(\frac{1 - e \sin(\phi)}{1 + e \sin(\phi)} \right)^{\frac{e}{2}} \tan \left(\frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right)^{\alpha} \right) - \frac{\pi}{2} \quad (1.17)$$

a sférická délka

$$V = \alpha \left(\lambda + \frac{53}{3} \frac{\pi}{180} \right), \quad (1.18)$$

kde konstanty α , k jsou dány zvolenou střední zeměpisnou šířkou $\phi_0 = 49^\circ 30'$

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^4(\phi_0)} \cong 1.000597498371542, \quad (1.19)$$

$$k = \tan \left(\frac{U_0}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \left(\tan^{-1} \left(\frac{\phi_0}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \left(\frac{1 + e \sin(\phi_0)}{1 - e \sin(\phi_0)} \right)^{\frac{e}{2}} \right)^{\alpha} \cong 1.003419163966575,$$

kde U_0 je kulová šířka odpovídající ϕ_0

$$U_0 = \arcsin \left(\frac{\sin(\phi_0)}{\alpha} \right) \cong 49^\circ 27' 35.84625477'' \cong 0.863239102658488 \text{ rad}. \quad (1.20)$$

2) Výpočet kartografických souřadnic na Gaussově kouli s posunutým pólem Q o souřadnicích $\phi_Q = 48^\circ 15'$, $\lambda_Q = 42^\circ 30'$. Kartografická šířka S je dána vztahem

$$S = \arcsin \left(\sin(U_Q) \sin(U) + \cos(U_Q) \cos(U) \cos(\Delta V) \right) \quad (1.21)$$

a kartografická délka D

$$D = \arcsin \left(\sin(\Delta V) \frac{\cos(U)}{\cos(S)} \right), \quad (1.22)$$

kde U_Q je sférická šířka bodu Q posunutá o $11^\circ 30'$

$$U_Q = 2 \arctan \left(k \left(\left(\frac{1 - e \sin(\phi_Q)}{1 + e \sin(\phi_Q)} \right)^{\frac{e}{2}} \tan \left(\frac{\phi_Q}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right)^\alpha \right) - \frac{\pi}{2} + 115 \frac{\pi}{180} \cong \quad (1.23)$$

$$\cong 59^\circ 42' 42.6968885'' \cong 1.042168563797518 \text{ rad}$$

a ΔV je délkový rozdíl mezi poledníkem bodu Q a poledníkem transformovaného bodu

$$\Delta V = V_Q - V = \alpha \lambda_Q - V \quad (1.24)$$

- 3) Konformní kuželové zobrazení s tečným kuželem na základní rovnoběžce $S_0 = 78^\circ 30'$. K redukci délkového zkreslení je poloměr referenční koule zmenšen v poměru 0.9999. Polární souřadnice ρ , ε vypočteme

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{\tan \left(\frac{S_0}{2} + \frac{\pi}{4} \right)}{\tan \left(\frac{S}{2} + \frac{\pi}{4} \right)} \right)^n, \quad \varepsilon = nD, \quad (1.25)$$

kde konstanty n a ρ_0 jsou dány vztahy

$$n = \sin(S_0) \cong 0.97992470462083, \quad (1.26)$$

$$\rho_0 = 0.9999 \cdot a \frac{\sqrt{1 - e^2}}{1 - e^2 \sin^2(\phi_0)} \frac{1}{\tan(S_0)} \cong 1298039.004638987 \text{ [m]}.$$

- 4) Pravoúhlé souřadnice X , Y vypočteme

$$Y = \rho \sin(\varepsilon), \quad X = \rho \cos(\varepsilon). \quad (1.27)$$

2. Transformace souřadnic

V této kapitole popíšeme výpočet polohového vektoru \mathbf{r}' bodu v pravoúhlé soustavě x', y', z' z polohového vektoru \mathbf{r} téhož bodu v soustavě x, y, z .

V daném lokálním či národním referenčním systému není obecně soustava x', y', z' totožná se soustavou x, y, z v systému WGS-84 (tj. je vůči ní obecně posunutá a pootočená). Rovněž je různý i tvar referenčního elipsoidu. K určení zeměpisných souřadnic v daném systému musíme proto znát celkem devět parametrů

- tři složky translace (posunu počátku systému),
- tři složky rotace (otočení kolem jednotlivých os),
- měřítko,
- dva parametry referenčního elipsoidu.

Zabývejme se nejprve rotací souřadnic. Uvažujme, že souřadná soustava x', y', z' vznikne ze souřadné soustavy x, y, z nejprve otočením kolem osy z o úhel ω_z , pak otočením kolem osy y o úhel ω_y a nakonec otočením kolem osy x o úhel ω_x (otočení o úhel ω znamená otočení kolem dané osy proti směru hodinových ručiček při pohledu proti směru této osy). Polohový vektor pak vypočteme

$$\mathbf{r}' = \mathbf{R}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)\mathbf{r} = \mathbf{R}(\omega_x)\mathbf{R}(\omega_y)\mathbf{R}(\omega_z)\mathbf{r}, \quad (2.1)$$

kde

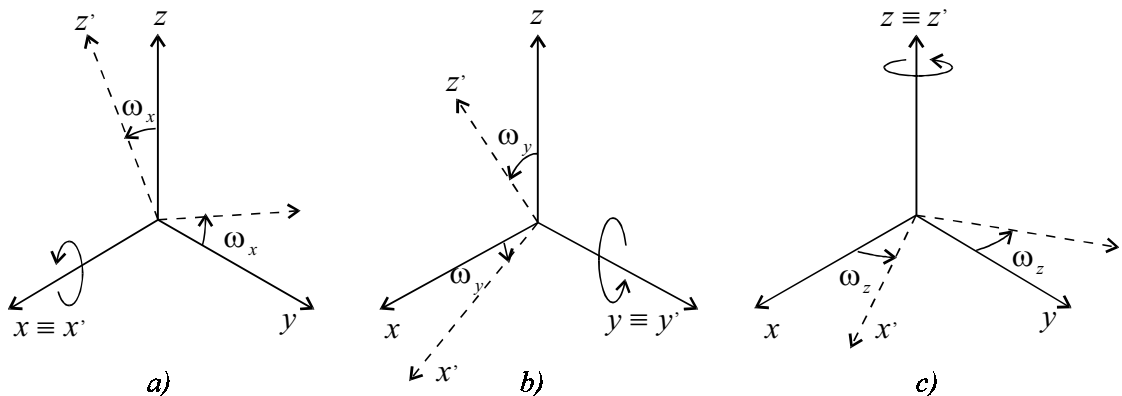
$$\mathbf{R}(\omega_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega_x) & \sin(\omega_x) \\ 0 & -\sin(\omega_x) & \cos(\omega_x) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

vyjadřuje otočení soustavy o úhel ω_x kolem osy x (viz obr. 2a),

$$\mathbf{R}(\omega_y) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_y) & 0 & -\sin(\omega_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\omega_y) & 0 & \cos(\omega_y) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

vyjadřuje otočení soustavy o úhel ω_y kolem osy y (viz obr. 2b) a

$$\mathbf{R}(\omega_z) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_z) & \sin(\omega_z) & 0 \\ -\sin(\omega_z) & \cos(\omega_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$



