

Educación Básica

6

# Educación Matemática

Programa de Estudio  
Sexto Año Básico





# Educación Matemática

Programa de Estudio  
Sexto Año Básico / NB4



Educación Matemática  
Programa de Estudio Sexto Año Básico / Nivel Básico 4  
Educación Básica, Unidad de Curriculum y Evaluación  
ISBN 956-7933-09-X  
Registro de Propiedad Intelectual N° 110.808  
Ministerio de Educación, República de Chile  
Alameda 1371, Santiago  
Primera Edición 1999  
Segunda Edición 2004

Santiago, octubre 1999

Estimados profesores:

EL PRESENTE PROGRAMA DE ESTUDIO de Sexto Año Básico ha sido elaborado por la Unidad de Curriculum y Evaluación del Ministerio de Educación y aprobado por el Consejo Superior de Educación, para ser puesto en práctica, por los establecimientos que elijan aplicarlo, a partir del año escolar del 2000.

En sus objetivos, contenidos y actividades busca responder a un doble propósito: articular a lo largo del año una experiencia de aprendizaje acorde con las definiciones del marco curricular de Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica, definido en el Decreto N° 240, de junio de 1999, y ofrecer la mejor herramienta de apoyo a la profesora o profesor que hará posible su puesta en práctica.

Los nuevos programas para Sexto Año Básico plantean objetivos de aprendizaje de mayor nivel que los del pasado, porque la vida futura, tanto a nivel de las personas como del país, establece mayores requerimientos formativos. A la vez, ofrecen descripciones detalladas de los caminos pedagógicos para llegar a estas metas más altas. Así, al igual que en el caso de los programas del nivel precedente, los correspondientes al 6° Año Básico incluyen numerosas actividades y ejemplos de trabajo con alumnos y alumnas, consistentes en experiencias concretas, realizables e íntimamente ligadas al logro de los aprendizajes esperados. Su multiplicidad busca enriquecer y abrir posibilidades, no recargar ni rigidizar; en múltiples puntos requieren que la profesora o el profesor discierna y opte por lo que es más adecuado al contexto, momento y características de sus alumnos y alumnas.

Los nuevos programas son una invitación a los docentes de 6° Año Básico para ejecutar una nueva obra, que sin su concurso no es realizable. Estos programas demandan cambios importantes en las prácticas docentes. Ello constituye un desafío grande, de preparación y estudio, de fe en la vocación formadora, y de rigor en la gradual puesta en práctica de lo nuevo. Lo que importa en el momento inicial es la aceptación del desafío y la confianza en los resultados del trabajo hecho con cariño y profesionalismo.



José Pablo Arellano Marín  
Ministro de Educación



Presentación	9
Objetivos Fundamentales Transversales y su presencia en el programa	13
Objetivos Fundamentales	15
Cuadro sinóptico: Unidades, contenidos y distribución temporal	16
<b>Unidad 1: Números naturales en la vida cotidiana</b>	18
Actividades de aprendizaje	20
Actividades de evaluación	39
<b>Unidad 2: Multiplicación y división de fracciones</b>	42
Actividades de aprendizaje	44
Actividades de evaluación	58
<b>Unidad 3: Fracciones y decimales en la vida cotidiana</b>	60
Actividades de aprendizaje	62
Actividades de evaluación	71
<b>Unidad 4: Números decimales</b>	74
Actividades de aprendizaje	76
Actividades de evaluación	92
<b>Unidad 5: Geometría</b>	94
Actividades de aprendizaje	96
Actividades de evaluación	111
Anexo	113
Bibliografía	117
Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios	
Quinto a Octavo Año Básico	119



## Presentación

EL PRESENTE PROGRAMA se propone en continuidad con los procesos de construcción y adquisición de conocimientos matemáticos y de modos de pensar en este ámbito que las niñas y los niños necesitan hacer propios, utilizar y seguir desarrollando durante toda su vida; ello, con el fin de enfrentar los desafíos que el creciente avance científico y tecnológico les plantean, y de lograr una participación crítica, consciente e informada en la sociedad.

Con el objetivo de ampliar el acercamiento de niñas y niños a aspectos numéricos y geométricos de la realidad, iniciados en los programas de los niveles anteriores, se enfatiza un trabajo sobre el uso y el sentido de los números en múltiples situaciones de la vida cotidiana, incorporando temas que los familiaricen con prácticas matemáticas del mundo adulto, ampliando así el significado de las operaciones, el cálculo mental, la estimación y el cálculo aproximado. Se promueve, también, el uso de la calculadora, tanto para resolver operaciones que requieren de cálculos largos y tediosos que, en ocasiones, distraen la atención de aspectos centrales del problema que se desea resolver, como para facilitar la investigación de regularidades numéricas.

Se desarrollan en mayor profundidad nociones relacionadas con las fracciones. Por una parte, se establece sistemáticamente la relación entre escritura fraccionaria y decimal de porcentajes de uso corriente, sin llegar a tratar los porcentajes de manera general (tema que será abordado en niveles posteriores). Por otra parte, se dedica especial atención a la multiplicación y división con fracciones, llamando la atención sobre el significado de dichas operaciones y comparándolas con la multiplicación y la división de números naturales.

En el ámbito del espacio y de la geometría, se continúa el desarrollo del sentido espacial, el estudio

de figuras y cuerpos geométricos y el análisis de las propiedades y relaciones geométricas que se pueden observar en diversas situaciones que están al alcance de niños y niñas (construcción, dibujo, manipulación), más que en sus definiciones y clasificaciones preestablecidas. Se propone, también, un intenso trabajo relacionado con medición y cálculo de áreas y perímetros de figuras planas, poniendo énfasis en los efectos que tienen en dichas magnitudes los cambios que se introducen en algunos elementos de las figuras. Por ejemplo, en los lados. De este modo, las actividades se desarrollan poniendo atención en familias de figuras más que en figuras aisladas.

Generalmente, es frente a la necesidad de resolver situaciones problemáticas cuando los contenidos de aprendizaje adquieren sentido y se hacen necesarios. En esas circunstancias los niños y las niñas pueden percibir por qué y para qué aprenden y darse cuenta de la importancia de los conocimientos y la necesidad de construir otros nuevos. De este modo, los conocimientos nuevos se van construyendo sobre la base de los anteriores en contextos que les dan sentido.

En consecuencia, el Programa de Matemáticas de 6º Año Básico, como los de niveles anteriores, propone la resolución de situaciones problemáticas como un medio fundamental para el aprendizaje que, combinada de manera pertinente con otro tipo de actividades de aprendizaje como juegos, debates, investigaciones, exposiciones (de docentes y estudiantes), ejercitaciones, etc., contribuye a generar aprendizajes significativos y al desarrollo de la confianza en la propia capacidad para enfrentar con éxito nuevos desafíos cognitivos. El trabajo contextualizado permite desarrollar la capacidad de seleccionar métodos de cálculo adecuados y de evaluar resultados.

Una tarea central y permanente de las profesoras y los profesores es buscar y diseñar situaciones fecundas en preguntas y problemas que sean accesibles y de interés para las niñas y los niños. Los problemas y situaciones deben provenir de su vida cotidiana, de sus juegos, de lecturas e informaciones históricas o de actualidad que tengan sentido para ellos y de otras ramas del conocimiento (ciencias naturales y ciencias sociales, artes, tecnología, etc.). En el programa se presenta un conjunto de situaciones y problemas que es necesario que niños y niñas enfrenten para alcanzar los aprendizajes esperados, seguidos por ejemplos concretos que pueden ser desarrollados tal cual han sido diseñados; no obstante, es muy importante que, cada vez que sea necesario, los ejemplos sean adaptados considerando los criterios que se desarrollan a continuación.

Una tarea fundamental de la docencia es procurar que las situaciones de aprendizaje propuestas a los niños y niñas les den múltiples oportunidades para:

- explorar y probar estrategias diversas para resolver problemas;
- desarrollar procesos ordenados y sistemáticos para la resolución de problemas o desafíos matemáticos;
- sistematizar procedimientos y resultados;
- comunicar procesos, resultados y conclusiones, incorporando, progresivamente, el uso de lenguaje matemático;
- justificar, argumentar y fundamentar tanto resultados como procedimientos;
- buscar y establecer regularidades y patrones, tanto en el ámbito de los números como del espacio y la geometría;
- trabajar con materiales manipulables concretos y simbólicos;
- desarrollar trabajos individuales y colectivos, en los que discutan tanto sobre procedimientos y resultados como sobre el sentido de las actividades;
- proponer nuevas preguntas y problemas;
- detectar y corregir sus errores.

Tanto por lo señalado como por las características de las niñas y niños del nivel y de las condicio-

nes reales en las que se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje, es muy importante que las profesoras y profesores aborden el diseño de situaciones de aprendizaje con flexibilidad y propongan actividades variadas. Deberán tener en cuenta, también, que algunas actividades permiten enfatizar unas experiencias de aprendizaje más que otras. Así, por ejemplo, la resolución sistemática de un cierto tipo de problemas permite, a menudo, buscar y encontrar regularidades y sistematizar procedimientos; las investigaciones pueden permitir hacerse preguntas sobre problemas de la realidad y/o explorar estrategias diversas para proponer soluciones.

Finalmente, con el fin de dar sentido a los aprendizajes específicos de matemáticas, así como para contribuir a la formación de un pensamiento globalizador en el diseño de las actividades de aprendizaje, es importante tener en cuenta los desafíos que deben enfrentar los niños y las niñas, en términos de contenidos, en otros subsectores de aprendizaje. Estos son, a menudo, no sólo oportunidades para aplicar conocimientos matemáticos sino que, los problemas que en ellos surgen son ilustraciones adecuadas de nociones matemáticas importantes.

Respecto de la evaluación de los aprendizajes, ésta es concebida como un proceso que debería estar al servicio de la enseñanza y del aprendizaje. De este modo, en este programa se propicia el acompañamiento y observación del desempeño de niñas y niños durante las actividades de aprendizaje tanto como la observación al término de cada unidad, a partir de actividades expresamente sugeridas para ello.

Las actividades de aprendizaje abren espacios para la autoevaluación y coevaluación, donde las niñas y niños comparten procedimientos y resultados, discuten sobre ellos, sintetizan, pueden detectar y corregir errores. Del mismo modo, son instancias adecuadas para la evaluación por parte de la profesora o profesor, quien puede distinguir qué ayuda y qué obstaculiza a los niños y niñas en su proceso de aprendizaje, con el fin de reflexionar en torno a esto, proponer caminos alternativos, elegir las formas de apoyo más adecuadas. Es importante que los docentes

lleven algún registro de sus observaciones, carpetas donde se guardan los trabajos, por ejemplo, con el fin de apoyar sus decisiones de cambio de actividades, reforzamientos y apoyos individualizados.

En este programa, al finalizar cada una de las unidades, se entregan ejemplos de actividades y problemas de evaluación que tienen el propósito de observar la consecución de los aprendizajes esperados definidos para cada una de ellas. Se han seleccionado de modo de facilitar la obtención de información que permita orientar decisiones y también evaluar el logro. Estas actividades sugeridas están acompañadas por algunos indicadores que orientan respecto de qué observar en el desarrollo de cada una de ellas en relación con los aprendizajes esperados involucrados.

Uno de los criterios para definir las formas de evaluación es que ésta debe ser consecuente con el propósito de mejorar el aprendizaje. Si se evalúa sólo la repetición de datos de memoria, se está reforzando la idea de que ése es el tipo de educación que se quiere promover; si se evalúan desempeños, capacidad de solucionar problemas, de manejar información, se está propiciando una educación flexible, abierta, con más sentido para quienes aprenden, con propósitos inmediatos (sirve para hoy) y de largo plazo (preparan para la vida adulta).



## Objetivos Fundamentales Transversales y su presencia en el programa

Los Objetivos Fundamentales Transversales (OFT) definen finalidades generales de la educación referidas al desarrollo personal y la formación ética e intelectual de alumnos y alumnas. Su realización trasciende a un sector o subsector específico del curriculum y tiene lugar en múltiples ámbitos o dimensiones de la experiencia escolar, que son responsabilidad del conjunto de la institución escolar, incluyendo, entre otros, el proyecto educativo y el tipo de disciplina que caracteriza a cada establecimiento, los estilos y tipos de prácticas docentes, las actividades ceremoniales y el ejemplo cotidiano de profesores y profesoras, administrativos y los propios estudiantes. Sin embargo, el ámbito privilegiado de realización de los OFT se encuentra en los contextos y actividades de aprendizaje que organiza cada sector y subsector, en función del logro de los aprendizajes esperados de cada una de sus unidades.

Desde la perspectiva señalada, cada sector o subsector de aprendizaje, en su propósito de contribuir a la formación para la vida, conjuga en un todo integrado e indisoluble el desarrollo intelectual con la formación ético social de alumnos y alumnas. De esta forma se busca superar la separación que en ocasiones se establece entre la dimensión formativa y la instructiva. Los programas están contruidos sobre la base de contenidos programáticos significativos que tienen una carga formativa muy importante, ya que en el proceso de adquisición de estos conocimientos y habilidades los estudiantes establecen jerarquías valóricas, formulan juicios morales, asumen posturas éticas y desarrollan compromisos sociales.

Los Objetivos Fundamentales Transversales definidos en el marco curricular nacional (Decreto N° 240), corresponden a una explicitación ordenada de los propósitos formativos de la Educación Básica en tres ámbitos: *Formación Ética*, *Crecimiento y Autoafirmación*

*Personal*, y *Persona y Entorno*; su realización, como se dijo, es responsabilidad de la institución escolar y la experiencia de aprendizaje y de vida que ésta ofrece en su conjunto a alumnos y alumnas. Desde la perspectiva de cada sector y subsector, esto significa que no hay límites con respecto a qué OFT trabajar en el contexto específico de cada disciplina; las posibilidades formativas de todo contenido conceptual o actividad debieran considerarse abiertas a cualquier aspecto o dimensión de los OFT.

El presente programa de estudio ha sido definido incluyendo los Objetivos Fundamentales Transversales más afines con su objeto, los que han sido incorporados tanto a sus objetivos y contenidos, como a sus metodologías, actividades y sugerencias de evaluación. De este modo, los conceptos (o conocimientos), habilidades y actitudes que este programa se propone trabajar integran explícitamente gran parte de los OFT definidos en el marco curricular de la Educación Básica.

En el programa de Matemática del NB4, tienen especial presencia y ocasión de desarrollo:

- Los OFT del ámbito *Formación Ética* relacionados con los valores de autonomía y responsabilidad individual y colectiva frente a trabajos o tareas, y el respeto y valoración de las ideas y creencias diferentes a las propias, a través de actividades que inducen a selección de procedimientos frente a problemas, y discusión y evaluación grupal de su pertinencia.
- Los OFT del ámbito *Crecimiento y Autoafirmación Personal*, en especial los relativos al interés en conocer la realidad, y habilidades de selección de información, uso del conocimiento, razonamiento metódico y reflexivo, y resolución de problemas. El programa plantea objetivos, contenidos y actividades que buscan desarrollar en alumnas y

alumnos las capacidades de explorar diferentes estrategias para resolver problemas, sistematizar procedimientos, descubrir regularidades y patrones, organizar y analizar información cuantitativa, y justificar y comunicar eficazmente procedimientos y resultados, dando énfasis al trabajo metódico.

- Los OFT del ámbito *Persona y su Entorno* referidos al trabajo en equipo y a la formación ciudadana. A través de los problemas por resolver matemáticamente que plantean las actividades del programa, es posible ampliar el trabajo de los OFT a la capacidad de juicio de alumnos y alumnas, y a la aplicación de criterios morales a problemas del medio ambiente, económicos y sociales, además de su preparación para la participación responsable en la vida social de carácter democrático.

Finalmente, se presenta el desarrollo de cada una de las unidades, señalando:

- los contenidos y los aprendizajes esperados;
- una introducción breve con algunas definiciones y recomendaciones didácticas donde, además, se señalan los objetivos fundamentales abordados en la unidad;
- un conjunto de actividades de aprendizaje acompañadas de comentarios pedagógicos y seguidas por ejemplos que permiten su contextualización;
- sugerencias de actividades y problemas para la evaluación.

### Organización del programa

El Programa del NB4 ha sido organizado en 5 unidades. En cada una de ellas se señalan los aprendizajes esperados que, en su conjunto, recogen y especifican los Objetivos Fundamentales que orientan el trabajo de todo el año escolar.

Se propone, también, una secuencia de las unidades. No obstante, los profesores y profesoras pueden organizarlas durante el año en una secuencia diferente, aplicando criterios de flexibilidad, considerando las características de los cursos con los cuales trabajan.

El conjunto de las unidades que constituyen el programa se presentan en un cuadro sinóptico en el cual se describen brevemente los temas centrales de cada una de ellas y se señala el tiempo estimado para su desarrollo. El tiempo propuesto es, sobre todo, un indicador de la extensión de las unidades y deberá ser adaptado, cada vez que sea necesario, a la realidad específica de los cursos.

## Objetivos Fundamentales

Los Objetivos Fundamentales correspondientes al 6° Año Básico y que constituyen las metas generales por alcanzar por todas las niñas y niños a lo largo del año escolar, determinados en el Decreto N° 240, son los siguientes.

1. Establecer nexos entre las operaciones básicas en los números naturales y reconocer la posibilidad de sustituir unas por otras.
2. Conocer prácticas del mundo adulto en las que intervienen números y cálculos y confiar en la propia capacidad para incorporarlas en la resolución de problemas.
3. Fundamentar procedimientos de cálculos -orales, escritos y con calculadora- basados en las regularidades de los números y en propiedades de las operaciones.
4. Resolver problemas que involucren unidades de medida de peso, volumen y longitud, utilizando las equivalencias entre unidades y expresando los resultados de manera adecuada a la situación.
5. Operar con cantidades no enteras, utilizando, de acuerdo a la situación, números decimales o fracciones.
6. Planificar el trazado de figuras sobre la base del análisis de sus propiedades, utilizando los instrumentos pertinentes.
7. Comprender los efectos que provoca en el perímetro y en el área de cuadrados y de rectángulos la variación de la medida de sus lados y recurrir a las razones para expresarlas.
8. Recolectar y analizar datos en situaciones del entorno local, regional y nacional, y comunicar resultados.

