

INTERPRETACIÓ GRÀFICA DE LA MITJANA I LA MEDIANA D'UNA DISTRIBUCIÓ ESTADÍSTICA

**Josep Alsinet i Caballeria
Carles Barceló i Vidal
Antoni Gomà i Nasarre**

Títol: Mitjmed

Autors: Josep Alsinet i Caballeria

Carles Barceló i Vidal

Antoni Gomà i Nasarre

Data: 1/03/1988



Generalitat de Catalunya

Departament d'Ensenyament

Programa d'Informàtica Educativa

ÍNDEX

1. ESPECIFICACIONS GENERALS
 - 1.1. Nom del programa
 - 1.2. Autor
 - 1.3. Temàtica
 - 1.4. Assignatura
 - 1.5. Nivell escolar
 - 1.6. Descripció tècnica

2. INSTRUCCIONS DE FUNCIONAMENT
 - 2.1. Dinàmica de funcionament
 - 2.2. Opcions

3. ASPECTES PEDAGÒGICS
 - 3.1. Objectiu del programa
 - 3.2. Coneixements previs
 - 3.3. Fonamentació teòrica
 - 3.4. Metodologia d'ús

4. EXEMPLES PROPOSATS

1. ESPECIFICACIONS GENERALS

1.1. Nom del programa

INTERPRETACIÓ GRÀFICA DE LA MITJANA I LA MEDIANA D'UNA DISTRIBUCIÓ ESTADÍSTICA.

1.2. Autor

Seminari Permanent d'Estadística de l'I.C.E. de la Universitat Autònoma de Barcelona:

- Josep ALSINET i CABALLERIA, professor de l'I.E.S. del Vallés, Sabadell.
- Carles BARCELÓ i VIDAL, professor de l'I.B. "Salvador Espriu", Salt.
- Antoni GOMÀ i NASARRE, professor de l'I.B. "Joanot Martorell", Esplugues de Llobregat.

1.3. Temàtica

Estimació gràfica - a partir de l'histograma corresponent - de les posicions que ocupen la mitjana i la mediana d'una distribució estadística. Comparació gràfica entre els valors d'ambdós paràmetres i visualització de les diferències conceptuals entre ells.

1.4. Assignatura

Matemàtiques.

1.5. Nivell escolar

En la situació actual de l'ensenyament de l'Estadística aquest programa és d'aplicació en el 8è curs d'E.G.B. i en els primers cursos de B.U.P. i F.P. de 1er grau. En cursos superiors pot utilitzar-se com una eficaç eina de repàs.

1.6. Descripció tècnica

L'arxiu que conté el programa es denomina MITJMED.EXE i és escrit en llenguatge GW-BASIC i compilat posteriorment. Requereix la presència de l'arxiu BRUN20G.EXE. No es crea cap arxiu extern ni està pensat tampoc per fer servir altres

interficies que no la pantalla.

2. INSTRUCCIONS DE FUNCIONAMENT

2.1. Dinàmica de funcionament del programa

A partir de la representació gràfica de l'histograma corresponent a una distribució de freqüències dins el conjunt de valors naturals 1,2,3,...,9 i 10, l'usuari ha d'estimar la posició de la mediana - o de la mitjana - de la distribució. Després de cada estimació el programa presenta uns gràfics que informen a l'usuari sobre la precisió de l'estimació realitzada i que l'ajuden a afinar més la següent estimació.

En la primera de les estimacions l'usuari ha d'aturar - tot prement l'espaiador - una fletxa mòbil en la posició que creu està situat el paràmetre. Després del gràfic informatiu que el programa presenta per tal que l'usuari pugui valorar la precisió de l'estimació realitzada, aquell podrà canviar la posició de la fletxa amb l'ajuda de les tecles de moviment horitzontal del cursor. Quan cregui haver situat la fletxa en la posició correcta, premerà la tecla HOME (INICIO) per tal d'avaluar novament la seva estimació.

El procés continua fins que l'usuari situa correctament la posició del paràmetre que s'està considerant, o bé prem una de les dues tecles F9 o F10. La primera permet interrompre l'execució d'un exemple i reiniciar l'execució del programa, mentre que la segona interromp definitivament la seva execució.

2.2. Opcions del programa

El programa ofereix dues opcions clarament diferenciades, a saber, l'estimació de la mitjana i la de la mediana, que es fan independentment l'una de l'altra.