Obr. 2: (a) Otočení kolem osy x , (b) otočení kolem osy y , (c) otočení kolem osy z

vyjadřuje otočení soustavy o úhel ω_z kolem osy z (viz obr. 2c). Rotační matice $\mathbf{R}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ má tedy v tomto případě tvar

$$\mathbf{R}(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_y) \cos(\omega_z) & & & & & \\ \sin(\omega_x) \sin(\omega_y) \cos(\omega_z) - \cos(\omega_x) \sin(\omega_z) & & & & & \\ \cos(\omega_x) \sin(\omega_y) \cos(\omega_z) + \sin(\omega_x) \sin(\omega_z) & & & & & \\ & \cos(\omega_y) \sin(\omega_z) & & & -\sin(\omega_y) & \\ & \cos(\omega_x) \cos(\omega_z) + \sin(\omega_x) \sin(\omega_y) \sin(\omega_z) & & \sin(\omega_x) \cos(\omega_y) & & \\ & \cos(\omega_x) \sin(\omega_y) \sin(\omega_z) - \sin(\omega_x) \cos(\omega_z) & & \cos(\omega_x) \cos(\omega_y) & & \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

který závisí na uvedeném pořadí otáčení souřadnic. Protože však v soudobých referenčních systémech jsou úhly pootočení velmi malé (několik obloukových vteřin [5]), lze linearizací zjednodušit rotační matici na tvar

$$\mathbf{R}(\omega_x, \omega_y, \omega_z) \cong \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

který již nezávisí na pořadí os při otáčení.

Translaci vyjadřujeme vektorem \mathbf{r}_0 polohy počátku jedné soustavy v druhé. Při uvažování ještě změny měřítka dostáváme výsledný vztah pro transformaci pravoúhlých souřadnic

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}_0 + (1+m)\mathbf{R}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)\mathbf{r} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + (1+m) \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \mathbf{r}. \quad (2.7)$$

Zdůrazněme, že z důvodu deformací S–JTSK není a nemůže tato transformace přesná.

Transformaci zeměpisných souřadnic $(\phi_{\text{WGS-84}}, \lambda_{\text{WGS-84}}, H_{\text{WGS-84}})$ tedy provádíme tak, že z nich nejprve podle (1.2) vypočteme pravoúhlé souřadnice $(x_{\text{WGS-84}}, y_{\text{WGS-84}}, z_{\text{WGS-84}})$, provedeme transformaci pravoúhlých souřadnic podle (2.7), vypočteme zeměpisné souřadnice $(\phi_{\text{S-JTSK}}, \lambda_{\text{S-JTSK}}, H_{\text{S-JTSK}})$ některým postupem z oddílu 1.1 a nakonec určíme pravoúhlé rovinné souřadnice Y, X postupem podle oddílu 1.2.

3. Koeficienty transformace

Pro výpočet transformace podle výše uvedeného postupu je nutné znát číselné hodnoty koeficientů transformace pravoúhlých souřadnic (tj. m , X_0 , Y_0 , Z_0 , ω_x , ω_y , ω_z). Tyto hodnoty se stanovují na základě souboru bodů, u nichž jsou známy jak souřadnice v systému WGS-84, tak v systému S-JTSK. Vzhledem k tomu, že těchto koeficientů je 7, je soustava rovnic pro jejich výpočet přeuročena a proto se při výpočtu musí vhodně zvolit kritérium přesnosti přepočtu (připomeňme, že v důsledku lokálních deformací S-JTSK nemůže být uvedena transformace zcela přesná).

3.1. Převzaté koeficienty

V literatuře jsem našel dva údaje o číselných hodnotách koeficientů transformace. Hodnoty uvedené v [6] jsou v tab. 2 a hodnoty uvedené v [10] jsou v tab. 3. Důvodem odlišnosti těchto hodnot je především odlišný soubor bodů, z nichž byly hodnoty vypočteny. V [6] bylo použito 18 bodů sítě NULRAD, zatímco v [10] 9 bodů z vědeckovýzkumné sítě "Staré Město pod Sněžníkem". Koeficienty podle [10] nebudeme však v dalším uvažovat, neboť byly určeny z malého počtu velmi blízkých bodů a proto jsou nepoužitelné pro přepočet na celém území ČR.

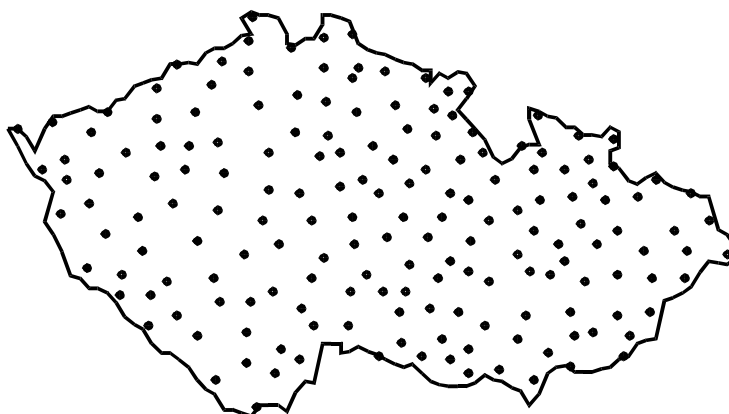
$m [10^{-6}]$	$X_0 [m]$	$Y_0 [m]$	$Z_0 [m]$	$\omega_x ['']$	$\omega_y ['']$	$\omega_z ['']$
-8.750	-533.230	-75.375	-452.045	5.514	2.471	6.115

Tab. 2: Hodnoty koeficientů transformace z WGS-84 do S-JTSK podle [6]