## Unidades, contenidos y distribución temporal

### Cuadro sinóptico

Unidades		
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
Números naturales en la vida cotidiana	Multiplicación y división de fracciones	Fracciones y decimales en la vida cotidiana
Objetivos Fundamentales Transversales		
<p>Resolución de problemas, utilizando la calculadora, que impliquen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>trabajo con monedas de otros países, valores de cambio y sus equivalencias;</li> <li>uso de documentos y formularios bancarios y comerciales.</li> </ul> <p><b>Tratamiento de la información</b> Recopilación y análisis de la información; comparación de datos: promedio y valor más frecuente.</p> <p><b>Nexos entre las operaciones aritméticas</b> Realización de razonamientos que conduzcan a reemplazar un procedimiento operatorio por otro equivalente, apoyándose en el carácter inverso de la sustracción respecto a la adición, el carácter inverso de la división respecto de la multiplicación, la interpretación de la multiplicación como adición iterada y de la división como sustracción iterada.</p> <p><b>Divisibilidad</b> Aplicación de criterios de divisibilidad (por 2, por 3, por 5, por 9 y por 10).</p>	<p>Análisis de las relaciones entre factores y productos y entre los términos de una división y el cociente en diferentes casos, cuando intervienen cantidades menores a 1.</p> <p>Cálculo de productos y cocientes en contextos, para observar regularidades y establecer procedimientos convencionales.</p> <p>Resolución de problemas en contextos geométricos y numéricos.</p> <p>Representación gráfica de situaciones que impliquen operaciones con fracciones.</p> <p>Expresión de acciones de fraccionamiento como adiciones, sustracciones, productos o cocientes de números naturales por fracciones o de fracciones por fracciones.</p>	<p>Uso de unidades del sistema métrico decimal en situaciones habituales.</p> <p>Identificación de las fracciones con denominador 10, 100 y 1000 con los decimos, centésimos y milésimos.</p> <p>Transformación de fracciones decimales a números decimales y viceversa, en situaciones de medición.</p> <p>Cálculos del 50% y 25% como la mitad y la cuarta parte de una cantidad.</p> <p>Expresión del 50% y del 25% como <math>\frac{50}{100}</math> y <math>\frac{25}{100}</math>; <math>\frac{1}{2}</math> y <math>\frac{1}{4}</math>; y 0,5 y 0,25, respectivamente.</p>
Distribución temporal		
Tiempo estimado: 6-8 semanas	Tiempo estimado: 5-7 semanas	Tiempo estimado: 4-6 semanas

## 4

## Números decimales

Extensión del sistema de numeración a décimos, centésimos y milésimos en situaciones cotidianas y/o informativas que permitan:

- leer, escribir e interpretar números decimales;
- establecer equivalencias;
- ordenar e intercalar decimales; y
- estudiar familias de números decimales para establecer patrones y comparaciones con los números naturales.

Cálculo de adiciones y sustracciones en contextos, interpretando resultados, aproximando resultados, estimando antes de calcular; utilizando calculadora para confirmar resultados estimados.

**Tratamiento de información**

Recopilación y análisis de información; comparación de datos, cálculo de promedio y del valor más frecuente.

Tiempo estimado: 7-9 semanas

## 5

## Geometría

**Figuras geométricas**

Reproducción y creación de figuras y representaciones planas de cuerpos geométricos usando regla, compás y escuadra.

Estudio de cuadriláteros: características de sus lados y de sus ángulos.

Trazado de cuadriláteros a partir de sus ejes de simetría.

Combinación de figuras para obtener otras previamente establecidas.

**Perímetro y área**

Cálculo de perímetro y área de figuras compuestas por cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos.

Ampliación y reducción de cuadrados y rectángulos en papel cuadriculado; expresando como razones las variaciones de los lados, el perímetro y el área.

Análisis del perímetro y el área de familias de cuadrados y rectángulos, generadas a partir de la variación de sus lados.

Tiempo estimado: 7-9 semanas



## Unidad 1

# Números naturales en la vida cotidiana

### Contenidos

#### **Números naturales en la vida cotidiana**

- Resolución de problemas, utilizando la calculadora, que impliquen:
  - trabajo con monedas de otros países, valores de cambio y sus equivalencias;
  - uso de documentos y formularios bancarios y comerciales.

#### **Tratamiento de la información**

- Recopilación y análisis de información: comparación de datos: promedio y valor más frecuente.

#### **Nexos entre las operaciones aritméticas**

- Realización de razonamientos que conduzcan a reemplazar un procedimiento operatorio por otro equivalente, apoyándose en el carácter inverso de la sustracción respecto a la adición, el carácter inverso de la división respecto de la multiplicación, la interpretación de la multiplicación como adición iterada y de la división como sustracción iterada.

#### **Divisibilidad**

- Aplicación criterios de divisibilidad (por 2, por 3, por 5, por 9 y por 10).

### Aprendizajes esperados

Los alumnos y alumnas:

1. Resuelven problemas de la vida cotidiana que involucran números naturales. Describen y justifican las estrategias utilizadas de acuerdo al contexto del problema.
2. Reconocen diferentes expresiones y/o secuencias de operaciones como equivalentes para calcular resultados.
3. Utilizan el carácter inverso de unas operaciones respecto de otras para encontrar resultados en diversas situaciones.  
Justifican la reversibilidad de los procedimientos.
4. Evalúan la factibilidad de la realización de repartos equitativos aplicando criterios de divisibilidad.
5. Leen e interpretan información cuantitativa dada en tablas y gráficos, obtienen conclusiones y las fundamentan.

### Orientaciones didácticas

En esta unidad se propone que los niños y las niñas amplíen y profundicen sus habilidades para resolver problemas calculando con números naturales y su capacidad de reflexión respecto de algunas características particulares de las operaciones, llegando a generalizar algunas de ellas. Aunque los contextos son diversos, se trabaja, en particular, en situaciones que permitan acercar a los niños y las niñas a prácticas del mundo adulto en los cuales se requiere establecer relaciones cuantitativas, tales como valores de cambio de monedas de diferentes países y documentos bancarios y comerciales.

En la primera parte de la unidad, se proponen situaciones que implican buscar y información en los diarios y en las noticias, en general, y en las prácticas que eventualmente realicen los adultos del entorno de los niños y las niñas.

Es en la recopilación y resolución de ese tipo de situaciones donde podrán poner en juego la búsqueda de estrategias de resolución de problemas y de operaciones y donde el profesor o la profesora tendrá la oportunidad de orientar los aprendizajes determinados para la unidad.

Respecto de los nexos entre las operaciones aritméticas, es importante destacar que el trabajo sistemático en esta unidad apunta, por una parte, al reemplazo de una operación por otra o por secuencias de operaciones con el fin de facilitar los cálculos o de hacer evidentes los procedimientos involucrados. Al igual que en años anteriores, se pone énfasis en que los niños y niñas puedan optar entre diversos procedimientos y en que fundamenten siempre dichas opciones. Por otra parte, es fundamental ponerlos en la necesidad de reflexionar respecto de la pertinencia de sus procedimientos tanto como de los resultados que obtengan.

Finalmente, el énfasis del trabajo está puesto en la comprensión de la reversibilidad de los procesos. Es decir, si a partir de ciertos datos se puede llegar a la solución de un problema, otros datos nos obligan a hacer el proceso a la inversa. Se trata de que los niños y las niñas amplíen los conceptos de operaciones y comprendan las relaciones estrechas que hay entre la adición y la sustracción, y entre multiplicación y división. Se trata de proponerles numerosas situaciones que hagan evidente el carácter inverso de unas respecto de las otras y que los procesos son reversibles.

El tema de la divisibilidad está asociado al desarrollo de la habilidad de “adelantarse” a un resultado, es decir, apunta a que cuenten con una herramienta que permita decidir, sin calcular, si determinada acción es posible, en el contexto de un problema. De este modo, por ejemplo, antes de efectuar algún engorroso cálculo, es posible saber que no se puede repartir equitativamente \$943 entre 3 personas, tampoco entre 9, tampoco entre 6, etc.

### Actividades de aprendizaje

Resuelven situaciones que impliquen usar las unidades del sistema monetario nacional, establecen equivalencias entre ellas y realizan descomposiciones aditivas.

Ejemplos

1. Trabajan con catálogos de almacenes, casas comerciales, supermercados u otros negocios:

a) Seleccionan productos cuyos precios cumplan con condiciones dadas:

- que sea necesario pagar con más de un billete de 10.000;
- que se puedan pagar con menos de un billete de 5.000;
- que se puedan pagar exactamente con un billete de 1.000.

b) Utilizan monedas y/o billetes de papel, combinándolos de tres maneras diferentes, para pagar en forma exacta artículos cuyos precios se han entregado; registran la información en tablas como la siguiente:

Precios	Monedas y billetes						
	10.000	5.000	1.000	500	100	50	10
\$10.890	1			1	3	1	4
\$10.890		2		1	3	1	4
\$10.890		2	8				9

- Determinan si existen otras maneras de combinar billetes y monedas para alcanzar las cantidades dadas y fundamentan su respuesta.
- Escriben en forma de suma y de multiplicaciones todas las cantidades y las combinaciones que determinaron.

c) Representan precios:

- utilizando la menor cantidad de billetes posibles;
- utilizando la mayor cantidad de monedas y billetes posibles, excluyendo pagar sólo con monedas de \$1;
- utilizando solamente billetes de \$1.000; sólo monedas de \$5; etc.

### Comentarios

Esta actividad permite diagnosticar el manejo del sistema monetario nacional, ya utilizado en NB2.

Es interesante llevar a los niños y niñas a visualizar la utilidad de usar para sus cálculos valores correspondientes a “mitades” o “dobles” de otros.

Complementariamente, se pueden seleccionar sólo las monedas y billetes correspondientes a potencias de base 10 (10, 100, 1000 y 10000) con el fin de hacer relaciones con el sistema decimal de numeración y de evaluar el nivel de aprendizaje de este tema.

Por ejemplo, tres maneras:

$$10.890 = 10.000 + 500 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + 10 + 10$$

$$10.890 = (1 \times 10.000) + (5 \times 100) + (3 \times 100) + (9 \times 10)$$

$$10.890 = 10.000 + 500 + 300 + 50 + 40$$

Probablemente haya algunos precios imposibles de representar usando solamente billetes de mil pesos.

2. Realizan juegos de simulación como si estuvieran en un banco.

a) Asumen, alternadamente, el rol de cajero o cajera y de clientes.

La labor del o la cajera es entregar cambio en dinero efectivo de acuerdo a las solicitudes de los clientes, ya sea porque cambian o depositan un cheque o billetes; al final de la actividad, simulando el término de jornada, el cajero debe calcular el dinero y los cheques que recibió.

El cliente, por su parte, hace giros o depósitos señalando con cuáles billetes o monedas desea recibirlo, verificando que se le entreguen las cantidades correctamente.

Algunas tablas que ayuden a llevar registros pueden ser:

Tabla de registro de depósitos en efectivo	
300 monedas de \$100	\$ _____
56 billetes de \$1.000	\$ _____
15 billetes de \$10.000	\$ _____
550 monedas de \$50	\$ _____
71 billetes de \$5.000	\$ _____
<b>Total</b> de depósitos en efectivo	\$ _____
Tabla de resumen de depósitos en cheques	
cheque N° 000587	\$ 37.500
cheque N° 002395	\$ 1.000.500
cheque N° 033605	\$ 77.200
cheque N° 000587	\$ 6.440.150
<b>Total</b> depósitos en cheques	\$ _____
<b>Total</b> depósitos (efectivo + cheques)	\$ _____

b) Comentan la utilidad de registrar en tablas como las anteriores y sugieren otras que permitan tanto registrar como calcular en forma rápida.

De manera complementaria, se puede organizar una visita a un banco cercano.

Tablas como éstas se prestan para evaluar cómo están resolviendo multiplicaciones por múltiplos o por potencias de 10 trabajados en el nivel anterior.

Sin embargo, es importante permitir el uso de calculadora para, por ejemplo, obtener los totales. La calculadora es un instrumento de uso habitual en el comercio y en los bancos.

- Establecen los procedimientos de cálculo adecuados para comprobar que los subtotales corresponden al dinero entregado o recibido. Por ejemplo,

300 monedas de \$100	300 x 100 =
56 billetes de \$1.000	56 x 1.000 =
15 billetes de \$10.000	15 x 10.000 =
550 monedas de \$50	550 x 50 =
71 billetes de \$5.000	71 x 5.000 =
<b>Total de depósitos en efectivo</b>	

Recopilan y clasifican información cuantitativa referida a monedas de otros países para:

- establecer valores de cambio y relaciones de equivalencia con nuestra moneda;
- hacer cálculos aproximados y evaluar su pertinencia.

Ejemplos

1. Buscan en enciclopedias las monedas en uso en distintos países.
  - a) Escriben el nombre y las representan con un dibujo.
  - b) Consultan en una casa de cambio o en un diario los valores de cambio de monedas de otros países en relación al peso chileno. Presentan la información organizada en tablas tales como:

País	Moneda	Valor en pesos chilenos	
		Compra	Venta
Estados Unidos			
Argentina			
Alemania			
Brasil			
Perú			
Bolivia			
Francia			

- c) Comparan sus tablas y ordenan los valores incorporados de acuerdo a algún criterio e interpretan lo que significan los precios de compra y venta.

Para confirmar que el cajero entrega el dinero en los billetes o monedas pedidas por el cliente, las verificaciones que puede efectuar son similares a las presentadas en el ejemplo anterior, tal como:

Si entrega \$10.890

$$10.890 = (1 \times 10.000) + (8 \times 100) + (9 \times 10)$$

Si el establecimiento tiene Internet, el sitio <http://www.xtec.es/recursos/clic/esp/act/mates/index.htm> contiene actividades y un software que permite trabajar equivalencias con monedas. Posee también un paquete de actividades para comenzar a familiarizarse con el euro y conocer los países que lo utilizan.

El peso como unidad monetaria se utiliza en varios países, sin embargo, su valor y representación son diferentes. La tabla ayuda a hacer una síntesis de la información recopilada y se puede utilizar para resolver problemas como los que se sugieren más adelante.

Se pueden utilizar criterios como ubicación geográfica (europeos, sudamericanos, norteamericanos) o valor de su moneda en relación al dólar (de mayor a menor o viceversa).

Actividades como éstas se pueden trabajar en coordinación con el profesor o profesora de Estudio y Comprensión de la Sociedad.

- d) Construyen una tabla de equivalencias entre el peso chileno y el dólar americano, por ejemplo:

Dólares	Valor en pesos chilenos	
	Compra	Venta
1		
100		
200		
1000		

- e) Utilizando las tablas antes confeccionadas y los valores incorporados en ellas, organizados en grupo, resuelven situaciones problemas de compra o venta de moneda tales como:

- Para comprar 100 dólares ¿cuántos pesos chilenos se necesitan?, ¿y para comprar 100 pesos argentinos?, ¿y para comprar 25 dólares?
  - Si un turista tiene \$ 150.000 pesos chilenos y desea volver a su país con dólares, ¿cuántos dólares puede comprar, aproximadamente?
  - La señora Bernarda visitará Perú, Bolivia, Brasil y EE.UU; en cada país ha decidido gastar 50.000 pesos chilenos. Al realizar el cambio de moneda chilena a la moneda de cada país, ¿en cuál país recibe más dinero local?, ¿en cuál recibe menos?
- f) Buscan e intercambian situaciones problemas y preguntas similares a las anteriores en relación a las monedas de otros países. Se corrigen mutuamente.
- Reflexionan sobre la diferencia entre las preguntas de cambio de moneda chilena a extranjera y las preguntas de cambio de otras monedas a pesos chilenos; explican el tipo de cálculos que deben hacer en cada caso.
  - Hacen cálculos exactos y comparan con los resultados obtenidos en los cálculos aproximados y discuten en cuáles de las situaciones anteriores y similares es conveniente aproximar y cuándo es necesario hacer cálculos exactos y concluyen algunos criterios.

Se presenta como sugerencia el dólar, por ser una moneda usada en variadas transacciones comerciales; sin embargo, la tabla puede completarse con otras monedas del interés particular del grupo.

Tablas como éstas pueden ser completadas y analizadas utilizando software de planillas de cálculo. Eso permite ver gran cantidad de casos y no centrar la atención en largos cálculos con lápiz y papel.

A partir del precio de 100 dólares puede orientar el cálculo de 25 dólares como la cuarta parte del valor de 100, por ejemplo.

Es importante que los niños y niñas comprendan que una cantidad de dinero expresada con una cifra mayor en la moneda local no significa, necesariamente, que alcanza para pagar más cosas o para comprar más.

A las preguntas de compra de moneda extranjera con pesos chilenos se asocian cálculos de multiplicación o suma sucesiva. A las preguntas de venta con precios chilenos se asocian cálculos de división.

Interesante es la discusión acerca de la importancia de tener como referencia una moneda única (por ejemplo, el dólar).

2. Organizados en grupos, investigan sobre monedas europeas y su relación con el euro. En seguida calculan valores de cambio aproximados en relación al euro con el dólar y con el peso chileno.

Presentan su información al curso y en conjunto completan una tabla como la siguiente en la que establecen equivalencias simples:

Euro	Valor en dólares	Valor en pesos chilenos
1		
2		
200		
...		

- a) Organizados en grupo, crean preguntas o situaciones problemas basándose en la información de la tabla.
- b) Se intercambian las situaciones o preguntas, las responden haciendo cálculos exactos y comparan con los resultados obtenidos en los cálculos aproximados.
- c) Discuten en cuáles de las situaciones anteriores y similares es conveniente aproximar y cuándo es necesario hacer cálculos exactos y concluyen algunos criterios.

Recopilan documentos comerciales tales como boletas de cuentas de agua, luz, gas u otras para:

- interpretar y analizar la información;
- hacer cálculos aproximados.