Com a opció complementària el programa ofereix la possibilitat de visualitzar la posició d'un dels dos paràmetres estadístics - ja sigui la mitjana o la mediana - mentre s'intenta estimar la posició de l'altre. Si no s'ha fet ús d'aquesta opció, l'usuari té la possibilitat d'estimar sobre la mateixa distribució la posició d'ambdós paràmetres.

La distribució de freqüències sobre la que s'efectuarà l'estimació dels dos paràmetres de posició pot ésser introduïda pel propi usuari indicant les freqüències absolutes $F(1)$, $F(2)$, ..., $F(10)$ dels 10 valors de la distribució. També pot optar per escollir un dels 14 exemples preparats proposats pel propi programa i que es detallen a la secció 4 d'aquesta documentació. Finalment hom pot decidir que sigui el programa qui, d'una forma totalment aleatòria, esculli el valor de les 10 freqüències de la distribució.

3. ASPECTES PEDAGÒGICS

3.1. Objectiu del programa

No és altre que el de facilitar la interpretació gràfica i la clara diferenciació dels dos paràmetres de posició - mitjana i mediana - d'una distribució estadística.

3.2. Coneixements previs

La utilització d'aquest programa pressuposa que l'alumne està familiaritzat amb les distribucions de freqüències de variables estadístiques de tipus numèric continu i amb els histogrames associats.

També es pressuposa que els conceptes de moda i mediana han estat tractats mínimament a classe i que s'ha explicat la forma de calcular-los numèricament en el cas de conjunts de dades ja tabulades.

3.3. Fonamentació teòrica

És important remarcar la interpretació "mecànica" de la mitjana com el centre de gravetat d'una distribució de masses. En el cas de cossos plans, el centre de masses coincideix amb el punt on cal recolzar l'extrem superior d'un suport vertical per tal que el cos es mantingui en equilibri.

En el cas del programa que s'està comentant, cal imaginar l'histograma situat damunt un llistó, de manera que la mitjana estarà situada en el punt d'aquest on caldria situar la "falca" per tal que la "balança" romangués en equilibri (fig. 1 i 2).

Amb referència a la interpretació gràfica de la mediana d'una distribució és important assenyalar que el programa pressuposa un tractament continu de la variable numèrica en el sentit que cal considerar uniformement repartits dins dels intervals de classe els diferents valors que pren la variable. Així, per exemple, si les successives marques de classe de la distribució són $1, 2, 3, \dots, 10$, el fet que la freqüència absoluta de l'interval $[2'5-3'5]$ sigui, per exemple, igual a 5 voldrà dir que cal identificar els 5 valors de l'interval amb $2'6, 2'8, 3, 3'2$ i $3'4$.

La dificultat de comprensió que aquest tractament continu pot suposar en l'alumne aconsella que el càlcul de la mediana es realitzi de forma aproximada a partir de la seva localització gràfica en el corresponent diagrama de freqüències acumulades tot estimant l'abscissa del punt que, sobre el polígon del mateix nom, té una ordenada igual a 50%. Aquest procés gràfic equival a la localització sobre l'eix d'abscisses de l'histograma corresponent del punt que divideix l'histograma en dues parts d'igual àrea.

Aquest és, precisament, el fonament teòric que utilitza el programa per a la localització de la mediana d'una distribució. Per tal que l'usuari pugui comprovar si ha situat correctament la fletxa mòbil, es dibuixen dos "vasos" que contenen "líquid" en quantitat proporcional a les àrees de les dues parts en què queda dividit l'histograma per la vertical situada al damunt de la fletxa. Es tractarà, doncs, de situar la fletxa en un punt de l'eix d'abscisses de manera que els dos "vasos" continguin la mateixa quantitat de "líquid" (fig. 3,4, 5 i 6).

3.4. Metodologia d'ús

En primera instància, el programa pot ésser utilitzat en el context de la dinàmica col·lectiva d'una classe per tal de reforçar, per una banda, les interpretacions gràfiques dels dos paràmetres de posició, i per una altra les diferències conceptuals entre ambdós paràmetres. La facilitat d'elecció de les freqüències de la distribució a tractar, possibilita que el professor pugui preparar diferents exemples en els que es posin en evidència aquestes diferències.

També és possible que l'alumne - individualment o en petit grup - interactuï amb el programa sense la presència directiva del professor exercitant d'aquesta manera la seva intuïció al voltant de la significació gràfica de la mediana i la mitjana.