$m [10^{-6}]$	$X_0 [m]$	$Y_0 [m]$	$Z_0 [m]$	$\omega_x ['']$	$\omega_y ['']$	$\omega_z ['']$
7.23	-573.45	-60.50	-453.90	5.67	2.93	4.61

Tab. 3: Hodnoty koeficientů transformace z WGS-84 do S-JTSK podle [10]

Ke zjištění přesnosti transformace (přesností transformace budu v dalším rozumět přesnost v pravoúhlých rovinných souřadnicích Y, X) při uvedených číselných hodnotách transformace pravoúhlých souřadnic jsem použil soubor 175 bodů (viz obr. 3) změřených v rámci kampaně DOPNUL, které jsem získal díky laskavosti Dr. L. Mervarta, CSc. z katedry vyšší geodézie fakulty stavební. Souřadnice těchto bodů jsou uvedeny v příloze a to jak v systému ITRF, tak v systému S-JTSK. Terestrický souřadnicový systém ITRF (International Terrestrial Reference Frame) je prakticky totožný se systémem WGS-84 a proto lze oba systémy zaměňovat [6].



Obr. 3: Rozložení bodů kampaně DOPNUL

Jako číselné charakteristiky chyby transformace jsem vypočítal tyto veličiny (\hat{X} označuje souřadnici vypočtenou transformací, zatímco X skutečnou hodnotu souřadnice):

Charakteristiky chyb rovinných souřadnic

- střední hodnota

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{X}_i - X_i), \quad \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - Y_i), \quad (3.1)$$

- směrodatná odchylka

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{X}_i - X_i)^2}, \quad \sigma_Y = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - Y_i)^2}, \quad (3.2)$$

- maximální a minimální chyba

$$\begin{aligned} \max_X &= \max_{i=1..N} (\hat{X}_i - X_i), & \min_X &= \min_{i=1..N} (\hat{X}_i - X_i), \\ \max_Y &= \max_{i=1..N} (\hat{Y}_i - Y_i), & \min_Y &= \min_{i=1..N} (\hat{Y}_i - Y_i) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Charakteristiky radiální chyby v rovinných souřadnicích $r = \sqrt{(\hat{X} - X)^2 + (\hat{Y} - Y)^2}$

- efektivní hodnota chyby

$$\text{rms}_r = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i^2}, \quad (3.4)$$

- pravděpodobná chyba CEP, což je taková radiální chyba, která není překročena s pravděpodobností 0.5

$$\Pr(r < \text{CEP}) = 0.5, \quad (3.5)$$

- chyba $r_{0.95}$, což je taková radiální chyba, která není překročena s pravděpodobností 0.95 (hodnota pravděpodobnosti běžně užívaná v navigaci)

$$\Pr(r < r_{0.95}) = 0.95, \quad (3.6)$$

- maximální chyba

$$\max_r = \max_{i=1..N} r_i. \quad (3.7)$$

Číselné hodnoty uvedených charakteristik pro koeficienty transformace podle tab. 2 jsou uvedeny v tab. 4.

\bar{X}	\bar{Y}	σ_X	σ_Y	\max_X	\min_X
64.6	7.2	65.2	77.3	180.4	-86.4
\max_Y	\min_Y	rms_r	CEP	$r_{0.95}$	\max_r
127.8	193.6	120.2	113	179	216.6

Tab. 4: Charakteristiky chyby transformace při koeficientech podle tab. 2 (všechny hodnoty v cm)

3.2. Vypočtené koeficienty

Koeficienty uvedené v [6] jsou poplatné omezenému souboru bodů, z nichž byly vypočteny. Protože soubor bodů kampaně DOPNUL, které jsem použil ke zjištění chyby transformace, pokrývá celou ČR (viz obr. 3), nabízí se možnost využít tento soubor ke stanovení takových koeficientů transformace, aby byla co nejmenší chyba transformace (zjištěná opět na tomto souboru).

Jako kritérium přesnosti lze zvolit minimalizaci různých číselných charakteristik chyby. Obvykle se volí metoda nejmenších čtverců, tj. minimalizace součtu kvadrátů chyb v jednotlivých bodech souboru (tj. minimalizace charakteristiky rms_r - viz (3.4)). Koeficienty vypočtené za této

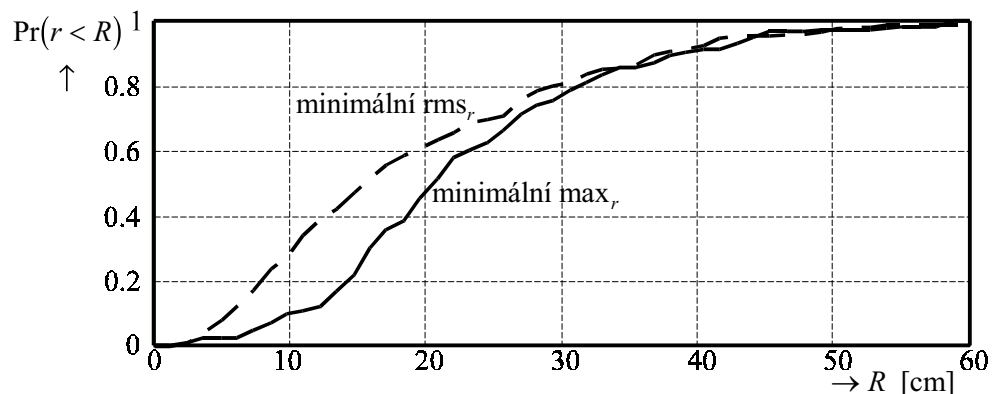
podmínky jsou uvedeny v tab. 5, číselné charakteristiky chyby v tab. 6 a distribuční funkce radiální chyby na obr. 4.

minimum	$m [10^{-6}]$	$X_0 [m]$	$Y_0 [m]$	$Z_0 [m]$	$\omega_x [^\circ]$	$\omega_y [^\circ]$	$\omega_z [^\circ]$
rms _r	-3.650	-570.830	-85.668	-462.843	4.99819	1.58669	5.26130
max _r	-3.543	-570.690	-85.690	-462.840	4.99821	1.58676	5.26110

Tab. 5: Vypočtené koeficienty transformace

\bar{X}	\bar{Y}	σ_X	σ_Y	max _X	min _X
0.0	0.0	15.3	17.1	49.2	-56.6
max _Y	min _Y	rms _r	CEP	$r_{0.95}$	max _r
49.0	-52.7	23.0	15.3	42.2	69.3

Tab. 6: Charakteristiky chyby transformace při minimalizaci rms_r (všechny hodnoty v cm)



Obr. 4: Empirická distribuční funkce radiální chyby

Jestliže minimalizujeme maximální chybu zjištěnou na souboru (tj. minimalizace veličiny max_r - viz (3.7)), pak získáme koeficienty uvedené taktéž v tab. 5. Číselné charakteristiky chyby jsou uvedeny v tab. 7 a distribuční funkce radiální chyby na obr. 4. Vidíme, že kritérium minimalizace maximální radiální chyby má sice o trochu vyšší statistické chyby (rms_r, CEP, $r_{0.95}$), ale o 11 cm nižší maximální chybu a proto doporučujeme použít koeficienty minimalizující max_r.