Ejemplos

1. Observan y leen una boleta de consumo de luz.

- Determinan el significado de los datos numéricos que aparecen y los comentan. Luego responden preguntas tales como:

¿Cuál fue el consumo en el mes de la familia a la cual pertenece la boleta?

En el caso de que no se hubiese gastado energía ese mes, por ausencia de moradores, ¿cuánto se habría pagado?

Investigan en qué consiste la relación entre el consumo de verano y el de invierno y cuál es la incidencia en el precio en ambos períodos. Reflexionan sobre los propósitos de esta medida.

El euro como moneda de la Comunidad Económica Europea existe oficialmente desde enero de 1999. A partir de este hecho es interesante iniciar una discusión sobre la posibilidad de tener una moneda latinoamericana única, sobre cuál podría ser su nombre, etc.

Para los cálculos, se sugiere redondear las cantidades cada vez que sea conveniente.

Es importante que busquen criterios para clasificar el material recopilado. Por ejemplo, según el servicio (agua, luz, gas, etc.), por fechas, etc.

Es importante que se trabaje con boletas reales y observar el precio, el consumo, el gráfico, etc.

En las cuentas aparece la unidad de medida con la cual se mide el consumo, en este caso, kilowatts por hora. Temas como éste se pueden trabajar en coordinación con la profesora o el profesor de Estudio y Comprensión de la Naturaleza.

Se sabe que el consumo promedio en cada casa durante el verano influye en la fijación del máximo de energía eléctrica mensual que se puede consumir en invierno.

2. Observan varios recibos de cuentas de teléfono y realizan actividades como las siguientes:

- a) Comparan la información entregada en cada uno de ellos.
- b) Tomando la información de cada uno de los recibos, calculan la diferencia de consumo entre diferentes semanas y entre los horarios en que son efectuados los llamados para cada caso.
- c) Confirman si los subtotales que aparecen (por llamados en tarifa reducida, por ejemplo) son correctos utilizando la calculadora.
- d) Suponen que en una casa no se utiliza el teléfono por un mes: ¿Cuánto pagaría cada cliente? Explican los datos que consideraron para calcularlo.

Investigan con adultos los diferentes tipos de cheques y otros documentos bancarios, sus usos y forma de extenderlos.

Ejemplos

1. Elaboran y aplican una encuesta:

- Formulan preguntas que les permitan obtener información sobre los cheques.
- Leen y comentan las preguntas elaboradas, seleccionando las más adecuadas.
- Realizan una encuesta al menos a 3 adultos para obtener información en relación a los cheques.
- Organizan un plenario en el curso para compartir las respuestas.

2. Trabajan en parejas con formularios de depósito bancario y cheques. Se turnan para:

- completar depósitos y calcular el total a partir del desglose del dinero;
- practicar la extensión de cheques.

Es importante que se trabaje con boletas reales para analizar los diversos indicadores que aparecen en ellas.

Temas como éste son trabajados, también, en Estudio y Comprensión de la Sociedad. Es importante que se establezcan trabajos coordinados con la profesora o profesor de ese subsector. La conversación en algún punto puede referirse a los cheques sin fondo, el valor de la honestidad y la responsabilidad frente a otros en cualquier transacción comercial.

Es necesario que los niños y niñas cuenten con ejemplares reales de depósitos.

Esta actividad permite practicar descomposiciones aditivas de los números y escritura literal de ellos.

Pueden utilizar, también, sobres de depósitos que se utilizan en cajeros automáticos.

Traducen situaciones verbales simples a expresiones numéricas de adición o sustracción y, al revés, escriben situaciones que representen expresiones numéricas de adición o sustracción.

Ejemplos

1. Leen y comentan cada una de las siguientes situaciones que se refieren a movimientos bancarios de una cuenta de ahorro de un curso.

a) Sin resolverlas, escriben preguntas que pueden hacer para cada afirmación y una operación o una secuencia de operaciones que permita encontrar la respuesta.

- “De los \$2.000 que tenían ahorrado en mayo ahora sólo tienen \$500”.
- “No recuerdan con cuánto dinero se abrió la cuenta; sin embargo, recuerdan que ahorraron \$1.200 y llegaron a los \$2.000 en el mes mencionado”.
- “Desean reunir \$3.400 para el regalo de la profesora jefa y hasta el momento tienen \$500”.

b) Comparan las preguntas y las expresiones propuestas, determinan si existen preguntas diferentes cuya respuesta se pueda encontrar resolviendo las mismas operaciones. Explican por qué.

c) Trabajando en parejas:

- Buscan situaciones verbales como las presentadas en la letra (a). Formulan preguntas que puedan ser respondidas resolviendo sumas y/o restas.
- Las intercambian con otra pareja y escriben las expresiones numéricas que al ser resueltas permiten responder las preguntas.

d) Trabajando en grupos:

Buscan y escriben situaciones concretas que puedan ser representadas por expresiones numéricas como las siguientes:

$$102 + 48 = 150$$

$$300 - 120 = 180$$

$$300 - 70 - 50 = 180$$

$$500 + 50 - 80 = 470$$

Esta actividad se orienta a que visualicen el carácter inverso de la adición y la sustracción.

El análisis de cada situación es muy importante.

Se trata de que escriban operaciones que permitan expresar las relaciones numéricas que aparecen en cada situación y estén relacionadas con la pregunta que han formulado.

Por ejemplo, en el primer caso para la pregunta ¿cuánto hemos gastado? se podría escribir:  $2.000 - 500 =$  y también  $2.000 - X = 500$ .

Para contextualizar actividades como éstas, pueden utilizarse otras anteriores referidas a cambios de monedas.

Resuelven problemas de adición y sustracción que permitan constatar la reversibilidad de los procedimientos; comparten diferentes estrategias de solución.

### Ejemplos

- Distribuidos en grupos, leen la situación siguiente y realizan las actividades propuestas.

“El peso de los mamíferos al nacer es muy inferior a su peso de adultos”.

- Observan y comentan la siguiente tabla con los pesos de algunos animales domésticos y del ser humano al nacer y al llegar a la edad adulta.

Tabla de pesos		
	Al nacer	Edad adulta
Ternero	Entre 35 y 40 kg	450 a 550 kg
Tigre	Entre 1 y 2 kg	180 a 240 kg
Cerdo	Entre 1 y 2 kg	90 a 180 kg
Ser humano	Entre 3 y 4 kg	45 a 90 kg

- Responden a preguntas tales como:
  - ¿Cuántos kilos, aproximadamente, aumenta de peso cada especie?
  - ¿Qué cálculos hicieron para estimar el aumento?

Comparten sus procedimientos y determinan una expresión numérica que sea útil para encontrar el aumento de peso de cada especie.

- Averiguan qué sucede con otros mamíferos y agregan los datos a la tabla.

- Distribuidos en parejas, observan el siguiente esquema con algunas distancias aproximadas entre ciudades (los ★ indican las ciudades) y realizan las actividades propuestas.



- a) Determinan qué información nueva se puede obtener a partir de la entregada en el esquema.
- b) Se reúnen con otra pareja de compañeros o compañeras y comparten el producto de la actividad anterior. Se corrigen mutuamente y concluyen procedimientos para encontrar nueva información.
3. Distribuidos en parejas, leen la siguiente situación y realizan las actividades propuestas.

“Valeria ayudó a su mamá en la atención de su almacén. Para entregar las cuentas ordenadas elaboró una tabla. Después se las pasó a unos amigos y amigas con datos incompletos y les pidió que le ayudaran a completarla”.

- a) A Patricia y Jorge les dio la tabla siguiente y les pidió que le ayudaran a determinar con cuánto pagó cada cliente:

Paga con	Compra	Recibe de vuelto
\$	\$ 450	\$ 50
\$	\$ 450	\$ 550
\$	\$ 450	\$ 1.550
\$	\$ 670	\$ 4.330
\$	\$ 800	\$ 4.200
\$	\$ 2.350	\$ 2.650

Completan la tabla.

- b) Por su parte, a Fernanda y Tomás les pidió que le ayudaran a averiguar cuánto gastó cada cliente a partir de la siguiente tabla:

Paga con	Compra	Recibe de vuelto
\$ 500	\$	\$ 50
\$ 2.000	\$	\$ 550
\$ 5.000	\$	\$ 1.550
\$ 5.000	\$	\$ 4.330
\$ 10.000	\$	\$ 4.200
\$ 5.000	\$	\$ 2.650

¿Cuánto gastó cada persona?

- c) Comparan ambas tablas en relación a los datos entregados en cada una y en cuanto a la información que se pide completar en cada caso. Establecen las operaciones que realizaron para completar cada tabla y su relación

Es importante llevar a los niños y niñas a observar con atención el tipo de operación que hicieron para resolver en cada caso. También, orientarlos a encontrar la relación entre los datos de los cuales disponen y la operación que debieron resolver.

Traducen situaciones verbales simples a expresiones numéricas de multiplicación o división y, al revés, escriben situaciones que representen determinadas expresiones numéricas.

### Ejemplos

1. Distribuidos en grupos, leen la siguiente tabla y realizan las actividades propuestas a continuación:

El cliente cambia	El cajero entrega
\$ 20.500	205 monedas de \$ 100
\$ 50.000	10.000 monedas de \$ 50
\$ 180.000	12 billetes de \$ 10.000 y 60 billetes de \$ 1.000
\$ 600.000	560 billetes de \$ 1.000 300 monedas de \$ 100 y 200 monedas de \$ 50

- a) Escriben una operación que ayude a comprobar si la entrega del cajero es correcta en cada caso y, si no es correcta, corregirla.
- b) Comparan con otro compañero o compañera las operaciones propuestas y justifican su elección.
- c) Buscan las tablas similares que realizaron anteriormente (en las actividades en un banco o de cambios de monedas de distintos países) y escriben las divisiones y las multiplicaciones que permitieron encontrar cada uno de los resultados. Por ejemplo:

Tabla de registro de depósitos en efectivo	
300 monedas de \$ 100	\$
56 billetes de \$ 1.000	\$
15 billetes de \$ 10.000	\$
550 monedas de \$ 50	\$
71 billetes de \$ 5.000	\$
<b>Total</b> de depósitos en efectivo	\$

- d) Buscan y escriben situaciones concretas para expresiones numéricas como las siguientes:
 
$$100 \times 20 = 2.000$$

$$2.000 : 500 = 4$$

$$150 \times 5 \times 2 = 1.500$$

$$(2.000 : 20) \times 15 = 1.500$$

La idea es visualizar el carácter inverso de la división respecto de la multiplicación. Por lo tanto, el análisis de las expresiones es fundamental.

Otras tablas de cambios son las que relacionaban euro, dólar y peso chileno, o las de valor de venta y de compra del dólar en pesos chilenos.

Es muy importante que los niños y niñas se den cuenta de que para expresiones como las indicadas se puede crear una gran cantidad de situaciones diferentes.

## 2. Trabajando en parejas o en grupos:

- a) Leen y comentan situaciones como las siguientes y, sin resolverlas, escriben una expresión numérica que represente cada proposición.
- “Ayudé en una librería a empaquetar cuadernos para un pedido; hice montones de 5 libros y obtuve 12 paquetes”.
  - “Durante 5 días de la semana mi entrenamiento consiste en trotar 2 kilómetros cada vez”.
  - “Al repartir los juguetes para las sorpresas en 25 grupos de igual cantidad, me quedaron 4 juguetes en cada uno y me sobró uno”.
  - “Troté la misma cantidad de kilómetros en cada uno de los 30 días de entrenamiento, con lo que completé 90 kilómetros”.
  - “Tenía 35 cuadernos que guardar, hice paquetes de 5 cuadernos cada uno”.
- b) Comparan las expresiones propuestas y justifican su procedimiento.
- c) Buscan proposiciones verbales como las presentadas y las intercambian para escribir el ejercicio que traduce cada una.

Resuelven problemas de multiplicación y división que permitan constatar la reversibilidad de los procedimientos; comparten diferentes estrategias de solución.

### Ejemplos

1. Leen y comentan las siguientes situaciones y realizan las actividades presentadas a continuación.

- a) “Raúl compró 8 sobres con láminas, no tiene ninguna repetida y comienza a pegarlas en el álbum, pero se da cuenta que en vez de tener las 56 láminas esperadas sólo tiene 48”.

¿Cuántas láminas pensaba Raúl que debía recibir por sobre?

¿Cuántas láminas por sobre recibió realmente Raúl?

- b) "El amigo de Raúl compró 9 sobres con 10 láminas cada uno: ¿Cuántas láminas debe recibir el amigo de Raúl?".
- c) Analizan las dos situaciones planteadas, comparan los datos, las preguntas y las operaciones efectuadas para responderlas. Establecen las relaciones entre ambas.
- d) Basándose en las situaciones anteriores, buscan otras en las cuales los datos y las preguntas sean variadas. Escriben las operaciones que permitirían resolver la situación en cada caso. Completan una tabla como la siguiente con los datos y luego la analizan:

Nombre del niño o la niña	Cantidad de sobres	Láminas por sobres	Total de láminas
Félix			
Margarita			
Paloma			

Interpretan situaciones simples como multiplicación o como adición iterada, y otras como una división o como una sustracción iterada escribiendo la expresión numérica que le corresponde.

#### Ejemplos

1. Leen y comentan las siguiente situaciones y resuelven:

- a) "Fernando está ayudando a su mamá a empaquetar los 200 libros que decidió donar a la biblioteca del colegio. Debe decidir cuántos libros poner en cada paquete de manera que no queden muy pesados. El sabe que, en este caso, los libros tienen aproximadamente el mismo peso".
- Analizan las siguientes posibilidades para decidir la forma que les parece más adecuada para empaquetar los libros y explican sus razones.  
Posibilidades para empaquetar los libros:
    - 5 libros por paquete
    - 7 libros por paquete
    - 10 libros por paquete
  - Agregan otras formas diferentes de empaquetar los libros y deciden cuáles les parecen más adecuadas y explican sus argumentos.

El centro del análisis de estas situaciones está en las diferentes posibilidades de resolver una división o multiplicación.

Es importante que reflexionen respecto de si es necesario que todos los paquetes tengan la misma cantidad de libros, si conviene más que sean del mismo tamaño, o que pesen lo mismo y sobre las ventajas y desventajas de cada una de estas alternativas.

Algunas de estas posibilidades implican la interpretación del resto, como el caso de paquetes de 7.

En cuanto a los procedimientos de solución, es interesante analizar cuándo conviene ir restando, cuándo conviene dividir y cuándo estimar una cantidad posible para multiplicar por ella.

- b) “Los hermanos Jiménez están analizando cuánto gastan al mes en micro para ir y volver a la escuela.

Rosita dice: es fácil; debo multiplicar los días del mes que vamos a la escuela por lo que pagamos los dos diariamente en micro.

Su hermano, en cambio, prefiere sumar”.

Analizan y deciden quién tiene la razón. Explican por qué. Deciden cuáles, en su opinión, el procedimiento más rápido y cuál habrían usado.

- c) Buscan problemas como los presentados, los intercambian con otro grupo y escriben la o las operaciones que sirven para resolverlos.

2. Leen cada una de las situaciones que aparecen en las siguientes tarjetas y las expresiones presentadas en las tarjetas más pequeñas. Conversan y deciden como grupo cuáles situaciones se relacionan con cuáles expresiones. Presentan al curso una situación y las expresiones numéricas que permiten encontrar una respuesta.

Tarjetas:

En la distribuidora de huevos San Esteban tienen que entregar un pedido de 6 cajas, que en total contengan 72 huevos. Como existen cajas con diferentes capacidades, el encargado debe elegir la adecuada pero se olvidó de cómo hacerlo. ¿Qué operación aritmética realizarías?

$$72 : 12 =$$

$$12 \times 6 =$$

$$12 \times 72 =$$

En la distribuidora de huevos tienen que poner 72 huevos en cajas de una docena cada una. ¿Cuántas cajas necesitan?

$$72 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 =$$

La señora Filomena está verificando la entrega de huevos de este pedido. Registra que se entregaron 6 docenas y queda conforme. ¿De cuántos huevos era el pedido?

$$12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 =$$

$$72 : 6 =$$

En la distribuidora de huevos de San Esteban tienen que poner 72 huevos en 12 cajas. ¿Cuántos huevos caben en cada caja?

$$72 + 72 + 72 + 72 + 72 + 72 =$$

**Reflexionar cuándo conviene un procedimiento y cuándo otro.**

- a) Buscan y/o crean problemas simples para cada una de las siguientes expresiones, de manera que resolviéndolas se pueda encontrar una solución al problema.

$$180 - 20 - 20 - 20 - 20 - \underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$20 + 20 + 20 + 20 + \underline{\hspace{2cm}} = 180$$

$$20 \times 9 =$$

$$180 : 20 =$$

- Comparten en grupo los problemas y, si es necesario, los corrigen de manera que expresen lo que deseaban. Luego presentan uno de los problemas y las expresiones numéricas que se pueden usar para resolverlos.

Investigan y establecen regularidades de los números con apoyo de la calculadora, para determinar criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y por 10.

#### Ejemplos

1. Completan tablas como la siguiente, las analizan y responden preguntas como las propuestas.

Número	Al dividirlo por dos el resto es	Es divisible por 2		El último dígito del número es
		SI	NO	
364				
1.258				
122				
5.403				
2.583				
697				

- a) Observan la tabla anterior y responden:

Los números que son divisibles por 2, ¿qué tienen en común?

¿Qué conclusión pueden obtener a partir de ella? ¿Cómo pueden asegurar si un número cualquiera es o no divisible por 2?

- b) Con ayuda de la calculadora buscan 10 números de más de tres dígitos que sean divisibles por 2; luego por 3, luego por 5, por 9 y por 10. Los escriben en diferentes hojas, observan sus dígitos y establecen conclusiones.

Hacer notar que a una expresión se pueden hacer corresponder muchas situaciones diferentes.

Este tipo de actividades también puede apoyarse utilizando una planilla de cálculo.

Esta misma actividad se puede hacer con tablas que indiquen división por 3 u otros números.