Aquesta interacció pot estar induïda pel professor amb la proposta als alumnes de la recerca de diferents distribucions ajustades a determinades restriccions sobre els seus dos paràmetres de posició. Així, per exemple, hom podrà formular preguntes com ara:

"Cerqueu una distribució tal que:

- la mitjana valgui 4 (6,3,8,9,...);
- la mediana valgui 4 (6,3,8,9,...);
- la mitjana sigui més gran (més petita, igual) que la mediana;
- la mitjana (mediana) valgui 4 (5,6,..) i la mediana (mitjana) sigui més gran (més petita) que la mitjana (mediana);
- la mitjana valgui 4 (5,6,..) i la mediana valgui 4 (5,6,...)
- etc."

4. EXEMPLES PROPOSATS

Numeració dels exemples

	_1	_2	_3	_4	_5	_6	_7	_8	_9	10	11	12	13	14
X	_F	_F	_F	_F	_F	_F	_F	_F	_F	_F	_F	_F	_F	_F
1	2	2	0	10	1	1	1	14	1	14	8	1	1	3
2	4	5	0	0	0	2	8	10	6	12	8	2	12	3
3	6	7	0	0	0	3	10	8	14	9	8	3	0	3
4	8	9	12	0	0	0	6	7	8	8	8	4	0	10
5	10	7	9	0	0	0	1	1	6	2	5	5	10	10
6	10	5	5	0	0	0	0	0	5	14	5	6	1	10
7	8	2	1	0	0	0	3	2	3	12	5	7	0	6
8	6	0	5	0	0	0	5	7	3	9	2	8	14	6
9	4	0	9	0	0	0	6	10	2	8	2	9	1	6
10	2	0	12	1	10	1	1	12	1	2	2	10	0	6

Els histogrames corresponents a aquests exemples es poden veure a les figures 7 a 20.