\bar{X}	\bar{Y}	σ_X	σ_Y	max _X	min _X
9.0	6.5	15.3	17.1	58.3	-47.7
max _Y	min _Y	rms _r	CEP	$r_{0.95}$	max _r
55.8	-45.9	25.5	20.5	44.9	58.4

Tab. 7: Charakteristiky chyby transformace při minimalizaci max_r (všechny hodnoty v cm)

Nutnost transformace dokumentuje tab. 8, kde jsou uvedeny číselné charakteristiky chyby přepočtu bez provedení transformace pravoúhlých souřadnic.

\bar{X}	\bar{Y}	σ_X	σ_Y	\max_X	\min_X
132.6	105.0	9.6	12.1	151.5	114.6
\max_Y	\min_Y	rms_r	CEP	$r_{0,95}$	\max_r
128.7	82.1	169.9	170.2	181.1	183.2

Tab. 8: Charakteristiky chyby bez transformace (všechny hodnoty metrech)

3.3. Příklad výpočtu

Uvažujme bod č. 311 z kampaně DOPNUL se souřadnicemi:

Geodetické souřadnice v systému WGS–84 (ITRF)

$$\phi = 50^\circ 27' 56.41893'', \quad \lambda = 14^\circ 23' 55.05409'', \quad H = 289.155 \text{ [m]}.$$

Rovinné souřadnice v systému S–JTSK

$$Y = 738666.75 \text{ [m]}, \quad X = 1001120.05 \text{ [m]}.$$

Přepočtem uvedeným v této zprávě dostáváme (při použití koeficientů minimalizujících \max_r):

Pravouhlé souřadnice ve WGS–84

$$x_{\text{WGS-84}} = 3940446.675 \text{ m}, \quad y_{\text{WGS-84}} = 1011634.032 \text{ m}, \quad z_{\text{WGS-84}} = 4896145.761 \text{ m}.$$

Pravouhlé souřadnice v S–JTSK

$$x_{\text{S-JTSK}} = 3939850.162 \text{ m}, \quad y_{\text{S-JTSK}} = 1011562.894 \text{ m}, \quad z_{\text{S-JTSK}} = 4895671.373 \text{ m}.$$

Geodetické souřadnice v systému S–JTSK

$$\phi = 50^\circ 27' 59.395'', \quad \lambda = 14^\circ 23' 59.082'', \quad H = 244.60 \text{ [m]}.$$

Rovinné souřadnice v systému S–JTSK

$$Y = 738666.78 \text{ [m]}, \quad X = 1001120.17 \text{ [m]},$$

tj. chyba v rovinných souřadnicích je přibližně 13 cm.

V tabulce 9 jsou uvedeny chyby $\Delta_Y = \hat{Y} - Y$, $\Delta X = \hat{X} - X$ transformace při použití koeficientů minimalizujících maximální chybu pro soubor bodů kampaně DOPNUL (čísla bodů odpovídají číslům bodů v příloze).

bod	Δ_y	Δ_x	bod	$\hat{y} - y$	$\hat{x} - x$	bod	Δ_y	$\hat{x} - x$	bod	$\hat{y} - y$	$\hat{x} - x$
104	2.8	-0.3	105	14.3	7.8	106	14.9	-0.2	107	8.4	1.4
108	8.0	-18.5	109	5.1	-27.0	110	8.2	-22.0	111	10.1	-18.1
112	13.3	-9.9	113	12.2	6.1	114	5.6	14.5	115	17.7	-29.2
116	17.6	-18.7	117	21.1	-14.8	118	14.5	7.9	119	4.6	19.3
120	27.2	-7.1	121	29.5	10.7	204	-15.9	12.6	205	0.9	20.3
206	-23.0	-19.8	207	-19.7	-15.6	208	-25.1	-7.2	209	-8.9	3.7
210	1.5	22.1	211	5.1	8.4	212	-22.8	-20.0	213	-15.8	-14.3
214	-16.7	-20.2	215	-9.1	-2.5	216	1.3	2.1	217	-1.0	11.4
218	-10.7	-27.8	219	-7.6	-13.8	220	7.3	-13.6	221	8.9	-1.3
304	14.4	13.8	305	1.4	29.3	306	22.9	30.2	307	22.9	11.8
308	18.8	20.0	309	20.0	31.1	310	10.8	11.0	311	3.4	12.1
312	10.4	11.7	313	19.7	6.6	314	13.8	16.3	315	13.6	12.1
316	5.9	17.7	317	11.0	5.8	318	7.7	12.0	319	11.6	5.6
320	2.5	19.4	321	12.0	3.4	404	4.1	11.1	405	4.0	11.5
406	11.4	23.0	407	4.3	6.7	408	14.8	4.9	409	14.3	25.9
410	13.7	27.2	412	28.4	27.1	413	41.2	17.9	414	36.1	27.1
415	23.7	26.6	416	16.2	27.4	417	30.5	29.0	418	2.2	58.3
419	13.2	31.3	420	16.4	28.9	504	1.2	15.5	505	4.8	19.2
506	-0.7	20.8	507	10.0	26.3	508	17.2	15.3	509	20.5	16.6
510	12.9	17.4	511	8.5	20.4	512	15.9	21.4	513	28.8	26.0
514	26.1	18.8	515	16.9	18.8	516	10.7	12.0	517	12.1	10.2
518	10.7	10.0	519	8.2	14.6	520	3.1	14.1	521	17.7	6.7
604	18.9	17.2	605	5.1	18.5	606	1.6	14.2	607	14.4	15.8
608	6.8	11.6	609	4.6	19.9	610	6.2	3.6	611	10.3	9.0
612	17.6	8.5	613	8.1	12.5	614	14.4	10.5	615	5.5	15.4
616	8.4	11.2	617	19.4	10.1	618	14.9	14.9	619	10.3	13.0
620	8.6	15.2	621	25.2	20.5	705	24.4	28.6	706	31.8	27.4
707	31.0	18.9	708	6.8	10.4	709	24.5	12.7	710	21.2	13.1
711	-6.6	3.8	712	-1.5	1.2	713	-0.8	6.6	714	16.7	17.2
715	19.8	14.4	716	2.6	18.2	717	-8.8	10.4	718	-7.8	4.6
720	-12.1	3.3	721	-9.5	13.7	722	9.2	16.9	723	14.5	17.7
724	5.5	15.8	725	0.8	15.8	805	50.3	22.2	806	33.0	26.7
807	28.6	24.3	808	18.9	22.0	809	30.5	20.8	810	55.7	17.3
811	21.4	13.1	812	16.9	26.7	813	42.6	6.5	814	20.8	11.4
815	-0.4	20.7	816	5.4	14.3	817	15.7	13.5	818	18.4	-10.2
819	5.7	-44.5	820	-24.4	-47.7	821	7.9	1.6	822	0.8	6.5
905	-5.4	17.9	906	-8.5	15.3	907	-18.0	7.6	908	-14.6	12.0
909	-21.2	11.3	910	-11.5	7.8	911	-21.5	-0.4	912	-25.1	-2.7
913	-32.3	2.5	914	-25.6	10.8	915	-9.5	1.2	916	-18.5	2.6
917	-41.1	15.2	918	-2.0	0.7	919	-17.3	-7.8	920	-32.0	10.6
921	-43.6	0.6	922	-13.3	7.0	923	-25.7	-6.1	924	-46.0	-36.1
925	-9.9	-4.5	9004	17.4	9.6	9017	34.3	34.0	9023	-8.3	-30.7
9030	16.7	4.9	9031	32.4	-23.2	9049	-6.1	-1.6	9064	-6.3	14.4
9071	-5.3	11.1	9077	-21.4	23.6	9635	6.0	17.4			