En la tabla de división por 3, en vez de observar el último dígito es necesario sumarlos y observar el resultado. Si el resultado es divisible por 3, entonces, el número también lo es.

Pueden ir completando nuevas tablas. Lo más importante es apoyarles para que puedan encontrar regularidades.

Por ejemplo, que todo número divisible por 6 cumple con ser divisible tanto por 2 como por 3.

2. Escriben los múltiplos de 2, 3, 5, 9 y 10 comprendidos entre 100 y 150.

a) Observan los números obtenidos en cada conjunto y comentan. Responden preguntas tales como:

¿Cuál conjunto de múltiplos tiene un patrón constante en su último dígito?

Al sumar los dígitos de cada número, ¿cuáles conjuntos de múltiplos presentan una característica común?

3. A modo de competencia, por grupos cuentan partiendo de cero de acuerdo al número indicado por la profesora o profesor (por ejemplo, de tres en tres). Un alumno de otro grupo registra en el pizarrón los números.

A partir de un determinado número (por ejemplo, 72) continúa otro grupo.

Realizan lo mismo con otras secuencias.

- Posteriormente, mirando las sucesiones escritas en el pizarrón, responden preguntas como:

¿Puede el número 100 estar en la secuencia del tres? ¿Por qué?

¿Puede el número 74 estar en la secuencia del 5?

¿Puede haber un número impar en la secuencia del 6? ¿Qué relación tienen los números de la secuencia del 3 con los de la secuencia del 6?

¿Obtendríamos los mismos números en las secuencias (del 3 y de los otros números) si comenzáramos a contar, por ejemplo, a partir de 1? ¿Por qué?

- En grupo, redactan conclusiones que permitan determinar en forma rápida si un número es divisible por otro. Comprueban su conclusión escribiendo otros 5 números para cada caso.

Por ejemplo, que sea par; o 5; o 10, etc.

La suma de los dígitos de un número divisible por 3 es 3, 6 ó 9. En el caso de los divisibles por 9, la suma es 9.

En este caso se obtendría 4, 7, 11, etc., es decir, números no divisibles por 3.

Resuelven situaciones problemas que impliquen divisiones y que permitan:

- predecir si es o no posible hacer una división exacta;
- sistematizar diferentes estrategias para hacer las predicciones.

Ejemplos

1. Juegan con cartas o palitos de fósforos y dos dados.

**Las reglas del juego son:**

- Cada uno de dos jugadores pide una cierta cantidad de palitos de fósforos que no sobrepase los 80.
- Tira los dados y con la cantidad que indiquen, debe agrupar sus palitos, por ejemplo si sale un 2, deben formar parejas, si es un tres deben formar tríos, etc.
- Si después de formar los grupos no sobra ningún palito, entonces obtiene 10 puntos y puede seguir jugando.
- Cada vez que lo desee, pero antes de tirar los dados, puede pedir o entregar palitos.
- Gana el primero que acumule 100 puntos.

Completan una tabla con los resultados que van obteniendo, establecen conclusiones a partir de la observación de la tabla y respondiendo preguntas como:

¿Qué cantidad de palitos conviene pedir para asegurarse el máximo de posibilidades para ganar?

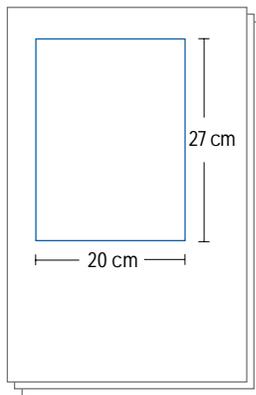
¿Pueden predecir con cuáles cantidades se tendrá éxito si el número de los dados suman 2 o suman 6, o suman 9?

2. Leen la siguiente situación y responden las preguntas:

“Tres amigos están preparando cada uno su colección de calcomanías para una exposición. Para ello cuentan con hojas del mismo tamaño hechas de un papel especial. Cada uno debe decidir cuántas calcomanías pondrá por página, con la única condición que cada página tenga la misma cantidad, no pongan menos de 4 calcomanías por página y que cada uno presente todas las calcomanías. Javier tiene 120 calcomanías; Marisol tiene 130 y Benjamín 110”.

**Las tres cantidades suman 360, lo cual es divisible por seis; si uno regala a otro tantas como para tener 120 cada uno, se cumple la condición.**

- a) ¿Cuáles son las diferentes posibilidades que tiene cada uno de distribuir las calcomanías en hojas de manera que se cumplan las condiciones?
- b) Si los tres quisieran presentar la misma cantidad de calcomanías por página, ¿cuántas podrían poner por página?  
¿Pueden poner seis, por ejemplo, y que se cumplan las condiciones? Justifiquen su razonamiento.
- c) Investigan si es posible que cada uno pegue 6 calcomanías por página al redistribuirlas de alguna manera (por ejemplo, si se regalan calcomanías entre ellos; si las juntan todas y se las distribuyen en partes iguales).
3. Raúl tiene varias hojas para dibujar en las cuales el rectángulo marcado mide 20 cm por 27 cm:



- a) En una hoja decide dibujar líneas verticales que se ubiquen a la misma distancia unas de otras sin que sobre espacio en los bordes del rectángulo.  
  
¿Cada cuántos centímetros puede hacer las líneas? Escriben todas las distintas posibilidades.  
  
¿Se pueden hacer líneas cada 3 cm? ¿Cómo se puede saber si es posible o si no lo es?
- b) En la misma hoja desea dibujar líneas horizontales que se ubiquen a la misma distancia unas de otras sin que sobre espacio en los bordes del rectángulo.

La idea es que predigan, sin hacer cálculos. Pueden comprobar usando la calculadora.

Proponer otras cantidades como: 65, 66, 67, 68 para que hagan predicciones. Pueden completar una tabla con la información.

Esta actividad puede ser realizada con apoyo de algún programa de dibujo como el ClarisWorks, que permite copiar y mover líneas.

Las diferentes posibilidades se pueden presentar en una tabla.

En este caso, es necesario decidir por qué números es divisible el 20, incluido el 1 (los demás son 2, 5 y 10).

En este caso tienen que determinar los números que dividen 27 (1, 3 y 9).

¿Cada cuántos centímetros se pueden hacer las líneas? Presentan todas las posibilidades.

¿Se pueden trazar líneas cada 5 centímetros y se cumplan las condiciones que desea? ¿Cómo se sabe si es o no es posible?

Plantean y resuelven problemas que impliquen utilizar criterios de divisibilidad para estimar y encontrar la solución. Investigan procedimientos para resolverlos.

#### Ejemplos

- Buscan al menos cuatro números divisibles por 2 que se pueden formar combinando los dígitos 4 – 6 – 3.
  - Comparan sus listados y los completan de modo de tener todos los números divisibles por 2 que se puedan formar.
  - Suman a los números anteriores el menor dígito posible de modo que queden divisibles por 3. Fundamentan sus resultados.
- Buscan diferentes números de seis cifras que sean divisibles por:
  - 2 y 3 a la vez;
  - 5 y 10 a la vez;
  - 2, 3, 5 y 10 a la vez.
- Determinan el dígito que es necesario suprimir para transformar el número 5.702 en un número de tres cifras y divisible por 9: Comprueban que hay un sólo dígito que permite satisfacer las condiciones dadas y fundamentan.

Resuelven problemas que permitan utilizar métodos de exploración, como ensayo y error, que desafían el ingenio y/o problemas que permitan elaborar sistemáticamente una estrategia.

#### Ejemplo

Leen y analizan la siguiente situación y luego desarrollan actividades como las propuestas:

“Loreto está revisando su caja con fichas y descubre que al hacer montones con 5 fichas cada uno, le sobran 2 fichas y que al hacer montones con 2 fichas cada uno, le sobra 1 ficha”.

Esta actividad es propicia para evaluar el proceso, detectar carencias y crear otras situaciones con el fin de corregirlas.

Pueden combinar dos o tres de los dígitos.

En este caso deben encontrar una suma de los dígitos que sea divisible por 3.

Se les puede pedir que escriban sus fundamentos o que las discutan oralmente en su grupo.

En este caso no se trata de restar un dígito sino que de transformar el número en uno de tres cifras.

Se puede modificar proponiendo que se desafíen en parejas o en grupos.

Es particularmente importante en este problema observar el tipo de procedimiento que utilizan los niños y niñas, con el fin de apoyarlos en el desarrollo de un trabajo ordenado y sistemático.

- a) Si en total hay más de 10 y menos de 20 fichas, ¿cuántas fichas tiene?
- b) ¿Cuántas fichas habría en la caja en cada uno de los siguientes casos?
- Si en total hay **más** de 10 pero **menos** de 30 fichas.
  - Si en total hay **más** de 10 pero **menos** de 40 fichas.
  - Si en total hay **más** de 10 pero **menos** de 50 fichas.
  - Si en total hay **más** de 10 pero **menos** de 70 fichas.
- c) Comentan las estrategias usadas para encontrar cada vez los totales. Escriben la secuencia numérica que se forma, buscan y establecen patrones. Escriben conclusiones.

Se espera que, con más o menos apoyo, logren encontrar una regularidad, un patrón, que permita establecer una regla general.

Si es necesario, apoyarlos restringiendo los intervalos (acotar a, por ejemplo, entre 50 y 60, etc.) para luego ir ampliándolos.

Finalmente, preguntarles, por ejemplo, cuántas fichas podría tener si en la caja hay entre 100 y 130.

## Actividades de evaluación

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que pueden ser incorporadas en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo.

En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

Ejemplos de actividades y problemas	Indicadores/observar que:
<p><b>Resuelven problemas que impliquen realizar equivalencias en el sistema monetario nacional.</b></p>	
<p>Ejemplos</p>	
<p>1. Los 20 socios del Sindicato de Don José obtuvieron un premio de 50 millones de pesos en un juego y están imaginando diferentes maneras de explicar a sus compañeros cuánto dinero representa esa cantidad. Ayúdale a encontrar algunas:</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Puede explicar la situación con sus propias palabras.</li> </ul>
<p>a) ¿Cuántos billetes de \$10.000 tendría?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza secuencias de operaciones adecuadas para responder las preguntas.</li> </ul>
<p>b) ¿Cuántos de \$5.000?, ¿y si piensa en billetes de \$1.000 ó de \$500?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Considera la cantidad de dinero que habría ganado cada socio y usa ese dato para resolver.</li> </ul>
<p>c) Piensa en posibles distribuciones del premio: ¿Durante cuántos días podría disponer cada socio de \$50.000 para gastar? ¿A cuántos meses corresponde, aproximadamente? ¿Y a cuántos años?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa correctamente la equivalencia entre meses y años.</li> </ul>
<p>¿Durante cuántos meses y años podrían gastar \$500.000 al mes?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Considera correctamente la parte que le correspondería.</li> </ul>
<p>d) Si fueras tú una de las personas que ganó el premio: ¿En qué tipo de billetes pedirías el dinero? ¿Por qué?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escribe una multiplicación y una división.</li> </ul>
<p>Escribe dos operaciones diferentes que muestren que la cantidad de billetes corresponde al total de tu premio.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea una estrategia de solución.</li> </ul>
<p>¿Cómo distribuirías tú esa cantidad de dinero?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica sus procedimientos.</li> </ul>
<p>¿Qué cosas podrías comprar para gastarlo todo?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza correctamente los cálculos.</li> </ul>

**Resuelven problemas que permiten reemplazar un procedimiento por otro basándose en los nexos entre las operaciones.**

Ejemplos

1. El papá de Javiera estimó que si pagaba con 1 billete de 10.000 pesos las 15 bebidas que compró para la fiesta de su hija le darían de vuelto 250 pesos. Sin embargo, se sorprendió al recibir sólo 100 pesos de vuelto.

Al preguntarle a la cajera, ella le dijo que la máquina no se equivocaba; pero quiso confirmar el precio unitario que aparecía en el cartel de la estantería de bebidas.

Efectivamente, había una diferencia y, finalmente, la cajera respetó el precio del cartel, entregando los 250 pesos de vuelto.

- a) Realiza una caricatura de la situación.
- b) ¿Cuál es el precio por unidad en el cual se basó el papá de Javiera?  
Explica cómo lo averiguaste.
- c) ¿Cuál es el precio por unidad que calculó inicialmente la cajera en la máquina?  
Explica cómo lo averiguaste.
2. En el Museo Histórico Nacional se tienen las siguientes estadísticas de las visitas realizadas durante el mes de enero. Para un mejor análisis interno del servicio se ha organizado en distintas categorías la información referente a los asistentes.

Mes	Usuarios entrada pagada		Usuarios entrada liberada		Total de visitas
	menores	adultos	domingos y festivos	colegios y otros	
Enero	1.038	1.816	509	-	5.072

- Incluye los datos numéricos relevantes para la solución del problema.
- Plantea una estrategia de solución.
- Explica sus procedimientos.
- Realiza correctamente los cálculos.
- Plantea una estrategia de solución.
- Explica sus procedimientos.
- Realiza correctamente los cálculos.

- a) Con la información presentada, ¿puedes encontrar el dato que se omitió? Si es así, ¿cómo lo harías?
- b) Si sabes que la entrada tiene un valor de \$500 por persona adulta:
- ¿Puedes saber el total recaudado?
  - Agrega un dato necesario para responder esta pregunta.
  - ¿Qué otro dato, distinto al que agregaste, se podría haber considerado? Explica por qué.
- Plantea una estrategia de solución.
  - Explica sus procedimientos.
  - Realiza correctamente los cálculos.
  - El dato agregado es adecuado.



## Unidad 2

# Multiplicación y división de fracciones

### Contenidos

- Análisis de las relaciones entre factores y productos y entre los términos de una división y el cociente en diferentes casos, cuando intervienen cantidades menores a 1.
- Cálculo de productos y cocientes en contextos para observar regularidades y establecer procedimientos convencionales.
- Resolución de problemas en contextos geométricos y numéricos.
- Representación gráfica de situaciones que impliquen operaciones con fracciones.
- Expresión de acciones de fraccionamiento como adiciones, sustracciones, productos o cocientes de números naturales por fracciones o de fracciones por fracciones.

### Aprendizajes esperados

Las alumnas y los alumnos:

1. Resuelven problemas multiplicando:
  - números naturales por fracciones menores que 1;
  - fracciones por fracciones menores que 1.
2. Resuelven problemas dividiendo:
  - números naturales por fracciones menores que 1;
  - fracciones por fracciones menores que 1.
3. Comprenden el significado de multiplicar o dividir por fracciones menores que 1; predicen y estiman resultados.
4. Representan gráficamente resultados de operaciones con fracciones.

### Orientaciones didácticas

Hasta ahora los niños y las niñas se han visto enfrentados a situaciones que involucran fracciones realizando acciones concretas y gráficas de fraccionamiento, resolviendo problemas que requieren de sumar o restar fracciones, encontrando el complemento de una fracción respecto de la unidad, trabajando con objetos y colecciones.

En este nivel, se continúa el trabajo en el sentido en que se ha venido realizando, ampliándolo a situaciones en que es necesario efectuar multiplicaciones o divisiones con el fin de que los niños y niñas, al mismo tiempo que aprenden a resolverlas, reflexionen sobre los efectos que produce multiplicar o dividir por fracciones.

Al trabajar con números naturales, la multiplicación y la división tiene los efectos de acrecentar y disminuir, respectivamente. Es decir, una multiplicación por un número natural hace que el resultado sea mayor que la cantidad de la partida (ya sea el cardinal de una colección o el resultado de una medición). Una división hace que cada parte obtenida sea menor que la cantidad inicial (es decir, que la cantidad que fue repartida). El efecto de estas operaciones con fracciones, es el contrario. Y esto suele pasarse por alto en la enseñanza, intentando hacer de manera más bien mecánica una ampliación de las operaciones con naturales a aquéllas en que intervienen fracciones. No obstante, analizar las relaciones particulares que ocurren en este ámbito constituye la base para comprender, por ejemplo, por qué para dividir un número cualquiera (natural o fraccionario) por una fracción suele invertirse el segundo factor y luego se multiplica.

Para acercar a los niños y niñas al estudio de las multiplicaciones y divisiones con fracciones se propone enfrentarlos a múltiples y variadas situaciones que progresivamente vayan poniendo en evidencia su carácter particular, diferente de las operaciones que habían realizado hasta ahora. Se trabajará, en consecuencia, a partir de múltiples situaciones habituales y/o muy cercanas a ellos, en contextos de colecciones, de objetos fraccionables (fáciles de graficar) y de medición. Se insiste en la necesidad de proponer una gran variedad de casos debido a que las operaciones con fracciones tienen múltiples facetas que van quedando en evidencia sólo en la medida en que se van enfrentando a los problemas. Algunos aspectos son más visibles en representaciones con superficies, otros lo son sobre una recta numérica y otras se deben visualizar en representaciones concretas.

En definitiva, el énfasis del trabajo en esta unidad no está puesto en la enseñanza de algoritmos convencionales, sino que, más bien, en la comprensión de las relaciones involucradas en diversas situaciones problemáticas para, sobre esa base, finalmente conocer y utilizar los algoritmos.

### Actividades de aprendizaje

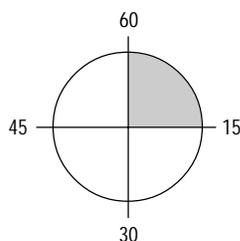
Analizan y representan en forma gráfica situaciones que se resuelven multiplicando una fracción por un número natural.

Ejemplos

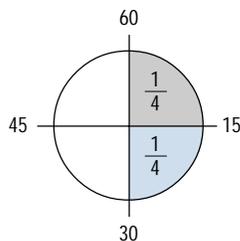
1. Leen y comentan la siguiente situación:

“Durante un experimento, después de 15 minutos del inicio y luego cada  $\frac{1}{4}$  de hora sucesivamente, se deben poner gotas de agua a una mezcla”.

a) Representan  $\frac{1}{4}$  de hora. Por ejemplo, en un reloj:



b) Representan el tiempo transcurrido desde la primera hasta la segunda aplicación. Por ejemplo,



c) Responden a preguntas como las siguientes:

¿Cuánto tiempo transcurre desde el inicio del experimento hasta la cuarta aplicación de agua?