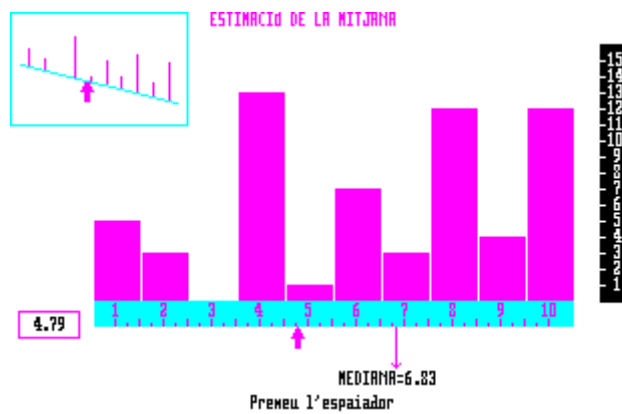


Figura 1

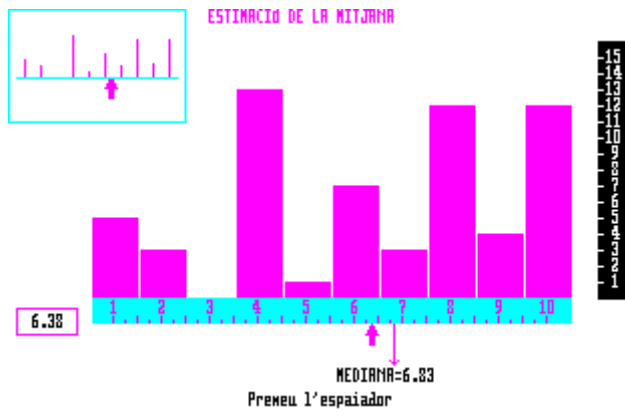


Figura 2

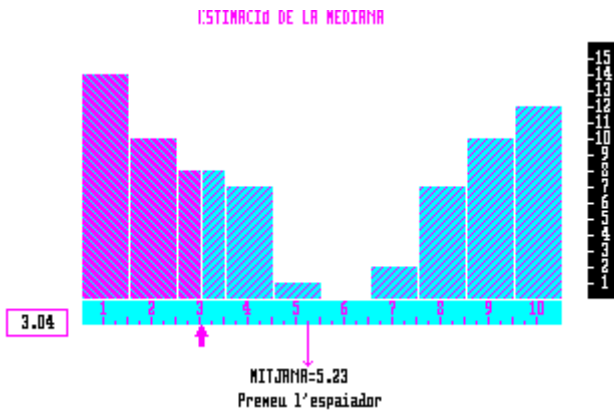


Figura 3

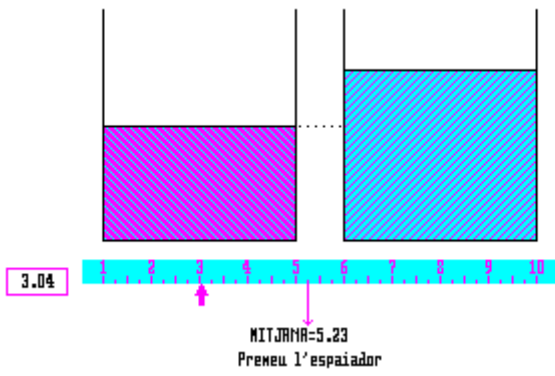


Figura 4

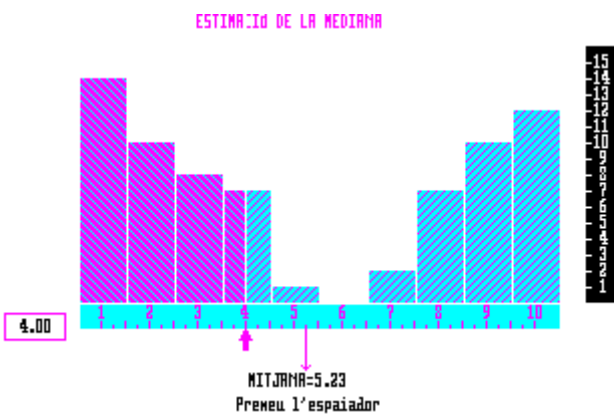


Figura 5

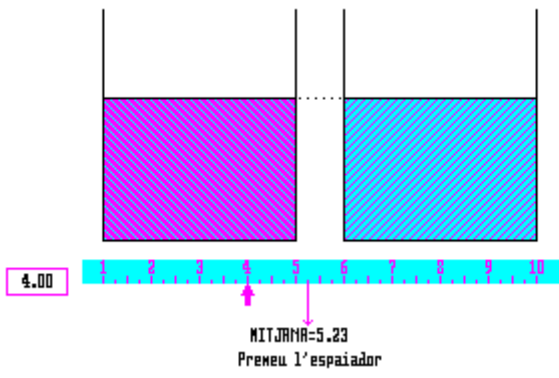
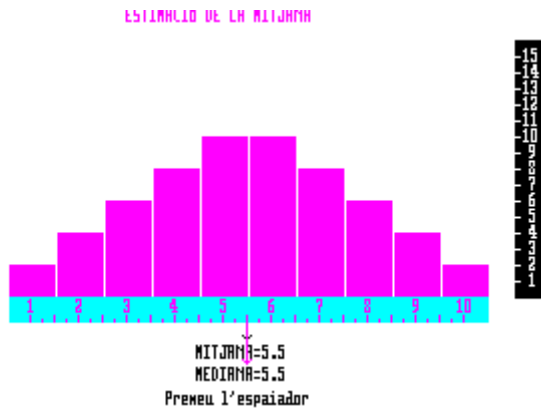
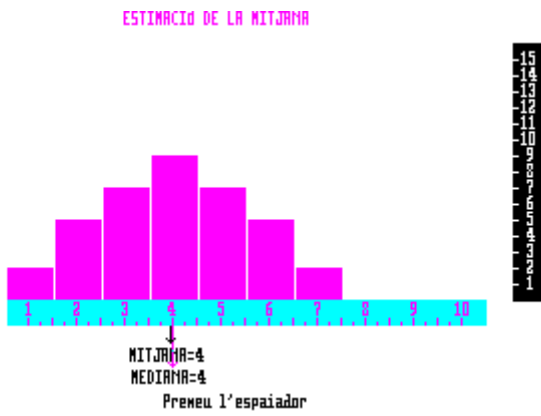