Tab. 9: Chyby transformace při použití koeficientů minimalizujících maximální chybu
(všechny hodnoty v cm)

4. Programy

Možná realizace procedury v jazyku Pascal, provádějící přepočítání zeměpisných souřadnic v systému WGS-84 na zeměpisné souřadnice v systému S-JTSK, je uvedena v následujícím komentovaném výpisu.

```
procedure transformace_BLH(var B,L,H: double);
  var lat,lon,alt,x1,y1,z1,x2,y2,z2:double;

procedure transformace(xs,ys,zs:double; var xn,yn,zn:double);
  {transformace pravouhlych souradnic}
  const
    {koeficienty transformace ze systemu WGS-84 do systemu S-JTSK}
    dx=-570.69; dy=-85.69; dz=-462.84; {posunuti}
    wz=5.2611/3600*pi/180;wy=1.58676/3600*pi/180;wx=4.99821/3600*pi/180;
    {rotace}
    m=-3.543e-6; {meritko}
  begin
    xn:=dx+(1+m)*(xs+wz*ys-wy*zs); yn:=dy+(1+m)*(-wz*xs+ys+wx*zs);
    zn:=dz+(1+m)*(wy*xs-wx*ys+zs);
  end;

procedure BLH_xyz(B,L,H:double; var x,y,z:double);
  {vypocet pravouhlych souradnic z geodetickych souradnic}
  const
    {parametry elipsoidu WGS-84} a=6378137.0; f_1=298.257223563;
  var
    ro,e2:double;
  begin
    e2:=1-sqr(1-1/f_1); ro:=a/sqrt(1-e2*sqr(sin(B)));
    x:=(ro+H)*cos(B)*cos(L); y:=(ro+H)*cos(B)*sin(L); z:=((1-e2)*ro+H)*sin(B);
  end;

procedure xyz_BLH(x,y,z:double; var B,L,H:double);
  {vypocet geodetickych souradnic z pravouhlych souradnic}
  const
    {parametry Besselova elipsoidu} a=6377397.15508; f_1=299.152812853;
  var
    a_b,e2,theta,st,ct,p,t:double;
  begin
    a_b:=f_1/(f_1-1); p:=sqrt(sqr(x)+sqr(y)); e2:=1-sqr(1-1/f_1);
    theta:=arctan(z*a_b/p); st:=sin(theta); ct:=cos(theta);
    t:=(z+e2*a_b*a*sqr(st)*st)/(p-e2*a*sqr(ct)*ct);
    B:=arctan(t); H:=sqrt(1+sqr(t))*(p-a/sqrt(1+(1-e2)*sqr(t)));
    L:=2*arctan(y/(p+x));
  end;

begin
  BLH_xyz(B,L,H,x1,y1,z1); transformace(x1,y1,z1,x2,y2,z2);
  xyz_BLH(x2,y2,z2,B,L,H);
end;
```

Možná realizace procedury v jazyku Pascal, provádějící přepočítání zeměpisných souřadnic v systému S-JTSK do rovinných souřadnic, je uvedena v následujícím výpisu. Procedura provádí výše popsaný algoritmus Křovákova zobrazení s tím, že všechny konstanty jsou předem numericky vypočteny. Pro dosažení vysoké přesnosti i rychlosti jsou některé vztahy realizovány ekvivalentními vztahy tak, aby byl minimalizován počet goniometrických a cyklometrických funkcí.

```

procedure BLH_XY(B,L: double; var X,Y:double);
const
  a=6377397.15508; e=0.081696831215303;
  n=0.97992470462083; konst_u_ro=12310230.12797036;
  sinUQ=0.863499969506341; cosUQ=0.504348889819882;
  sinVQ=0.420215144586493; cosVQ=0.907424504992097;
  alfa=1.000597498371542; k_2=1.00685001861538;
var
  ro,epsilon,D,V,t:double;
  sinS,cosS,sinU,cosU,cosDV,sinDV,sinV,cosV,sinB,sinD:double;
begin
  sinB:=sin(B); t:=(1-e*sinB)/(1+e*sinB);
  t:=sqr(1+sinB)/(1-sqr(sinB))*exp(e*ln(t)); t:=k_2*exp(alfa*ln(t));
  sinU:=(t-1)/(t+1); cosU:=sqrt(1-sqr(sinU));
  V:=alfa*L; sinV:=sin(V); cosV:=cos(V);
  cosDV:=cosVQ*cosV+sinVQ*sinV; sinDV:=sinVQ*cosV-cosVQ*sinV;
  sinS:=sinUQ*sinU+cosUQ*cosU*cosDV; cosS:=sqrt(1-sqr(sinS));
  sinD:=sinDV*cosU/cosS; D:=arctan(sinD/sqrt(1-sqr(sinD)));
  epsilon:=n*D; ro:=konst_u_ro*exp(-n*ln((1+sinS)/cosS));
  X:=ro*cos(epsilon); Y:=ro*sin(epsilon);
end;