¿Después de cuánto tiempo le corresponde la 10ª aplicación?

### Comentarios

El propósito de la actividad es que visualicen la multiplicación de una fracción por un número natural como “suma repetida”, aspecto ya trabajado en la multiplicación de números naturales.

La idea es que la cantidad de veces que dibujan cada cuarto de hora lo asocien al factor entero y lo asocien con una adición simple de sumandos repetidos  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

También pueden representarlo en una recta numérica.

Se sugiere repetir el ejemplo o hacer otro similar con otras fracciones de 1 hora.

Se trata de que los niños y las niñas se den cuenta, apoyándose en las representaciones, que se va repitiendo el cuarto de hora según el número de aplicaciones. Por ejemplo, primera aplicación:  $\frac{1}{4}$  de hora; segunda aplicación:  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  de hora, es decir,  $\frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$ , o sea, media hora.

$\frac{1}{4} \times 10 = \frac{10}{4}$ , es decir, 2 horas y media.

d) Completan una tabla con la información anterior.

Aplicaciones	Tiempo transcurrido desde el inicio
1	
2	
3	
4	
5	
6	

e) Si las gotas se administraran después de 45 min y sucesivamente cada  $\frac{3}{4}$  de hora, ¿cuál sería el tiempo transcurrido desde la primera aplicación hasta la quinta?

Completan una tabla como la siguiente:

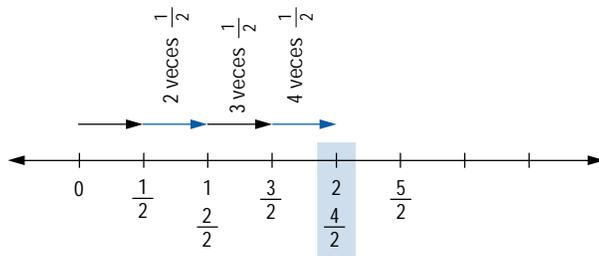
Aplicaciones	Tiempo transcurrido desde el inicio
1	$\frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$
2	$\frac{3}{4} \times 2 =$
3	
4	
5	

Es muy importante que los niños y niñas apoyen su razonamiento y cálculos en representaciones concretas o gráficas y escriban la adición iterada. Posteriormente, en asociación con la multiplicación de dos números naturales, escriben la multiplicación.

2. Representan en una recta numérica multiplicaciones como las siguientes:

- $4 \times \frac{1}{2}$  como 4 veces  $\frac{1}{2}$
- $3 \times \frac{1}{2}$  como 3 veces  $\frac{1}{2}$
- $2 \times \frac{1}{2}$  como 2 veces  $\frac{1}{2}$
- $1 \times \frac{1}{2}$  como 1 vez  $\frac{1}{2}$

Por ejemplo,



Comparten y discuten sus representaciones. Explican sus procedimientos.

Es muy importante que los niños y niñas expresen oralmente lo que van haciendo.

Representan en forma gráfica y resuelven situaciones que impliquen la multiplicación de un entero por una fracción; la interpretan como “la fracción de un número” y la comparan con la multiplicación en los números naturales.

### Ejemplos

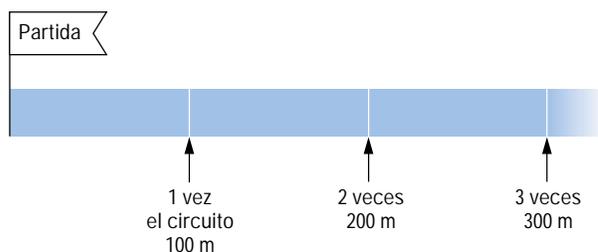
#### 1. Leen y comentan la siguiente situación:

“En una presentación canina los perros deben recorrer un circuito de 100 metros con diferentes obstáculos; todos obtienen premios, pero éstos son diferentes dependiendo del recorrido que logren. Para repartir los premios es necesario calcular cuántos metros alcanzó a recorrer cada uno”.

Los datos se presentan en la siguiente tabla:

Perros	Cantidad de vueltas al circuito
Laika	4
Nerón	3
Negrita	2
Lassie	1
Sandokan	$\frac{3}{4}$
Pulguín	$\frac{1}{2}$
Terrible	$\frac{1}{3}$
Pillita	$\frac{1}{4}$

- a) Representan gráfica o concretamente el recorrido de cada uno de los perros en el circuito, dibujándolo o utilizando un cordel. Por ejemplo,



Estas actividades apuntan a definir la multiplicación por una fracción como equivalente a calcular “una (o varias) partes de...”

- b) Utilizando la representación, completan la tabla con lo que alcanza a recorrer cada perro y registran la información en una tabla como la siguiente.

Perros	Cantidad de vueltas al circuito	Extensión del circuito	Total de metros recorridos
Laika	4	100 m	400
Nerón	3	100 m	
Negrita	2	100 m	
Lassie	1	100 m	
Sandokan	$\frac{3}{4}$	100 m	
Pulguín	$\frac{1}{2}$	100 m	
Terrible	$\frac{1}{3}$	100 m	
Pillita	$\frac{1}{4}$	100 m	

- c) Explican cómo obtuvieron los metros recorridos por cada perro.
- d) Observan cada total y responden si es mayor o menor comparado con los 100 m que corresponden a la pista completa.
- e) Escriben conclusiones señalando cuándo el resultado es mayor a 100 m y cuándo es menor.

Representan en forma gráfica y concreta situaciones que impliquen la multiplicación de dos fracciones y discuten procedimientos convencionales de cálculo.

#### Ejemplos

1. ¿Qué parte de cada parcela está sembrada de papas?

Leen las siguientes situaciones y las representan utilizando papel lustre como se indica.

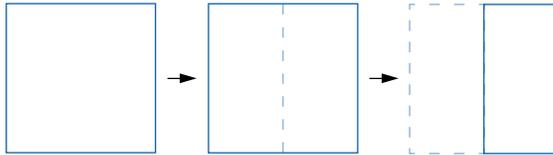
- a) La parcela de Don Juan:  
"La mitad de su parcela tiene terreno cultivable".

Para esta parte de la actividad, es conveniente que usen varios cordeles para representar la situación. De ese modo, juntando 4 obtendrán el equivalente a 400 m. Del mismo modo, doblando uno por la mitad podrá obtener el equivalente a la mitad del circuito. En este momento, o en la parte que sigue, se introduce la escritura  $100 \times \frac{1}{2} = 50$  asociándola a "la mitad de 100".

Se trata de comparar ambas multiplicaciones. Al multiplicar por un número natural se obtiene una cantidad mayor. Al multiplicar por una fracción menor que 1 se obtiene una cantidad menor, es decir, es "una parte del total".

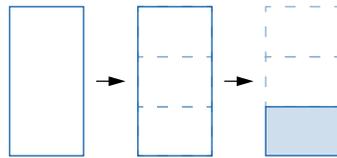
Es importante que los niños y niñas perciban que las representaciones no corresponden necesariamente a la forma en que están distribuidos los cultivos en la parcela pero que permiten hacerse una idea de la superficie que ocupan.

Para representarlo toman un cuadrado, que representa la parcela completa, y luego lo doblan por la mitad de la siguiente forma:



“De esa parte,  $\frac{1}{3}$  está sembrado con papas.”

Para representarlo doblan en tres partes iguales la mitad anterior (que representa el “terreno cultivable”):



Pintan la parte que representa la siembra de papas.

¿Qué parte de la parcela completa está sembrada de papas?

Para saberlo abren el papel, lo observan y responden:



¿Qué fracción del papel está pintada?

- Leen y discuten la siguiente conclusión:  
“Entonces, un tercio de la mitad de la parcela, corresponde a  $\frac{1}{6}$  de la parcela. Es decir,  $\frac{1}{3}$  de  $\frac{1}{2}$  es igual a  $\frac{1}{6}$ ”.
- Resuelven en el grupo: ¿Qué parte de la parcela está destinada a los animales si se utiliza para ello la mitad de la mitad? Escriben su conclusión.

El papel se puede doblar también por la diagonal. No obstante, para los propósitos de la actividad conviene considerar el doblar que se propone.

Es importante que los niños y niñas hagan dibujos con regla y escuadra con el fin de que enfrenten las dificultades y determinen estrategias más convenientes. No obstante, se puede apoyar las actividades como éstas con programas de dibujo como ClarisWorks.

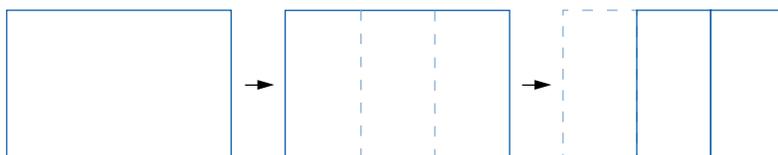
A partir de situaciones como ésta se introduce la notación

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ , correspondiente a “un medio de un tercio”. Se propone cómo hacerlo al final de esta actividad.

b) Parcela de la señora Benita:

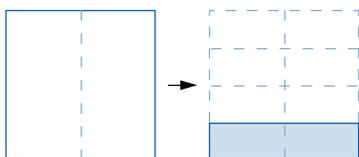
“Dos tercios de su parcela corresponden a terreno cultivable”.

Representan el terreno cultivable plegando un papel lustre.



“De esa parte,  $\frac{1}{4}$  está sembrado con papas”.

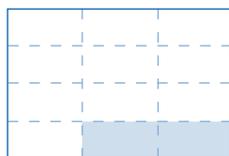
Para representarlo, vuelven a doblar el papel en 4 partes iguales:



La parte pintada representa la parte sembrada de papas.

¿Qué parte de la parcela está sembrada de papas?

Abren el papel y responden:



¿Qué fracción del papel está pintada?

- Leen y discuten la siguiente conclusión:  
“Entonces, un cuarto de dos tercios de la parcela corresponde a  $\frac{2}{12}$  de la parcela completa, es decir,  $\frac{1}{4}$  de  $\frac{2}{3}$  es igual a  $\frac{2}{12}$  o  $\frac{1}{6}$ ”.
- Resuelven en grupo: ¿qué parte de la parcela de la señora Benita está sembrada con sandías si utiliza para ello  $\frac{1}{2}$  del terreno cultivable (que son  $\frac{2}{3}$  de la parcela)?

Tener especial cuidado cuando se doble en tercios y se dejen sólo  $\frac{2}{3}$  del papel lustre a la vista. Es sobre esa parte que se deben hacer los dobleces siguientes.

Si los dobleces de los cuartos fueron hechos en otro sentido se obtendrá directamente  $\frac{1}{6}$ . Hacer notar que ambas fracciones son equivalentes.

- c) Analizan expresiones como las siguientes obtenidas de las situaciones anteriores:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 1}{3 \times 4} = \frac{2}{12}$$

Revisan los resultados que obtuvieron en las situaciones anteriores y escriben las multiplicaciones.

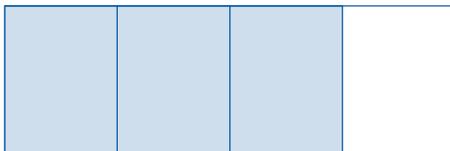
- d) Resuelven multiplicaciones de fracciones y completan una tabla como la que sigue:

Situación	Multiplicación	Resultado
Un tercio de la mitad	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$
Un cuarto de la mitad		
La mitad de dos tercios		
Un cuarto de dos tercios		
Un tercio de dos tercios		
Un tercio de un tercio		

Comparan el resultado con cada uno de los factores de la multiplicación, estableciendo si es menor o igual. Explican por qué el resultado es menor que cada factor.

2. En un sexto básico,  $\frac{3}{4}$  partes del curso practica algún deporte.

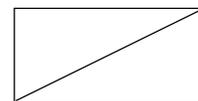
- a) Observan este diagrama en el que las regiones pintadas representan la parte del curso que practica deportes.



Se trata de que visualicen que, a diferencia de la multiplicación con naturales, el resultado de estas multiplicaciones es menor porque se está calculando “una parte de...”

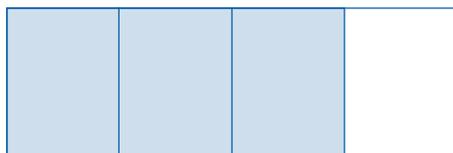
Podría además darse un total de alumnos que practica deportes, por ejemplo 32, para calcular el número de alumnos en cada caso.

Hay otras maneras de hacer la representación de  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{3}{4}$ . Por ejemplo, en este caso, el rectángulo que muestra el grupo que practica deportes podría ser dividido por una diagonal para representar la mitad de 32.



b) De quienes practican deporte, la mitad juega fútbol.

Marcan en el dibujo, de la manera más conveniente, la fracción del curso que juega fútbol y responden:



¿Qué parte del curso practica fútbol?

c) Representan otros cursos en los cuales  $\frac{2}{3}$  de cada uno de ellos practica algún deporte y se dan los siguientes casos:

- En un curso, de los  $\frac{2}{3}$  que practican deportes, la cuarta parte juega vóleybol. ¿Qué parte del total del curso practica vóleybol?
- En otro curso, de los dos tercios que practican deportes, sólo un quinto juega fútbol. ¿Qué parte del total del curso juega fútbol?

d) Analizan expresiones como la siguiente, obtenida de una situación anterior:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$$

e) Revisan los resultados que obtuvieron en todas las situaciones anteriores y escriben las multiplicaciones.

f) Resuelven multiplicaciones de fracciones y completan una tabla como la siguiente:

Situación	Multiplicación	Resultado
La mitad de $\frac{3}{4}$ del curso	$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$
Un cuarto de los $\frac{2}{3}$		
La quinta parte de dos tercios		
La mitad de dos tercios		

- Comparan sus resultados.
- Comparan los resultados con cada uno de los factores estableciendo si es menor o igual. Explican por qué el resultado es menor.

No obstante, eso no facilita la visualización de la fracción del curso que juega fútbol.

El dibujo se puede marcar dividiendo los tres cuartos (región oscura) en forma horizontal y pintando una de las partes resultantes. Lo que queda pintado de dos colores o formas representa el grupo que juega fútbol.

Se introduce la notación  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$  para expresar la operación.

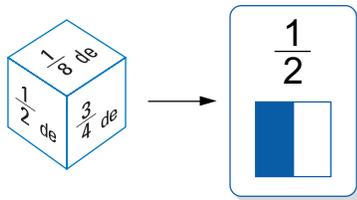
Anticipan resultados de multiplicaciones en las que intervienen fracciones menores que 1 determinando un rango numérico en el que se ubicarían los resultados, fundamentan y comprueban.

#### Ejemplos

Juegan a anticipar resultados de multiplicaciones jugando con naipes y un dado de fracciones.

- Lanzas el dado.
- Sacan una tarjeta.
- Estiman o calculan la parte indicada en el dado de la fracción indicada en la tarjeta.

Por ejemplo:



- Comparan sus estimaciones y los rangos en que se ubican. Eligen el más cercano al resultado exacto.

Representan en forma gráfica situaciones que impliquen dividir por una fracción para interpretarla como reparto y compararla con la división en los números naturales.

#### Ejemplos

1. Leen y comentan la siguiente situación:

“En un campamento hay que repartir un total de 12 panes entre distintas cantidades de personas todos los días. Alfredo quiere hacer una tabla y saber para cuántas personas le alcanza el pan repartiéndolo de diferentes maneras:

Alfredo piensa:

Si le doy 4 panes a cada uno alcanza para 3 personas.

Si le doy 3 panes a cada uno alcanza para 4 personas.

Si le doy 2 panes a cada uno alcanza para 6 personas.

Si le doy 1 pan a cada persona alcanza para 12”.

Orientar a los niños y niñas a señalar rangos razonables. Por ejemplo,  $\frac{1}{3}$  por  $\frac{1}{2}$  está entre 0 y 1, pero también se puede ubicar en un rango más preciso: entre 0 y  $\frac{1}{2}$  y entre 0 y  $\frac{1}{3}$ .

Juegan a anticipar resultados de multiplicaciones jugando con naipes y un dado de fracciones.

#### Materiales:

- Dado: cada cara debe tener la siguiente indicación

cara A  $\frac{1}{2}$  de...

cara B  $\frac{1}{4}$  de...

cara C  $\frac{1}{8}$  de...

cara D  $\frac{3}{4}$  de...

cara E  $\frac{1}{3}$  de...

cara F  $\frac{1}{6}$  de...

- Naipes o tarjetas con las siguientes fracciones y sus respectivas representaciones:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$ , 1 unidad y 3 unidades.
- Tarjeta control con los resultados exactos.

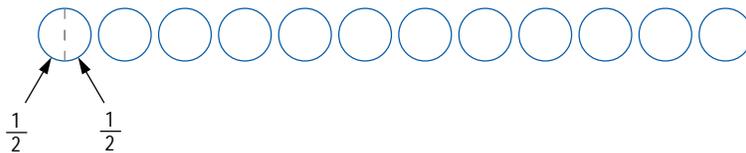
En esta primera parte de la situación la división se hace sobre un conjunto discreto (12 panes).

“O sea, le dice una niña, vas dividiendo así:

$$12 : 4 = 3; \quad 12 : 3 = 4; \quad 12 : 2 = 6; \quad 12 : 1 = 12$$

¿Y para cuántas personas alcanza si divides cada pan por la mitad?”

- Representan la repartición de medio pan para cada persona utilizando hojas de papel o dibujos como el siguiente:



Responden: ¿Para cuántas personas alcanzaría todo el pan repartiéndolo de esta manera?

- Responden: ¿Para cuántas personas alcanzaría si dividiera cada uno de los panes en trozos de  $\frac{1}{4}$ ?

Usan hojas de papel para representar cada pan y realizan de manera concreta el reparto del conjunto de los 12 panes.

Dibujan el reparto.

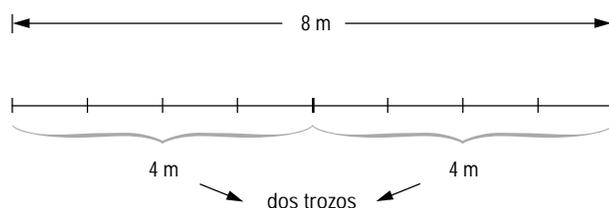
- Responden: ¿Para cuántas personas alcanzaría si repartieran trozos de  $\frac{3}{4}$  de cada pan?