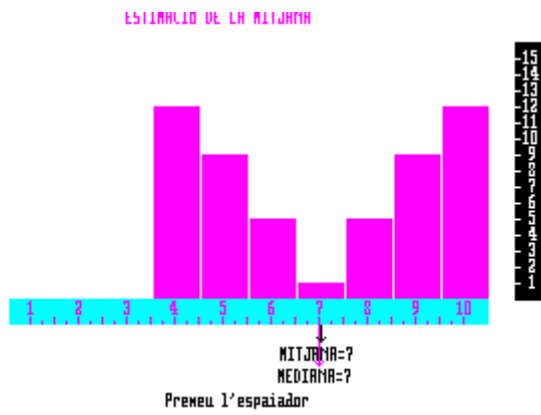
Figura 6



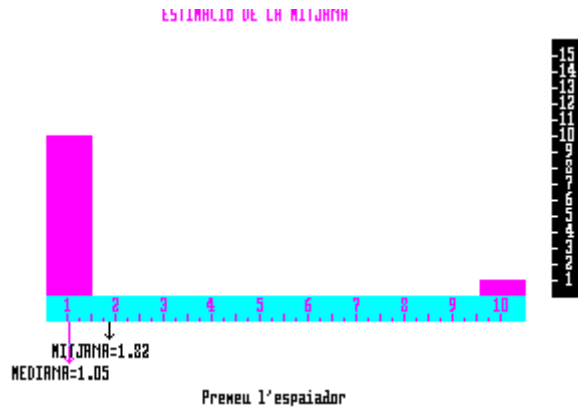
Exemple 1



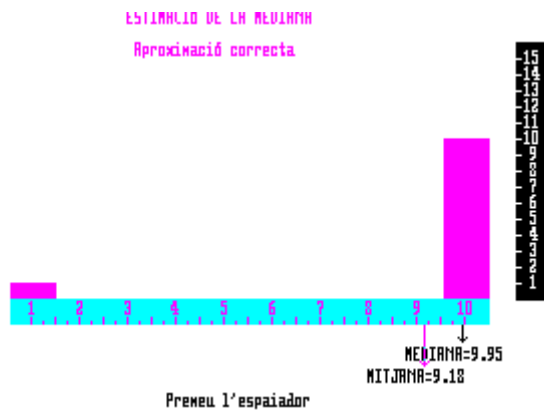
Exemple 2



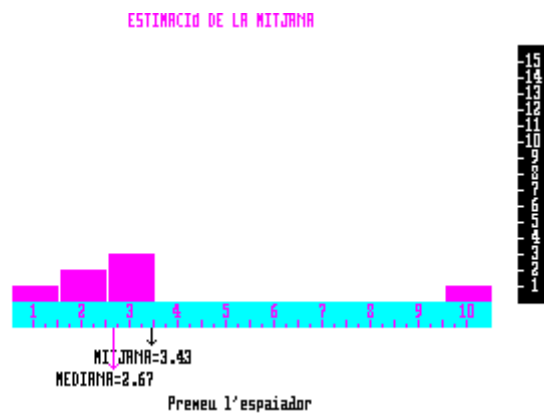
Exemple 3



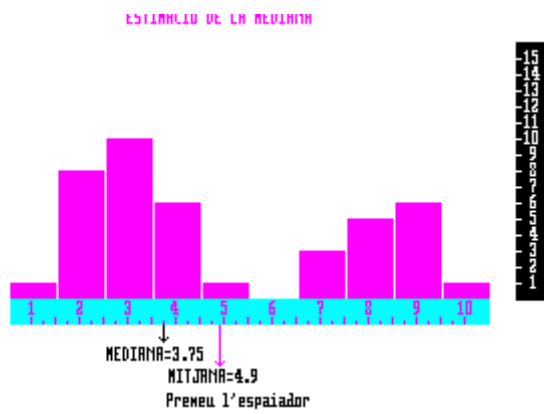
Exemple 4



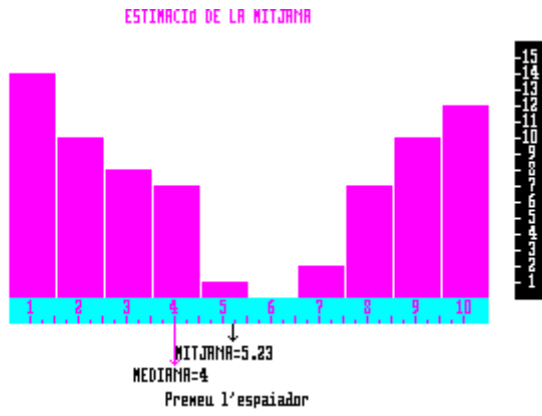
Exemple 5



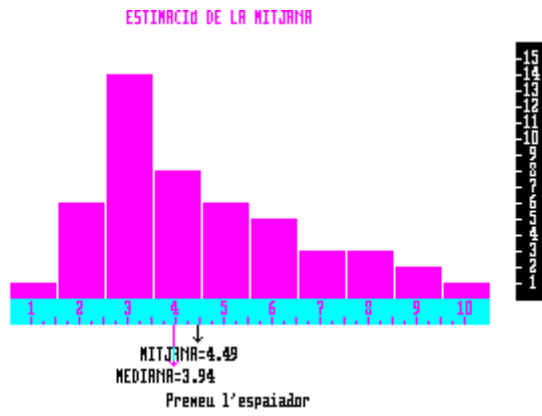