```


Literatura

- [1] Cimbálník, M.: Vyšší geodézie geometrická a geodetické polohové základy. [Doplňkové skriptum]. Praha, ČVUT 1992.
- [2] Cimbálník, M.: Vyšší geodézie. Souřadnicové soustavy. [Doplňkové skriptum]. Praha, ČVUT 1995.
- [3] Dana, D.H.: Coordinate Conversion: Cartesian ECEF x,y,z to Geodetic Latitude, Longitude and Height. URL <http://www.utexas.edu/depts/grg/gcraft/notes/datum>.
- [4] Hauf, M. a kol.: Geodézie. Praha, SNTL 1989.
- [5] Hora, L.: Vyšší geodézie. [Doplňkové skriptum]. Praha, ČVUT 1990.
- [6] Kostecký, J.: K převodu výsledků měření aparaturami GPS do souřadnicového systému S–JTSK. Geodetický a kartografický obzor, ročník 39/81, 1993, č. 7, s. 133-139.
- [7] Lupash, L.O.: A New Algorithm for the Computation of the Geodetic Coordinates as a Function of Earth-Centered Earth-Fixed Coordinates. J. Guidance **8** (1985), č. 6, s. 787-789.
- [8] Mervart, L.: Základy GPS. [Skriptum]. Praha, ČVUT 1993.
- [9] Míkšovský, M.: Kartografie pro 4. ročník studijního oboru Geodézie. Praha, Geodetický a kartografický podnik v Praze, 1987.
- [10] Skořepa, Z. - Novák, P.: Měření technologií GPS ve vědeckovýzkumné síti "Staré Město pod Sněžníkem". Geodetický a kartografický obzor, ročník 42/84, 1996, č. 7, s. 138-142.
- [11] Zhu, J.: Conversion of Earth-Centered Earth-Fixed Coordinates to Geodetic Coordinates. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems **AES-30** (1994), č. 3, s. 957 - 961.

Příloha - Souřadnice bodů kampaně DOPNUL

bod	Souřadnice v ITRF							Souřadnice v S-JTSK		
	ϕ			λ			H	Y	X	H
	[°]	[']	[\"]	[°]	[']	[\"]	[m]	[m]	[m]	[m]
104	49	48	31.47599	14	1	29.96593	474.375	775279.26	1069759.49	428.29
105	49	44	31.66509	14	26	18.30894	493.690	746819.90	1081230.02	447.90
106	49	37	33.63065	13	50	3.03170	669.426	791800.27	1087908.66	622.74
107	49	32	44.35801	14	16	6.82954	587.914	761968.77	1101190.60	541.93
108	49	34	3.02592	13	19	15.95411	430.170	829444.44	1088873.89	383.18
109	49	27	8.14571	12	48	25.15992	559.417	868208.52	1095793.96	512.30
110	49	24	29.79695	13	7	38.06680	555.234	846020.94	1104239.93	507.95
111	49	16	58.09081	13	23	54.27444	644.171	828660.09	1121021.05	597.04
112	49	22	1.69169	13	33	26.94626	556.881	815829.46	1113466.50	510.02
113	49	23	24.28241	13	58	45.57788	618.924	785151.76	1115381.47	572.62
114	49	15	29.14800	14	19	16.33944	478.456	762597.35	1133391.36	432.48
115	49	17	40.25990	13	6	55.76341	532.620	848806.55	1116611.31	485.43
116	49	6	45.14566	13	23	4.48234	922.036	832495.24	1139592.16	874.55
117	49	9	24.51541	13	39	14.52670	951.703	812318.49	1137637.30	904.55
118	49	14	30.21537	14	2	7.70946	462.966	783449.77	1132292.10	416.81
119	49	3	25.78646	14	17	13.28375	466.101	768146.94	1155180.27	419.82
120	49	2	30.08970	13	50	37.32484	876.462	800472.67	1152315.16	829.46
121	48	46	50.20133	14	0	49.63044	819.052	792277.45	1182833.62	771.92
204	50	25	7.59152	13	0	13.06933	1035.309	837453.10	991827.44	989.33
205	50	22	12.81970	13	27	51.34800	366.497	805903.69	1002144.54	321.29
206	50	19	4.29023	12	10	0.89367	684.566	898007.04	993341.86	637.63
207	50	20	51.03294	12	30	3.32255	759.318	874008.81	993988.93	712.88
208	50	17	18.75308	12	50	41.39068	573.711	850877.21	1004370.21	527.74
209	50	9	40.30431	13	10	34.88031	678.114	829703.16	1022030.02	631.80
210	50	11	58.33439	13	29	16.52667	482.447	807062.16	1021168.86	436.65
211	50	12	13.09210	13	45	6.72233	580.997	788357.12	1023486.75	535.52
212	50	3	52.71374	12	24	17.63427	532.815	885882.83	1023919.44	486.15
213	50	8	4.45753	12	35	58.07470	501.159	870888.05	1018495.97	454.81
214	49	59	33.54147	12	37	36.34435	659.764	871489.24	1034390.05	613.09
215	50	2	20.51656	12	55	37.49211	712.827	849421.24	1032699.32	666.08
216	50	1	29.58041	13	25	48.45959	635.202	814045.46	1039760.92	588.93
217	50	3	33.49738	13	43	32.38723	551.615	792544.20	1039096.60	505.72
218	49	47	7.35281	12	33	35.55189	632.010	879934.32	1056372.95	585.10
219	49	51	4.11126	12	50	7.12448	607.055	859201.57	1052306.15	560.20
220	49	46	46.76778	13	17	15.26945	425.940	828271.04	1065184.38	379.26
221	49	50	58.55330	13	36	27.62158	505.622	804332.20	1060930.08	459.19
304	50	50	38.89685	14	18	4.02926	445.569	739718.90	958472.30	402.09
305	50	49	19.40403	14	41	47.26566	554.850	712455.19	964672.84	511.68
306	50	51	57.39828	15	0	2.78717	685.738	690566.42	962631.62	642.83
307	50	43	43.30715	14	4	1.61886	546.021	757849.52	968888.13	502.23
308	50	40	19.50674	14	18	8.62856	606.867	742268.24	977441.34	563.01
309	50	40	47.07529	14	59	55.42334	439.388	693373.68	983155.57	396.01
310	50	35	7.17096	13	58	20.22119	392.952	766746.22	983725.78	348.74
311	50	27	56.41893	14	23	55.05409	289.155	738666.75	1001120.05	244.90
312	50	30	56.40641	14	45	11.74416	378.543	712982.91	998987.71	334.64
313	50	29	0.94786	15	1	35.29079	286.734	694228.19	1005046.73	242.92
314	50	24	41.01032	13	48	30.68173	554.280	781017.69	1001207.16	509.25
315	50	17	15.81302	14	44	51.82011	334.578	716718.44	1024068.38	290.20
316	50	13	38.35046	14	1	38.35258	379.767	768524.03	1023698.14	334.72
317	50	10	11.57182	14	30	19.97611	295.821	735594.01	1034749.63	251.11