Representan la repartición, discuten sus procedimientos y escriben conclusiones.

2. Leen y grafican la siguiente situación:

“Felipe tiene un cordel de 8 metros de largo.

El desea saber cuántos trozos podría obtener si lo divide en trozos más pequeños que 1 metro. Felipe piensa: ‘si lo divido en trozos de 4 metros obtengo dos pues 8 dividido por 4 es igual a 2’. O sea, lo puedo dibujar así”:



Ahora se divide un todo continuo: cada uno de los panes.

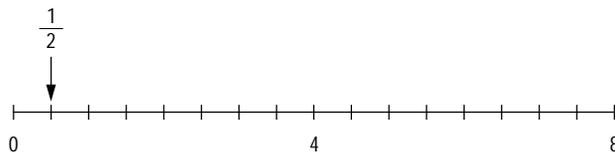
Los niños y niñas pueden buscar diferentes maneras de representar la repartición. Lo importante es que se den cuenta de que la división se hace sobre 1 unidad. En este caso, se divide cada uno de los panes.

Una idea interesante de discutir con los estudiantes es que mientras más pequeños sean los trozos de pan, alcanza para más personas. No obstante, al mismo tiempo, cada persona recibirá menos pan.

¿Cuántos trozos se obtienen si lo reparte en pedazos de  $\frac{1}{2}$  metro, o sea, si se divide por  $\frac{1}{2}$ ?

- Representan con ayuda de un cordel las siguientes posibilidades:  
Dividirlo en trozos de 2 metros  
Dividirlo en trozos de 1 metro  
Dividirlo en trozos de  $\frac{1}{4}$  de metro

Por ejemplo,



¿Cuántos trozos de cordel obtendría si dividiera el cordel en pedazos de  $\frac{1}{4}$  de metro?

Usan un cordel o una huincha de papel para representar la división de 8 m por  $\frac{1}{4}$ .

Dibujan el reparto en trozos de  $\frac{1}{4}$  m.

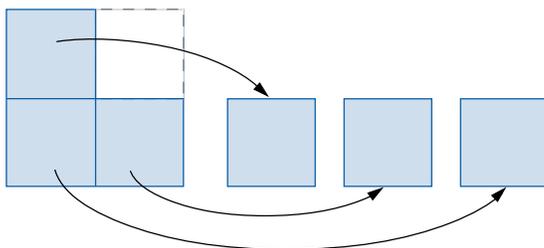
Analizan y representan en forma concreta y gráfica situaciones que impliquen la división de dos fracciones y discuten el procedimiento convencional de cálculo.

Ejemplos

1. Leen y comentan la siguiente situación:

“Tengo que repartir  $\frac{3}{4}$  de kilo de harina en moldes de  $\frac{1}{4}$  de kilo.  
¿Cuántos moldes necesito?”

a) Representan la situación de manera concreta, utilizando recipientes o papel lustre. Por ejemplo, de la manera siguiente:



En el lenguaje habitual se dice “medio metro.” Sin embargo, cuando se trata de  $\frac{1}{4}$  u otra fracción se dice “ $\frac{1}{4}$  de metro”.

Es importante, en este nivel, restringir las situaciones de modo que en las divisiones el dividendo sea mayor que el divisor.

De este modo, la división se puede interpretar como “repartir” y como las veces que una fracción está “contenida en la otra”.

La idea de utilizar papel lustre tiene que ver con la facilidad que otorga para ver la equivalencia entre las fracciones involucradas.

b) Y si los moldes fueran de  $\frac{1}{8}$  de kilo, ¿cuántos necesitaría?

Representan gráficamente la situación y discuten la solución.

c) Y si los moldes fueran muy chiquititos, de  $\frac{1}{6}$  de kilo:

¿Cuántos moldes creen que se podrían llenar con un paquete de  $\frac{3}{4}$  kg?

Discuten los procedimientos que creen que se podrían utilizar para encontrar una solución.

d) Analizan expresiones como:

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{3 \times 4}{4 \times 1} = \frac{12}{4} = 3$$

Es decir,

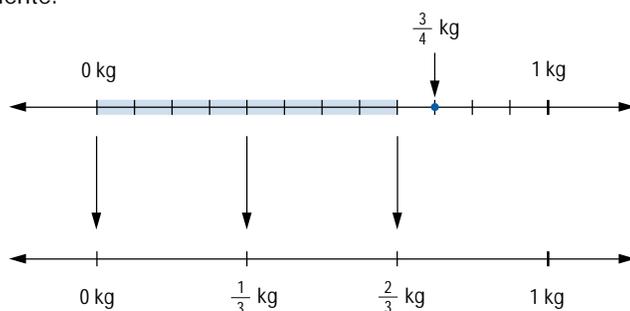
$$\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 3$$

e) Revisan las situaciones anteriores y escriben las divisiones correspondientes.

Argumentan con sus propias palabras si el resultado es o no es razonable.

f) Estiman cuántos moldes de  $\frac{1}{3}$  de kilo se podrían llenar con  $\frac{3}{4}$  kg de harina.

Representan la situación utilizando dos rectas, de la manera siguiente:



Comprueban si su estimación fue adecuada (2 recipientes y sobra un poco de harina).

Se trata de que interpreten estas expresiones como la división de una fracción por otra.

Se puede utilizar tiras de papel transparente con el fin de poder superponer las dos representaciones y ver que pueden llenar dos recipientes y sobra un poco de harina (corresponde a  $\frac{1}{4}$  de recipiente).

Se puede hacer una relación con la multiplicación de fracciones haciendo ver que  $\frac{1}{4}$  de un recipiente de  $\frac{1}{3}$  kg corresponde a  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$  kg.

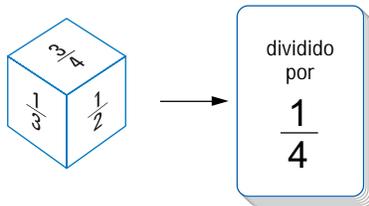
Anticipan resultados de divisiones en las que intervienen fracciones menores que 1, fundamentan sus respuestas y comprueban resolviendo las divisiones.

#### Ejemplos

Juegan con dados y naipes a predecir y calcular resultados de divisiones de fracciones. Por turnos:

- Lanzas el dado.
- Sacan una tarjeta.
- En 5 segundos el jugador o la jugadora debe dar el resultado de la división. Los demás compañeros y compañeras la resuelven por escrito.

Por ejemplo,



- Evalúan la respuesta dada por el jugador o jugadora. Por cada respuesta correcta gana un punto.

Resuelven situaciones problema que impliquen para su solución multiplicaciones y/o divisiones de fracciones, considerando:

- La utilización de diferentes procedimientos (gráficos y numéricos).
- La estimación de resultados antes de calcular y la evaluación de las respuestas.

#### Ejemplos

1. Leen y comentan la siguiente situación:

“En una parroquia se organizan turnos de  $\frac{3}{4}$  de hora para cuidar enfermos”.

#### Materiales:

Naipes o tarjetas como las siguientes:

dividido por  $\frac{1}{2}$

dividido por  $\frac{1}{4}$

dividido por  $\frac{1}{8}$

dividido por  $\frac{3}{4}$

dividido por  $\frac{1}{3}$

dividido por  $\frac{1}{6}$

Un dado con las siguientes fracciones escritas en sus caras:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$ , 1 unidad y 3 unidades.

Tarjeta control con los resultados exactos.

Problemas como éstos permiten observar cómo han ido asimilando los niños y las niñas los diferentes aspectos que se han tratado en la unidad respecto de operaciones con fracciones.

Es importante detectar las eventuales dificultades que encuentren, con el fin de proponerles situaciones y problemas complementarios cada vez que sea necesario.

- a) Individualmente buscan maneras de representar el número de turnos posibles de realizar en 3 horas.

Comparan sus representaciones y cada niño y niña explica su forma de representarla.

- b) Si durante esas 3 horas es necesario cuidar a 5 enfermos simultáneamente y cada voluntario realiza sólo un turno y cuida a un sólo enfermo:

¿Cuántos voluntarios se necesitan para cubrir todos los turnos y atender a todos los enfermos?

Comparten sus procedimientos y deciden cuál les parece más interesante. Explican por qué.

- c) ¿Cómo se podría calcular el número de voluntarios necesarios para cuidar a una enferma durante un día y una noche completas?

Hacen el cálculo y fundamentan los procedimientos empleados.

2. "Matías está calculando cuántas bebidas de 2 litros y medio debe comprar para la fiesta del curso".

- a) Primero piensa en cuántos vasos de  $\frac{1}{4}$  de litro, aproximadamente, se podrían llenar con una botella de 2 litros y medio.

Luego se pregunta ¿cuántos vasos de aproximadamente  $\frac{1}{8}$  de litro se podrían llenar?

Calculan.

- b) Si Matías sabe que a la fiesta asistirán un máximo de 50 personas y estimó que cada uno tomará aproximadamente  $\frac{1}{2}$  litro de bebida, ¿cuántas bebidas de 2 litros y medio deberá comprar?

Comparten sus respuestas y procedimientos determinando el que les parezca mejor.

Este tipo de problemas permite hacer una síntesis sobre los diferentes aspectos de la multiplicación y de la división con fracciones que han sido trabajados durante la unidad.

Es importante observar si utilizan procedimientos diferentes y pedirles, siempre, que los justifiquen, que expliquen por qué utilizaron un determinado procedimiento y por qué todos permiten obtener los mismos resultados.

## Actividades de evaluación

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que pueden ser incorporadas en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo.

En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

### Ejemplos de actividades y problemas

#### Resuelven problemas que impliquen calcular multiplicaciones y divisiones con fracciones.

##### Ejemplo

Leen la siguiente situación, la representan con un dibujo y responden las preguntas:

“Se llenó la mitad de un estanque de agua, luego se ocupó  $\frac{1}{3}$  del agua que había para regar la chacra”.

- ¿Qué parte del agua del estanque se ocupó para regar la chacra?
- ¿Qué parte del estanque quedó con agua?
- Si el estanque tiene capacidad para 60 litros. ¿A cuántos litros corresponde lo que queda?
- ¿Cuántas cubetas de 2 litros y medio se pueden llenar con esos litros?

### Indicadores/observar que:

- Señala en el dibujo claramente la mitad.
- Toma como referente el estanque.
- Determina que se usó  $\frac{1}{6}$  del agua del estanque para regar.
- Responde un tercio o dos sextos del estanque.
- Determina un procedimiento, gráfico o numérico, para obtener cuánto es un tercio o dos sextos de 60 litros.
- Determina un procedimiento, gráfico o numérico, para encontrar una respuesta. Responde correctamente.





## Unidad 3

# Fracciones y decimales en la vida cotidiana

### Contenidos

#### Fracciones y decimales en la vida cotidiana

- Uso de unidades del sistema métrico decimal en situaciones habituales.
- Identificación de las fracciones con denominador 10, 100 y 1000 con los décimos, centésimos y milésimos.
- Transformación de fracciones decimales a números decimales y viceversa, en situaciones de medición.
- Cálculos del 50% y 25% como la mitad y la cuarta parte de una cantidad.
- Expresión del 50% y del 25% como  $\frac{50}{100}$  y  $\frac{25}{100}$ ;  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{4}$ ; y 0,5 y 0,25, respectivamente.

### Aprendizajes esperados

Las alumnas y los alumnos:

1. Resuelven problemas en que se emplean unidades del sistema internacional de medidas para expresar longitud, peso, volúmenes y distancias, escogiendo la unidad más pertinente según la situación.
2. Expresan datos de situaciones y resultados de problemas utilizando fracciones o decimales, en función de la comunicación y de su adecuación a la situación.
3. Expresan verbal o gráficamente el significado de 50% y 25% de un objeto o cantidad.
4. En situaciones diversas calculan 50% y 25% recurriendo tanto a escritura decimal como fraccionaria.

### Orientaciones didácticas

En esta unidad se propone una primera aproximación sistemática a la relación entre escritura decimal y fraccionaria de cantidades. Como en los niveles y unidades anteriores, la base para este trabajo lo constituye la resolución de problemas.

Como en la unidad 1, en particular, las situaciones están muy ligadas a la vida cotidiana. Es por ello que, muchos de los problemas propuestos requieren de la medición y del uso de unidades del Sistema Internacional de Medidas, y de lectura habitual en diarios y revistas de informaciones que se expresan en porcentajes. El trabajo consiste en orientar a los niños y niñas a comprender la equivalencia de diferentes maneras de expresar y comunicar una determinada información y a que utilicen la más adecuada y pertinente cuando van a resolver problemas y comunicar un resultado.

Más que desarrollar el trabajo intentando que conozcan de memoria o mecánicamente algunas expresiones equivalentes, se trata de encontrar las razones por las cuales es equivalente decir, por ejemplo, “1 de 4 personas tiene menos de 8 años en esta escuela”, y “ $\frac{1}{4}$  de los estudiantes de esta escuela tiene menos de 8 años de edad”, y “el 25% de los estudiantes de esta escuela tiene menos de 8 años”.

Del mismo modo que en todos los programas y unidades anteriores, el sentido del estudio está orientado esencialmente a la resolución de problemas, incluyendo en ésta la evaluación de la pertinencia de los resultados obtenidos. En este caso, cobra particular importancia primero comprender y luego fundamentar por qué se elige una u otra forma de expresar una determinada información.

El tratamiento sistemático y generalizado de los porcentajes es materia de los niveles posteriores. En consecuencia, en este nivel se enfatiza la interpretación y el cálculo de algunos porcentajes habituales y su escritura como decimal o fracción.

En definitiva, se trabajan en particular pero, también, como parte de un contexto adecuado para establecer relaciones entre la escritura decimal y fraccionaria de cantidades, enmarcado siempre en el propósito de que se avance en una mejor y mayor comprensión y capacidad de análisis de la realidad.

Es importante tener en cuenta que en el subsector Estudio y Comprensión de la Naturaleza se trabaja con unidades del Sistema Internacional de Medición por lo que es conveniente que se coordine el trabajo al respecto.

### Actividades de aprendizaje

Investigan diferentes unidades que se utilizan para expresar mediciones del contenido de envases para sólidos y líquidos y de la longitud de objetos diversos. Discuten sobre el uso de las unidades y obtienen conclusiones sobre su pertinencia.

1. Recopilan envases diversos, observan las etiquetas y determinan las unidades de medida que señalan su contenido.
  - Clasifican los envases según la magnitud que expresa su contenido: peso, volumen (capacidad), longitud.
  - Hacen una lista de las unidades que expresan cada una de las magnitudes. Comparan y comentan sus listas.
2. Visitan un almacén o supermercado; organizados en grupos, confeccionan una lista de productos cuyos envases indiquen unidades de medida para una magnitud específica.

Ordenan su información para comunicarla al curso. Para ello pueden completar tablas como la siguiente:

Volumen		Longitud		Peso	
Jugo	200 cc	Clavos	2 pulgadas	Azúcar	1 kg
Leche	250 ml	Varillas			
Leche	1 L	Plantas	30 cm	Chucho	500 g
Bebida	2,5 L	Cordel	2 m	Galletas	300 g
Mayonesa	200 cm				

3. Trabajan en grupos con catálogos de productos en los que se señala el volumen, el peso o la longitud de cada uno.
  - Clasifican los productos, recortándolos y pegándolos, según la magnitud a la que se refieren.
  - Hacen una lista de las unidades en que se expresa cada magnitud. Comparan y comentan listas elaboradas.

### Comentarios

Esta actividad permite diagnosticar el conocimiento y uso adecuado de las unidades de medida en una conexión directa con la vida diaria y reflexionar respecto de ellas.

Con las unidades de volumen (en el lenguaje cotidiano se utiliza la palabra capacidad); invitarlos a reflexionar sobre:

- las equivalencias dadas en envases; por ejemplo: 1,5 litros y  $1\frac{1}{2}$  litros;
- el significado de 500 cc y de 500 ml.

Es posible encontrar productos cuya longitud se exprese con unidades que no corresponden al sistema habitual, como las pulgadas, por ejemplo, que se utilizan para señalar longitudes de clavos. Invitarlos a averiguar los países donde se usan esas unidades de medida en forma habitual.

Sin embargo, habitualmente los clavos se compran por kilos.

Desafiarlos a expresar las unidades de peso de diferentes maneras. Por ejemplo  $\frac{1}{2}$  kilo como 500 gramos.

Es importante conseguir catálogos de variados artículos.

Se puede trabajar también con catálogos de materiales de construcción, etc.

Es necesario asegurar la posibilidad de trabajar con unidades de medida de longitud, peso, volumen.

Resuelven situaciones problemáticas que permitan tener una imagen concreta o gráfica de los sub-múltiplos del metro, del kilogramo y del litro. Investigan procedimientos adecuados para graduar un instrumento de medición, establecer equivalencias entre unidades y componer la unidad mayor a partir de otras menores. Comparan diversas estrategias.

### Ejemplos

1. Organizados en grupos buscan formas de representar unidades de medida a partir de situaciones como las siguientes:

- Trabajando con una huincha de modista, representan en huinchas de cartulina 1 decímetro, 1 centímetro y 1 milímetro. Comentan la relación que existe entre ellas y establecen equivalencias.
- Buscan algún elemento como masa o plasticina para representar 1 kg, lo dividen en 10 partes equivalentes y luego otra vez en 10, determinando así los gramos. Comentan sus procedimientos, los instrumentos que debieron usar y las dificultades encontradas.
- Determinan estrategias para graduar en centímetros cúbicos un envase de un litro. Discuten cuántos centímetros cúbicos deberían marcar en el envase.

2. Trabajan en grupos con envases recopilados con anterioridad.

- Cambian en la etiqueta la unidad que expresa su contenido por otra equivalente. Intercambian los envases y evalúan el cambio realizado determinando si fue o no correcto.
- Se desafían entre grupos a crear envases para un determinado peso o volumen de un producto y alguna unidad específica. Por ejemplo: 200 gramos de arroz. Elaboran el envase y, a través de graduaciones, fundamentan por qué es adecuado para la medida dada.