Exemple 6



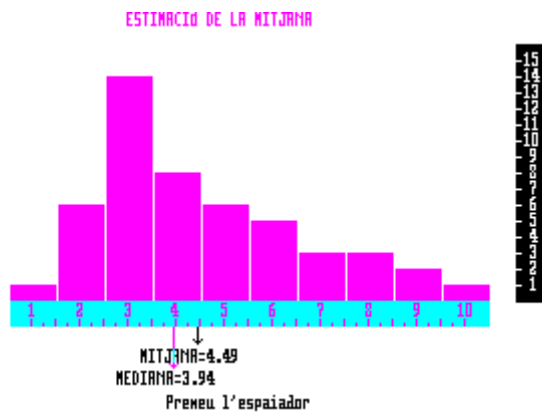
Exemple 7



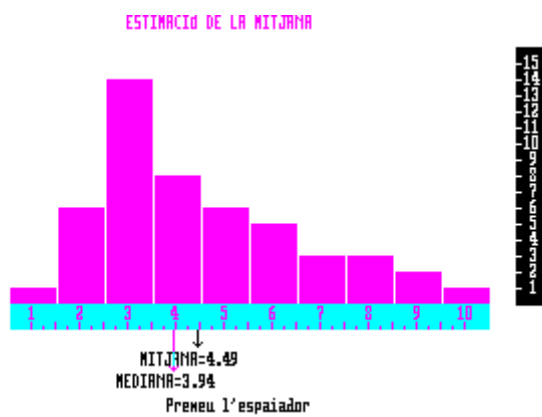
Exemple 8



Exemple 9

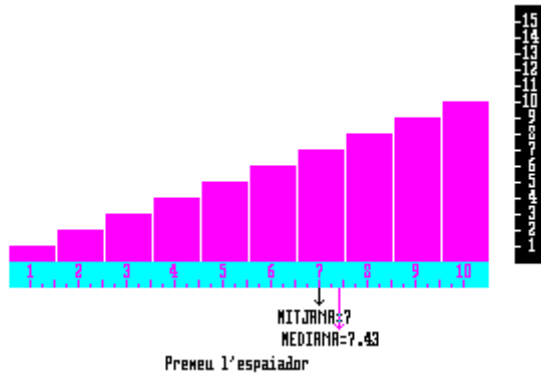


Exemple 10

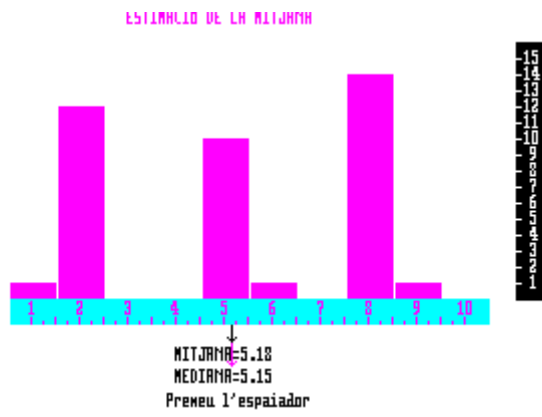


Exemple 11

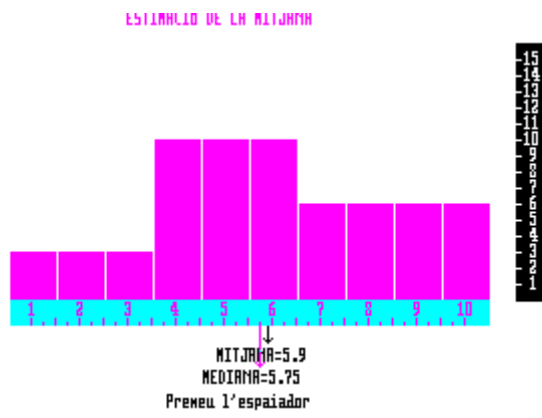
ESTIMACIÓ DE LA MITJANA



Exemple 12



Exemple 13



Exemple 14