318	50	2	52.31080	14	5	17.96282	430.357	767023.91	1044073.11	384.53
319	49	56	18.60079	14	29	17.60919	412.643	740305.62	1060079.17	367.31
320	50	42	21.09282	13	38	30.38371	900.721	787940.40	967082.38	857.07
321	50	59	40.20291	14	21	14.58740	395.213	733731.90	942415.44	351.72
404	50	8	14.50826	14	58	31.08100	269.982	702797.09	1042769.05	225.79
405	50	10	34.15035	15	9	12.05014	238.810	689627.25	1040116.29	194.82
406	50	12	59.87499	15	27	48.82024	288.465	667089.78	1038408.42	244.73
407	50	15	51.76689	15	2	56.12860	261.059	695769.06	1029434.23	217.16
408	50	25	2.07711	15	18	53.80821	458.418	674837.11	1014957.82	414.65
409	50	7	3.35419	15	39	4.58740	303.436	655114.08	1050968.99	259.62
410	50	18	17.03110	15	46	43.10959	363.562	643606.12	1031386.64	320.05
412	50	23	57.67359	16	11	36.57331	666.971	613061.32	1024345.63	623.56
413	50	32	56.76262	16	21	28.97230	476.641	599589.89	1009097.37	433.40
414	50	32	29.56086	16	9	12.33674	601.433	614097.92	1008307.38	557.96
415	50	26	52.44314	16	2	14.96144	450.252	623460.67	1017717.44	406.70
416	50	27	5.51225	15	40	5.55948	628.285	649460.64	1014237.84	584.59
417	50	37	40.09048	15	57	31.60166	630.422	626693.25	997193.54	586.70
418	50	39	29.49453	15	34	20.53413	1078.925	653434.82	990597.04	1035.00
419	50	41	40.81818	15	20	15.06826	586.131	669413.26	984534.37	542.55
420	50	36	59.18670	15	16	44.69711	541.434	674597.49	992654.81	497.63
504	49	57	18.42611	15	9	6.09227	419.553	692858.49	1064487.11	375.03
505	50	0	1.44939	15	22	28.54603	250.736	676366.38	1061491.80	206.36
506	49	46	6.07309	15	16	5.95675	617.622	687155.42	1086148.74	572.55
507	49	55	30.77761	15	31	17.61952	313.551	666928.55	1071085.06	268.91
508	49	38	35.59457	15	35	59.23160	560.044	665140.57	1102898.93	514.61
509	49	46	38.09849	15	44	54.06009	706.187	652717.95	1089383.85	661.16
510	49	58	40.00162	15	48	12.34327	334.664	646145.87	1067707.23	290.60
511	50	16	35.86021	16	3	16.90472	299.899	624432.37	1036784.18	256.48
512	50	4	18.82536	15	57	41.57517	306.833	633668.64	1058636.89	263.03
513	50	7	19.83294	16	16	14.02347	385.382	611065.72	1055599.86	341.43
514	49	54	43.65869	16	10	18.24668	357.544	620733.00	1078016.86	313.33
515	49	45	44.37397	16	6	29.84770	754.950	627160.49	1094050.95	709.96
516	49	38	22.37852	15	57	59.16605	737.790	638895.40	1106438.17	692.31
517	49	28	57.24854	15	47	50.20969	654.132	653091.21	1122343.74	608.18
518	49	23	49.18369	16	3	54.25406	610.890	634911.22	1134055.88	565.09
519	49	44	28.35476	14	54	9.82745	464.958	713667.10	1085783.03	419.62
520	49	25	19.43290	15	23	54.16480	735.894	682612.61	1125529.68	689.89
521	49	18	58.83441	15	46	21.83235	614.461	657047.63	1140488.59	568.14
604	49	36	13.58726	14	35	30.57384	576.233	737927.80	1097971.35	530.33
605	49	30	52.65077	15	0	31.14826	621.952	709336.68	1111759.45	575.86
606	49	35	47.34126	15	17	42.81521	657.049	687617.61	1105355.64	611.53
607	49	18	32.88189	14	31	45.21613	481.166	746831.13	1129830.48	435.21
608	49	23	20.13431	14	54	6.85894	672.148	718818.01	1124620.67	626.10
609	49	13	2.47910	14	47	28.28120	533.460	729294.04	1142484.71	487.24
610	49	18	31.65780	15	15	8.36882	754.822	694704.69	1136709.09	708.53
611	49	18	56.71045	15	33	11.92824	674.744	672892.35	1138640.61	628.39
612	49	11	25.49135	15	42	29.85897	717.011	663370.10	1153835.35	670.53
613	49	11	54.58047	15	59	7.18749	518.991	643214.07	1155315.45	472.94
614	48	57	25.72947	14	36	37.89676	582.343	746210.34	1169416.74	536.20
615	49	6	5.94394	14	54	35.42528	539.607	722395.32	1156372.08	493.60
616	49	6	28.50529	15	14	18.27456	675.546	698512.41	1158743.97	629.16
617	48	54	51.58368	15	30	48.68641	550.323	681204.72	1182595.97	503.76
618	48	59	24.33893	15	43	38.09161	567.213	664651.07	1176117.72	520.79
619	48	48	52.46830	14	33	42.35484	608.713	751880.37	1184649.39	562.40
620	48	53	19.39069	14	47	2.94991	516.595	734607.98	1178646.78	470.41
621	48	36	0.58757	14	23	18.62865	674.064	767746.96	1206545.98	627.33