Esta actividad pretende que los alumnos y alumnas logren vivenciar las unidades menores al metro, kilo y litro. A través de los ejemplos es necesario verbalizar y dar nombre a las partes obtenidas, escribiendo la fracción y el decimal correspondiente.

Es importante llevarlos a reflexionar sobre la generación de los sub-múltiplos a través de la división sucesiva por 10, regla propia del sistema internacional de medidas.

Es importante elaborar tablas de unidades y equivalencias para ir sintetizando el trabajo y las conclusiones.

Por ejemplo:

metro	dm	cm	mm
1	10	100	1000
0,1	1	10	100
0,01	0,1	1	10
0,001	0,01	0,1	1

En el caso de 1 kg de plasticina, por ejemplo, pueden encontrar dificultades para dividirlo en partes equivalentes. Es importante orientarlos para encontrar procedimientos adecuados.

Trabajar con envases reales a los que se les cambia la unidad en que viene expresado el contenido resulta propicio para discutir respecto de la pertinencia de las unidades.

Resuelven situaciones que impliquen usar unidades de longitud para:

- expresarlas en diferentes unidades; y
- discutir y fundamentar la elección de las unidades según la conveniencia, la adecuación y el uso habitual.

Ejemplos

1. Leen y comentan los pedidos que hacen diferentes clientes en una ferretería.

a) Buscan diferentes maneras equivalentes de expresarlos:

- “Necesito un cuarto de metro de ese alambre”.

Al medir el alambre con una huincha:

¿Cuántos centímetros debe medir para cortar medio metro?

- “Muéstreme cordeles de 0,6 cm de diámetro”.

Es decir,

¿Cuántos milímetros debe medir el diámetro del cordel?

- “Córteme un trozo de 0,25 m de ancho por 0,5 m de largo de esta madera”.

Es decir,

¿Cuántos centímetros por lado debe medir el trozo de madera?

b) Discuten y eligen en cada caso la unidad más conveniente y la más habitual.

2. Leen y comentan las siguientes situaciones, investigan posibles respuestas y comparten sus procedimientos:

a) “Josefina necesitaba trozos de lana que midieran exactamente 1 metro y medio; las lanas que encontró en su casa median lo que aparece en la siguiente tabla”:

Largo inicial de lanas de color rojo	Largo de lanas de color azul
1,5 m	2,5 m
1,65 m	6 m
1,205 m	7,05 m

Indican cuáles lanas le sirven y cuáles no y a cuáles le debe cortar un pedazo y de qué medida.

Las unidades de longitud son muy adecuadas para expresar partes decimales, relacionando directamente con décimos, centésimos y milésimos.

Es fácil de visualizar y de representar gráficamente.

En el lenguaje cotidiano suele llamarse grosor al diámetro. No obstante, en los catálogos se usa la palabra diámetro.

Aparentemente necesitarían saber dividir con números decimales. Sin embargo, se pueden utilizar otros procedimientos de modo que los niños y las niñas se vayan habituando a manipular este tipo de números, tan comunes en la vida cotidiana.

En este caso, pueden trabajar sobre dibujos o sobre huinchas de medir. También pueden ir sumando 1,5 hasta sobrepasar el largo inicial de cada trozo de lana.

- b) "Una niña de 4 años mide, aproximadamente, 95 cm. Resulta increíble que a las 6 y media semanas de gestación sólo medía 5 mm de longitud y en la edad adulta pueda alcanzar la estatura de 1 metro y 65 centímetros".
- Para establecer una comparación entre las diferentes estaturas que puede alcanzar una mujer y compararlas, escriben cada medida tomando como unidad el metro.
  - Comparten las respuestas con sus compañeros y compañeras y discuten cuándo es conveniente expresar las longitudes en metros y en otras unidades.
- c) Organizados en grupo, elaboran otras situaciones en las cuales es posible expresar las mediciones en diferentes unidades.

Resuelven situaciones que impliquen usar unidades de volumen y peso para:

- expresarlas en diferentes unidades; y
- discutir y fundamentar la elección de las unidades según la conveniencia, la adecuación y el uso habitual.

#### Ejemplos

1. Leen las siguientes expresiones y buscan formas equivalentes de escribirlas:

Por ejemplo, "La bolsa de limones pesó medio kilo" se puede expresar como:

"La bolsa de limones pesó  $\frac{1}{2}$  kg" o

"La bolsa de limones pesó 500 g".

- "Este trozo de queso pesó 250 g".
- "La receta necesita de un cuarto de litro de aceite".
- "Una bebida en lata tiene 350 cc".

Discuten y eligen en cada caso la unidad más conveniente y la más habitual.

En esta situación es más cómodo expresar las medidas en números enteros, sin embargo, la comparación se hace evidente al expresar las medidas en la misma unidad.

Según el nivel del curso, ver la posibilidad de desafiar a los niños y las niñas a calcular la cantidad de cm o mm que sobran o faltan para llegar al metro.

Esta actividad permitirá además de aplicar unidades de volumen (capacidad) y peso, compararlas con las de longitud y darse cuenta que las unidades son diferentes.

Se busca relacionar y visualizar equivalencias de escrituras como

$\frac{1}{2}$  kg; 0,5 kg;  $\frac{500}{1000}$  kg y 500 g

2. Leen y comentan las siguientes situaciones, investigan posibles respuestas y comparten sus procedimientos:

a) “Cada uno de estos clientes va a la feria a comprar. Observa la lista de lo que necesita cada uno y lo que marca la balanza”:

Don Francisco	La balanza electrónica marca
$3 \frac{1}{2}$ kg de papas	3,500 kg
$\frac{1}{4}$ kg de zapallo	0,250 kg
5 kg de tomates	5,500 kg

Doña Camila	La balanza electrónica marca
$\frac{1}{2}$ kg de quesos	0,480 kg
$\frac{3}{4}$ kg de mortadela	0,730 kg
200 g de pepinillo	0,400 kg

Responden: ¿Corresponde lo que indica la balanza con lo que desea llevar el cliente?

Si no corresponde, especifican en cada caso si debe agregar o quitar producto.

b) “La familia Rozas va de vacaciones en carpa. Confiando que en el pueblo más cercano al lugar de veraneo habrían negocios, decidieron comprar allí algunas provisiones que les faltaban. Ellos necesitaban 10 litros de leche, aproximadamente; 15 litros de agua para tomar y unas 20 cajitas de jugo de 250 cc para los paseos.

Pero se llevaron una sorpresa al confirmar que en el almacén local sólo quedaban 3 cajas de 1 litro de leche cada una y el resto eran envases de litro. En el caso del agua, en las botellas decía 500 cc y los jugos sólo eran de 1 litro”.

- Indican cuántas cajas de cada cosa tendrían que comprar de manera de completar las necesidades familiares.
- Comparan sus resultados y la forma en que encontraron las respuestas con sus compañeros y compañeras.

Se busca visualizar equivalencias de escritura tales como:

$$\frac{1}{2} \text{ kg}; 0,5 \text{ kg y } 500 \text{ g}$$

Las balanzas electrónicas reemplazan la coma por un punto y muestran hasta 3 decimales (aunque sean iguales a cero).

Leen y comentan informaciones en que aparece 25% y 50%, buscan formas de representarlas y explicar su significado.

Ejemplos

1. Comentan avisos dados en la prensa que contienen informaciones sobre rebajas de 25% y 50% y relacionan el precio original y el de oferta.

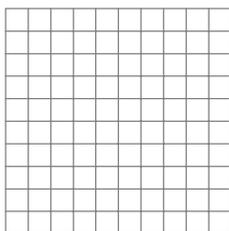
a) Explican lo que significa en el precio la rebaja de 25% o de 50%.

<p>Tienda Grande Blazer señoras <b>50% descuento</b></p>	<p>El Rey de las camisas <b>Antes \$ 8.000</b> <b>Ahora \$ 4.000</b></p>
<p>Todos los pantalones <b>50% menos</b> <b>por hoy</b></p>	<p>Toallas de playa <b>25%</b> <b>descuento</b></p>

b) Inventan otros avisos en los que se anuncien rebajas de 25% y de 50% en el precio.

2. Usando cuadrículas de 10 x 10 representan las siguientes expresiones y explican su significado:

a) " El 25% de las baldosas del patio fue escogido de color verde, es decir, 25 baldosas de cada 100 son verdes".



Si el patio tuviera 300 baldosas, ¿cuántas serían de un color diferente al verde? ¿Cuántas baldosas de las 300 serían verdes?

Se presenta el estudio de porcentaje a partir de hechos concretos habituales y del 25% y 50% que son los más accesibles.

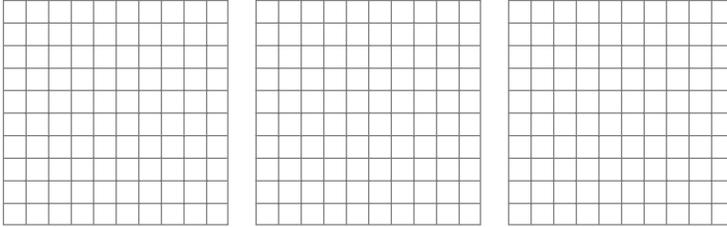
El cambio de precio los debería llevar a concluir que el nuevo precio corresponde a la mitad o a una cuarta parte menos que el original y que, por lo tanto, se podría calcular el 25% y el 50% dividiendo por 4 y por 2 respectivamente.

Es conveniente utilizar papel cuadrulado para representar estos porcentajes, lo que lleva a comprender su significado como  $\frac{25}{100}$  y  $\frac{50}{100}$ .

También a visualizar su equivalencia con  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{4}$ , fracciones que se pueden expresar de manera decimal como 0,5 y 0,25 respectivamente.

La representación de fracciones se puede realizar utilizando el ennegrecimiento de celdas de una planilla de cálculo.

Representan la situación en los siguientes diagramas:



b) “Un grupo de agricultores acuerda enviar el 50% de las siguientes cosechas de un mismo producto a la feria de la ciudad.

Carlos cosechó 200 kilos.

Felipe cosechó 500 kilos

Josefina cosechó 700 kilos”.

- Representan en papel cuadriculado la cantidad de kilos que debe enviar cada agricultor.  
Reflexionan en torno a si las partes son equivalentes o no.

¿Cuántos kilos enviará a la ciudad cada agricultor?

- Representan en papel cuadriculado de 10 por 10 el porcentaje de la producción que enviará a la ciudad cada agricultor.
- Comparan ambas representaciones:  
¿Qué tienen en común?

3. Visitan una tienda y preguntan qué significa una rebaja de 25% y de 50% en los precios.

- Redactan un informe con lo averiguado y crean situaciones donde aplicarlo.
- Exponen al grupo las situaciones que han recopilado explicando, a partir de ellas, el significado de 25% y de 50%.

Es importante que los niños y niñas se den cuenta de que en la representación las baldosas no están dispuestas necesariamente como en un patio. Lo importante es poder imaginar la relación entre el total y una parte.

El papel cuadriculado permite trabajar con cuadrículas de 100 por 100.

Llevarlos a observar que 20 de 100 equivale a 20 “de cada 100”, es decir, al 20%, etc.

Es importante que perciban que, efectivamente, el trabajo que están haciendo tiene relación con la vida cotidiana.

Investigan estrategias para obtener a partir del 25% y del 50% el 100% de una magnitud. Explican y fundamentan el resultado encontrado.

Ejemplos

1. Completan avisos de prensa donde el precio original no aparece, pero sí el porcentaje de rebaja; para sus cálculos pueden ayudarse de la calculadora.

<p><b>Zapatos</b>  <b>50% descuento</b>  <b>Ahora: \$ 8.000</b>  <b>Antes: \$ ????</b></p>
--

<p><b>Todas las faldas al</b>  <b>50%</b>  <b>Ahora: \$ ????</b>  <b>Antes: \$ 8.000</b></p>
--

- Hacen representaciones gráficas utilizando rectángulos.
- Comentan los totales encontrados y comparten los procedimientos utilizados.

2. Leen y comentan las situaciones:

- “Sabemos que sólo el 25% de un curso podrá asistir al campamento, es decir, sólo 11 alumnos pueden ir”.  
¿Se puede calcular cuántos alumnos tiene el curso?
- “Estos 17 autitos corresponden sólo al 50% de mi colección”.  
¿Puedes calcular cuántos autitos tengo en mi colección?”.
- Representan concreta o gráficamente la cantidad conocida para componer el entero.

Esta actividad requiere componer el entero (total) a partir de una de sus partes, reafirmando así que el 25% corresponde a la cuarta parte y que el 50% corresponde a la mitad.

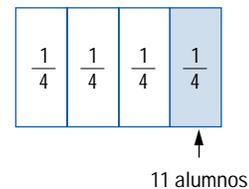
En los procedimientos utilizados para encontrar el total a partir de 50% deberán multiplicar por 2 o sumar 2 veces el precio de oferta.

En el caso del 25% es importante que perciban la diferencia: el precio de oferta corresponde al 75% del precio inicial (o sea,  $\frac{3}{4}$  partes). Por lo tanto, no sirve aplicar la misma operación anterior (4 veces el precio de oferta).

Es necesario dividir el precio por 3 (calcular  $\frac{3}{4}$  partes) y luego multiplicarlo por 4.

Las representaciones gráficas son muy importantes para comprender estas diferencias y los procedimientos.

Una vez más es importante apoyarse en representaciones gráficas. Por ejemplo,



Resuelven problemas que impliquen calcular 25% y 50%, considerando:

- la utilización de diferentes procedimientos (gráficos y numéricos); y
- la estimación de resultados antes de calcular.

Ejemplos

1. Leen y comentan la siguiente situación:

“Una profesora acuerda con sus alumnos y alumnas crear una revista dedicada a los intereses de niños y niñas de su edad según las siguientes especificaciones:

- el 50% del total de páginas de la revista debe presentar artículos elaborados por ellos mismos;
  - 25% debe presentar información o artículos recopilados de otras publicaciones que merezcan la atención del grupo;
  - el otro 25% se dedicará a juegos o pasatiempos;
  - la revista debe tener 40 páginas como mínimo y 60 páginas como máximo”.
- a) Calculan la cantidad exacta de páginas que se dedicaría a cada sección si la revista tuviera 40 páginas y si tuviera 60 páginas.
- b) Deciden cuál podría ser la cantidad adecuada de páginas para la revista y explican las razones.

2. Leen y comentan la siguiente situación:

“En una escuela mixta han decidido que todos los primeros básicos tengan 50% de hombres y 50% de mujeres. Este año se formaron cuatro primeros: 1° A, 1° B, 1° C y 1° D”.

- a) Si en el 1° A hay 18 mujeres:  
¿Se podría afirmar que hay 18 hombres en ese curso?  
Explican por qué.
- b) Para una clase especial se juntaron 56 niñas. 19 eran del 1° B; 17 eran del 1° C y las demás pertenecían al 1° D.  
¿Cuántos niños hay en cada uno de los primeros?  
Explican cómo lo determinaron.

La estimación de resultados incluye evaluar si es necesario hacer cálculos exactos. Muchas veces basta con una buena aproximación y no es necesario calcular.

Pueden usar diversos procedimientos. Lo importante es que puedan utilizar los resultados para decidir posteriormente.

Por ejemplo, pueden considerar que la revista de 60 páginas está bien pero que tendría demasiadas páginas con artículos propios.

No importa la decisión sino los fundamentos.

## Actividades de evaluación

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que pueden ser incorporadas en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo.

En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes esperados.

Ejemplos de actividades y problemas	Indicadores/observar que:
<p><b>Utilizan informaciones sobre diversos productos en los cuales se utilizan diversas unidades de medida para indicar cantidad; clasifican la información y establecen equivalencias entre unidades.</b></p> <p>Ejemplo</p> <p>a) Elaboran grupalmente un catálogo de ventas de productos, lo organizan de acuerdo a las unidades de medida que se usan para expresar las cantidades de los diferentes productos.</p> <p>Debe incluir al menos 10 productos que se venden según el peso, según el volumen (líquidos) y según la longitud.</p> <p>b) Intercambian el catálogo con otro grupo y elaboran pedidos que requieran establecer equivalencias entre las unidades de medida. Por ejemplo, se piden 4 litros de jugos que vienen en envases de 250 cc.</p> <p>c) Cada grupo recibe nuevamente su catálogo y responde al pedido.</p>	<p>En la elaboración del catálogo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinan una estrategia para enfrentar la situación.</li> <li>• Clasifican correctamente los productos de acuerdo a la magnitud que les corresponde.</li> <li>• Incluyen al menos los 10 productos pedidos por magnitud.</li> <li>• La información presentada debe ser realista.</li> <li>• Los pedidos deben ser posibles de satisfacer por las condiciones del catálogo.</li> <li>• Las equivalencias efectuadas son adecuadas.</li> </ul>
<p><b>Resuelven situaciones en las cuales deben calcular el 50% y el 25%.</b></p> <p>Ejemplo</p> <p>En un curso se sabe que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Al 50% le gusta practicar fútbol.</li> <li>• A la cuarta parte del curso le gusta practicar vóleybol.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica el 50% como la mitad del curso y la cuarta parte como el 25%.</li> <li>• Determina una estrategia para resolver cada uno de los problemas.</li> </ul>

- A los 8 alumnos restantes no les gusta ningún deporte.

¿A qué porcentaje del curso le gusta algún deporte?

¿Cuántos alumnos tiene el curso?

- Determina el 75% como el complemento de 25% en relación al total.
- Puede explicar que se puede obtener el resultado sumando  $16 + 8 + 8$  porque 8 alumnos corresponden a la cuarta parte del curso o al 25%, y que 16 corresponden a la mitad o al 50%.