705	50	9	44.15971	16	29	26.81353	697.243	594927.54	1052906.41	653.45
706	49	59	25.38709	16	35	39.27958	548.431	589635.89	1072714.32	504.30
707	49	52	40.99566	16	20	49.24898	453.959	608643.65	1083193.83	409.56
708	49	48	32.59113	16	48	7.69791	631.477	576928.77	1094355.88	587.27
709	49	44	23.30083	16	32	45.93185	625.054	596086.58	1100047.45	580.47
710	49	37	33.34265	16	22	41.31653	699.608	609518.70	1111310.33	654.51
711	49	40	48.66219	16	57	16.24243	533.159	567496.17	1109752.11	489.15
712	49	36	35.10403	17	10	54.43044	326.355	551962.07	1119209.73	282.71
713	49	32	47.19499	16	48	51.57444	716.383	579116.30	1123493.42	671.76
714	49	30	10.54416	16	10	40.35480	613.747	625443.86	1123283.34	568.20
715	49	26	2.80974	16	21	25.91555	574.115	613385.84	1132343.26	529.03
716	49	21	56.38219	16	32	1.05526	445.288	601493.08	1141313.43	400.26
717	49	25	51.48201	16	54	36.13847	700.613	573557.46	1136987.72	656.17
718	49	24	57.20855	17	6	15.19387	280.930	559716.11	1140095.79	237.16
720	49	10	21.61236	16	53	2.51752	404.607	578416.88	1165360.81	360.62
721	49	6	48.33977	16	30	30.28502	370.524	606365.36	1168997.40	325.68
722	49	1	3.15623	16	6	5.83421	419.333	637092.55	1176279.95	373.61
723	48	54	38.34592	15	54	43.32554	475.490	652252.70	1186485.28	429.43
724	48	53	39.95927	16	10	32.44367	296.655	633260.32	1190497.62	251.60
725	48	58	1.15082	16	21	13.73169	285.134	619387.28	1183942.18	240.37
805	50	24	9.10235	16	59	10.95326	401.037	556974.64	1030063.96	358.56
806	50	12	26.67500	16	50	50.70248	1467.565	569065.64	1050629.90	1423.66
807	50	10	20.70807	17	1	28.38978	817.428	556884.27	1055806.01	773.73
808	50	4	1.44285	16	57	32.61175	686.188	562743.80	1066983.46	642.27
809	50	16	13.99051	17	22	46.36453	474.917	530586.68	1047467.89	432.23
810	50	15	30.83265	17	41	53.45221	327.508	508094.88	1050958.36	285.45
811	50	7	57.78185	17	28	2.02153	727.603	525838.42	1063334.67	684.15
812	50	3	43.68998	17	14	11.12619	1507.894	543041.24	1069535.18	1463.92
813	50	4	36.32831	17	41	8.55390	401.168	510866.98	1071012.01	358.20
814	49	59	6.86279	17	29	47.26177	682.607	525328.87	1079864.50	638.82
815	49	51	54.53020	17	1	3.76116	404.251	560859.20	1089755.42	360.42
816	49	53	14.32965	17	18	46.67820	769.306	539496.60	1089427.61	725.28
817	49	52	30.53146	17	37	3.79591	601.687	517824.95	1092881.53	558.00
818	49	53	42.22650	17	55	43.35157	318.511	495366.02	1092735.62	276.05
819	49	55	16.29686	18	25	20.05803	244.261	459794.84	1092920.19	202.28
820	49	45	31.43620	18	35	20.24290	352.298	449334.63	1111919.25	309.91
821	49	43	46.71332	17	24	.33533	680.605	534967.39	1107492.81	636.72
822	49	41	26.30237	17	43	39.72369	609.227	511857.70	1114053.70	565.70
905	48	48	13.84252	16	21	25.29383	255.017	621163.36	1201997.81	210.26
906	48	50	26.27619	16	38	15.21587	502.285	600241.63	1200175.43	458.52
907	48	46	39.02274	16	57	3.78837	213.720	578081.72	1209574.48	171.12
908	49	1	29.20077	16	48	25.11747	376.434	585729.19	1181129.44	332.63
909	48	56	18.50053	17	5	42.30559	230.271	565742.49	1192847.08	187.38
910	48	51	31.59246	17	17	46.06036	307.329	551960.89	1203135.47	264.63
911	49	2	35.93180	17	19	43.08543	400.212	547575.99	1182948.26	357.48
912	49	11	5.55362	17	17	16.85870	370.631	548979.47	1166991.25	327.63
913	49	4	16.72827	17	30	45.96466	378.548	533881.30	1181152.15	336.00
914	49	2	34.14004	17	50	48.08933	439.764	509880.48	1186586.70	396.82
915	49	22	4.36213	17	25	20.57232	239.074	537262.05	1147692.63	195.98
916	49	10	16.27260	17	43	36.65836	578.678	517279.27	1171567.38	535.69
917	49	11	10.73388	18	1	39.12349	586.474	495296.51	1171882.84	543.53
918	49	36	2.34254	17	32	19.41120	696.950	526385.62	1122734.79	653.22
919	49	25	23.49474	17	43	52.44847	413.214	514361.95	1143693.29	369.98
920	49	23	52.89449	18	3	36.15297	626.890	490854.37	1148641.44	583.83
921	49	24	14.27047	18	21	39.38246	1067.429	469040.65	1149871.52	1024.25
922	49	34	0.80827	17	59	1.95196	589.228	494681.45	1129445.20	546.07

923	49	34	17.14982	18	22	54.14471	464.915	465970.53	1131440.14	421.98
924	49	32	26.67952	18	45	1.18604	524.567	439668.58	1137022.90	481.79
925	49	41	30.24197	18	16	15.77639	427.502	472799.37	1117429.51	384.88
9004	50	53	20.85465	15	16	22.99366	1167.295	671228.90	962503.27	1124.11
9017	50	18	4.69037	16	23	51.55312	1158.767	599837.23	1036805.53	1114.95
9023	49	39	59.77211	12	59	3.50625	586.056	851807.13	1074256.58	539.10
9030	49	54	51.06266	14	47	13.17166	590.810	719407.43	1065622.33	545.81
9031	49	59	23.21356	18	5	44.81102	335.597	482482.54	1083309.25	293.19
9049	49	30	21.27042	17	14	47.24366	303.687	548455.98	1131166.65	260.19
9064	50	34	8.37025	13	27	56.21054	945.414	802515.00	980297.52	900.52
9071	49	11	24.14854	16	15	55.97716	567.638	623031.56	1158574.23	522.19
9077	48	55	0.17725	17	46	57.57019	954.681	515832.65	1200120.27	911.28
9635	48	51	55.97017	14	16	59.61428	1151.041	771364.60	1176247.64	1104.38