## Unidad 4

# Números decimales

### Contenidos

#### **Números decimales:**

- Extensión del sistema de numeración a décimos, centésimos y milésimos en situaciones cotidianas y/o informativas que permitan:
  - leer, escribir e interpretar números decimales;
  - establecer equivalencias;
  - ordenar e intercalar decimales; y
  - estudiar familias de números decimales para establecer patrones y comparaciones con los números naturales.
- Cálculo de adiciones y sustracciones en diversos contextos, interpretando resultados, aproximando resultados, estimando antes de calcular, utilizando calculadora para confirmar resultados estimados.

#### **Tratamiento de información:**

- Recopilación y análisis de información; comparación de datos, cálculo de promedio y del valor más frecuente.

### Aprendizajes esperados

1. Dan sentido a cantidades expresadas con decimales representándolas y/o expresándolas de diferentes maneras:
  - utilizando referentes conocidos,
  - como adición de otros números menores, o
  - haciendo referencia a su ubicación entre otros.
2. Interpretan las cifras decimales en relación a la unidad correspondiente, en contextos de medición de tiempo, longitudes y pesos.
3. Clasifican, organizan y analizan informaciones cuantitativas referidas a uno o varios fenómenos o situaciones; formulan y responden preguntas a textos que contengan información expresada con números decimales.
4. Estiman resultados de adiciones y sustracciones utilizando el cálculo mental, deciden redondeos convenientes, justifican la adecuación de los resultados aproximados.
5. Seleccionan procedimientos de cálculo (orales, escritos, con calculadora) para obtener resultados exactos o aproximados, evaluando la conveniencia y explicitando los criterios de selección.

### Orientaciones didácticas

En innumerables situaciones de la vida cotidiana aparecen expresadas informaciones con números decimales. Por ejemplo, la información del tiempo en la televisión o en los medios escritos suele entregarse precisando la temperatura hasta con décimas de grado; las marcas de los atletas se expresan hasta en centésimas de segundo, con el fin de poder discriminar con claridad las posiciones que ocupan al final de una carrera; las informaciones económicas, el peso de las guaguas al nacer, la estatura de las personas, y otras muchas informaciones de variados ámbitos.

La comprensión de los números decimales y, en particular, la interpretación de lo que representan las cifras decimales, constituyen herramientas importantes para un mejor entendimiento de la realidad.

En esta unidad se propone un conjunto de actividades de aprendizaje para que los niños y las niñas, apoyados, orientados e informados por su profesor o profesora, trabajen sistemáticamente situaciones problemáticas que involucran números decimales.

Dichas actividades están orientadas a aprender a leer números decimales y a operar con ellos. No obstante, el énfasis del trabajo está puesto en la comprensión de lo que expresan las cifras decimales en situaciones particulares. Se trata de que los niños y niñas, del mismo modo que en el nivel anterior trabajaron en torno al sentido de los grandes números en diversas situaciones, puedan ahora dar significado a las expresiones con decimales. En este sentido, parte del trabajo se orienta a que adquieran herramientas que les permitan decidir cuándo, en qué situaciones, es necesaria mayor o menor precisión.

Un contexto privilegiado para ilustrar el significado de las cifras decimales y la generación de números decimales es el de la medición de magnitudes como la longitud, el peso y el volumen. Se proponen, en consecuencia, variadas situaciones problemáticas en las que es necesario trabajar con unidades de medida y sus submúltiplos.

Por otra parte, con el fin de profundizar en el significado de los décimos y centésimos, en particular, y de la relación de éstos con un referente, se incorporan situaciones problemáticas en el contexto de la medición del tiempo.

Es cuanto a las operaciones con números decimales, se enfatiza el trabajo con aproximaciones y la evaluación de ellas más que el desarrollo de algoritmos (procedimientos convencionales de cálculo), aunque éstos no están excluidos.

### Actividades de aprendizaje

Recopilan y clasifican información cuantitativa, que involucre números decimales, obtenida a través de lecturas, noticias, relatos de experiencias, salidas a terreno, encuestas, para:

- leer y escribir números decimales;
- expresar los datos en lenguaje cotidiano.

Ejemplos

1. Organizados en grupo buscan información que contenga números decimales.

a) Determinan criterios para clasificar los datos en relación al tipo de información que representa, tales como: temas que originan los datos; magnitudes en el caso de medidas (kilos, metros, etc.) y las unidades correspondientes.

b) Ordenan la información dentro de cada categoría usando los criterios acordados por el grupo.

c) Determinan formas de leer las cantidades de acuerdo a la información, asociándola con la expresión oral, leyéndola por “partes”. Por ejemplo:

El valor de la UF (10 de febrero de 1999): \$14.761,52

“Catorce mil setecientos sesenta y un mil pesos coma cincuenta y dos”

“Catorce mil setecientos sesenta y un mil pesos, con cincuenta y dos centavos”

2. Leen y comentan informaciones expresadas en números con cifras decimales:

“La temperatura mínima de Pudahuel fue de 12,6 grados”.

“El oro en diciembre del 97 tenía un valor de 282,85 dólares la onza”.

“En Temuco, el agua caída en 1997 fue de 53,5 milímetros”.

“El 5 de marzo del 99 el dólar acuerdo costaba \$481,01”.

### Comentarios

Este tipo de actividad permitirá al docente percibir cuánto y qué conocen sobre los números decimales sus alumnas y alumnos y, al mismo tiempo, orientarlos a reconocer su presencia y usos en la vida cotidiana.

En los tipos de magnitud, pueden ser: longitud (estatura, altura, ancho, grosor, etc.); volumen, temperatura y otras (en particular, las que aparecen en envases).

Los temas pueden ser de índole económico financiero (UF, valores de cambio de distintas monedas, IPC, etc.); datos estadísticos (muchas veces se presentan en porcentajes, dando la oportunidad de retomar el tema tratado en otra unidad del presente programa).

Es importante llegar desde la expresión cotidiana y habitual a comprender el significado de las cifras decimales, cuestión que se va profundizando a lo largo de la unidad.

Probablemente sus alumnas y alumnos puedan leer algunos datos y otros no. Es importante que investiguen cómo se pueden leer a partir de la necesidad de expresar una información de manera clara.

- a) Destacan con colores la parte decimal de cada número. Intentan formas de leer las cantidades.
- b) Investigan cómo leer la información entregada, consultando con adultos, escuchando pronósticos de tiempo en la televisión, etc.
- c) Redactan un informe de lo averiguado que incluya además otras informaciones.
- d) Presentan su informe al curso.
- e) Concluyen formas de lectura de estos datos de acuerdo a la información, asociándola con la expresión oral, leyéndola por "partes". Por ejemplo,

La temperatura mínima de Pudahuel fue de 12, coma 6 grados.

"Doce grados y seis décimas de grado".

Interpretan situaciones en las que se utilizan números decimales; buscan representar los datos, establecen equivalencias entre los números involucrados, los comparan teniendo como referencia números naturales (mayor, menor, igual que...).

#### Ejemplos

1. Organizados en grupo trabajan con las informaciones antes recopiladas.

- a) Seleccionan aquellas informaciones que incluyan datos numéricos de acuerdo a condiciones establecidas previamente. Por ejemplo:

"Ser mayor que 10 y menor que 11".

"Ser mayor que un centésimo, pero menor que un décimo".

"Más de \$408 y menos de \$409".

- b) Crean maneras de representar al curso uno de los datos anteriores, de modo que sus compañeros y compañeras puedan imaginar lo que representa la parte decimal, es decir, para que puedan imaginar la dimensión que implica. Por ejemplo:

Para representar grados se puede usar un termómetro o el dibujo de un termómetro.

A partir de situaciones como éstas se introduce la lectura de décimos, centésimos y milésimos, asociándolas a la décima parte (de 1 metro, por ejemplo), a la centésima parte y a la milésima parte.

Al final de las exposiciones de sus alumnos y alumnas es importante realizar una síntesis y presentar un cuadro con las posiciones del sistema de numeración, incluyendo tanto las posiciones de la parte entera como de la decimal, observando semejanzas y diferencias.

Esta actividad se centra en el orden de magnitud y permite afianzar los conocimientos sobre la estructura decimal del sistema de numeración.

Para que el trabajo no se centre solamente en representaciones gráficas, es necesario ayudarles a encontrar algunas más concretas; para esto se prestan, especialmente, aquellas informaciones que se refieren a resultados de mediciones (de longitud, temperatura, etc.).

Permite hacer relaciones con la recta numérica.

Para representar centésimos se puede utilizar un cuadrículado de 10 por 10.

Para visualizar milésimos se puede usar una huincha de medir.

- c) Deciden cuál fue la información más interesante y la mejor representación.

2. Leen y comentan la siguiente información:

Cantidad de fósforo cada 100 gramos en diferentes tipos de leche	
Leche tipo A	0,75 g
Leche tipo B	0,978 g
Leche tipo C	0,7 g

Peso de paquetes de sal	
Paquete A	1,5 kg
Paquete B	2,104 kg
Paquete C	2 kg
Paquete D	1,925 kg
Paquete E	1,650 kg

- a) Representan la información escogiendo, en cada caso, la forma más adecuada. En el primero, se puede utilizar papel milimetrado; en el segundo se pueden dibujar balanzas.
- b) Hacer comparaciones estableciendo equivalencias y diferencias entre las cantidades.

Resuelven situaciones con números decimales que impliquen interpretar la información numérica ubicándola entre ciertos intervalos.

Ejemplos

1. Leen la siguiente situación y fundamentan sus respuestas.

“Javier se pesa y observa en la balanza que la aguja se ubica entre los 30 y los 30,2 kg”.

¿Cuál puede ser el peso de Javier?

Si la balanza tiene un error de medio kilo menos, ¿cuál podría ser el peso real de Javier?

Cada cuadradito representa un centésimo. En 5º Año se ha trabajado este tipo de representación en superficies.

Este instrumento también es asociable a una recta numérica.

La equivalencia es útil al comparar números con diferente cantidad de cifras decimales; en el ejemplo se puede expresar cada dato hasta los milésimos.

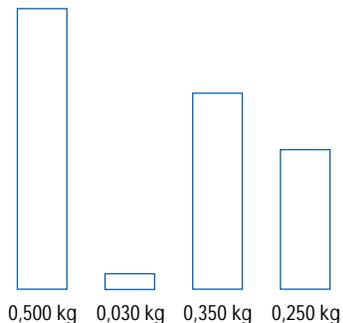
De manera complementaria, en ambos casos se puede analizar la situación utilizando la representación en la recta numérica.

Es muy importante que los niños y las niñas se den cuenta de que el error puede significar que Javier pesa medio kilo más o medio kilo menos. Lo más importante es que logren establecer los rangos en los cuáles se podría ubicar su peso.

2. Leen la siguiente situación y fundamentan sus respuestas.

“Gustavo sabe que su papá habitualmente compra menos de  $\frac{1}{2}$  kg de salame, pero más de  $\frac{1}{4}$  kg”.

¿Cuál de los siguientes paquetes puede ser el que compra?



3. Leen la siguiente situación y fundamentan sus respuestas.

“Francisco elige un paquete de azúcar con 0,750 kg”.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera en relación a la elección de Francisco?

- El lleva más de medio kilo de azúcar.
- El lleva entre medio kilo y un kilo de azúcar.
- El lleva más de un kilo de azúcar.

Analizan informaciones y resultados de mediciones de longitud y peso para interpretar la parte decimal y evaluar redondeos pertinentes.

Ejemplos

1. Leen la siguiente información:

“Los mayores murciélagos se llaman zorros voladores. Con sus alas extendidas pueden alcanzar 1,5 metros de longitud”.

¿Qué significan las 5 décimas de metro? Explicar.

- Representan con un cordel la longitud del murciélago con sus alas extendidas.

- Representan con un cordel la longitud de un murciélago con sus alas extendidas redondeando el dato a la unidad superior más cercana y comparan el largo del cordel con el anterior (1,5 m).

Discuten si decir que mide aproximadamente 2 metros con las alas extendidas da una buena imagen del tamaño del murciélago a partir de preguntas como:

¿es muy grande la diferencia?

- Representan con un cordel la longitud de sus alas extendidas redondeando a la unidad inferior más cercana.
- Comparan las tres representaciones, reflexionan si: ¿es significativa la diferencia?, ¿sería conveniente presentar esta información redondeada?

2. Leen y comentan la siguiente información:

“En 1992 en el campeonato mundial de Tokio, Mike Powell saltó 8,95 metros de longitud. Es decir casi 9 metros”.

¿Cuánto le faltó para los 9 metros?

¿Por qué la información no se presenta redondeada? Es decir, ¿por qué no se dice que Tower saltó, aproximadamente 9 m?

3. Leen la siguiente información:

“El cerebro de un humano adulto pesa **alrededor de** 1,4 kilogramos”.

¿Qué significa las 4 décimas de kg en la información?

Explican por qué no se da un dato exacto.

Es importante que los niños y las niñas comprendan que redondear una cifra tienen sentido de acuerdo al contexto en que surge la información. En este caso no lo tiene pues las diferencias entre las marcas de los diferentes atletas es muy pequeña.

El propósito es que comprendan que existen variaciones pero que, sin embargo, por no ser éstas muy grandes se establece una medida aproximada que represente el tamaño del cerebro de todos los seres humanos.

Analizan informaciones de medición de tiempo para interpretar la parte decimal y evaluar redondeos pertinentes.

### Ejemplos

#### 1. Leen la siguiente información:

“Las profesoras y profesores de escuela tienen 2,5 meses de vacaciones aproximadamente por año”.

Representan el dato numérico usando algún diagrama y responden las siguientes preguntas:

Considerando que un mes tiene 30 días (como promedio), ¿a cuántos días corresponden 2,5 meses? ¿A cuántos días corresponde la cifra decimal?

Si decidieras expresar con una cifra redondeada la cantidad de vacaciones, ¿a cuánto lo harías? ¿Qué diferencia en días existe entre 2,5 meses y la cantidad que obtuviste después del redondeo?

Por ejemplo, entre 2,5 meses y 2 meses o entre 2,5 meses y 3 meses.

#### 2. Leen la siguiente información:

“En Chile, la esperanza de vida de una persona es de 72 años, en Costa Rica es de 76,3 años y en Haití es de 56,6 años”.

Representan el dato numérico usando algún diagrama y responden las preguntas:

¿Qué significan los décimos en el dato de Costa Rica y de Haití?

Si se decidiera redondear ¿cómo se podría hacer? ¿Por qué en el Almanaque estos datos no se presentan redondeados?

En este caso se han sumado las vacaciones de diversos períodos del año.

Es muy importante este cambio de referente (30 días) pues las cifras decimales tienen significado solamente en función de un determinado referente.

Los niños y niñas ya han calculado “medios”. Eso puede ser usado para apoyar la comprensión de “5 décimos de 1 mes”, como en el ejemplo.

En el caso de las unidades de tiempo, resulta conveniente reforzar cuál es la unidad a la que se refiere la parte decimal (1 mes, o sea 30 días; un año, o sea, 12 meses o 345 días) con el fin de que los niños y niñas comprendan la expresión decimal en variados contextos.

No es evidente que 1,5 años (o un año y medio) equivalen a 1 año y seis meses o a 18 meses. Suele producirse confusión en este sentido.

Pueden verificar sus resultados utilizando un calendario.

## 3. Leen la siguiente información:

**ATLETISMO**  
**Records Mundiales**  
**Rama Femenina**

Prueba	Nombre	País	Tiempo	Fecha
100 m planos	Florence Griffith	E.U.	10,49 s	16-07-88
200 m planos	Florence Griffith	E.U.	21,34 s	29-09-88
400 m planos	Marita Koch	ALE	47,60 s	06-10-85
800 m planos	Jarmila Kratochvilova	R. CHECA	1 min 53,28 s	26-07-83
1.000 m planos	Svedana Masterkova	RUS	2 min 28,98 s	23-08-96
1.500 m planos	Qu Yunxia	CHI	3 min 50,46 s	11-09-93
2.000 m planos	Sonia O'Sullivan	IRL	5 min 25,36 s	08-07-94
3.000 m planos	Wang Junxia	CHI	8 min 06,11 s	13-09-93
5.000 m planos	Jiang Bo	CHI	14 min 28,09 s	23-10-97
10.000 m planos	Wang Junxia	CHI	29 min 31,78 s	08-09-81
100 m con vallas	Yordanka Donkova	BUL	12,21 s	20-08-88
400 m con vallas	Kim Batten	E.U.	52,61 s	11-08-95

Nota: min = minutos  
 s = segundos

## a) Utilizando la información sobre los récords mundiales de la rama femenina de atletismo:

Clasifican las pruebas que demoran menos de un minuto de las que requieren más tiempo.

¿Cuáles cantidades tienen coma? ¿Por qué?

¿Por qué no se presenta redondeada esta información?

## b) Investigan cómo se relacionan entre sí las unidades de tiempo.

- Calculan equivalencias ente horas y minutos; minutos y segundos; segundos y décimas de segundo.

¿A cuántos minutos corresponde 0,1 hora?

¿A cuántos segundos corresponde 0,1 minuto?

- Intentan escribir con cifras decimales las siguientes expresiones de tiempo, especificando cuál es la unidad considerada en cada caso:  
 3 minutos y medio  
 5 minutos y 12 segundos  
 6 horas y 15 minutos  
 7 horas y 6 minutos

Comparan sus procedimientos y resultados.

Es muy importante que los niños y niñas aprendan a utilizar técnicas de redondeo y de cálculos aproximados, evaluando siempre su pertinencia en relación a la situación y no hagan un uso mecánico de dichas técnicas. En el caso de las marcas en atletismo, cada décima o centésima de segundo tiene mucha importancia.

Investigan, con apoyo de la calculadora, regularidades o patrones numéricos basados en la estructura del sistema decimal para:

- reconocer las formas de generar nuevos números decimales;
- establecer conclusiones y compararlas con la generación de números naturales.

### Ejemplos

1. Programan la calculadora para sumar sucesivamente 0,25 y comparan la secuencia con la que se forma al sumar repetidamente 25; hacen lo mismo al sumar sucesivamente 0,5 y la comparan con la secuencia de 50; lo mismo sumando 0,75 y 75.

a) Registran al menos 15 elementos de las secuencias anteriores.

Por ejemplo:

0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
25	50	75	100	125	150	175	200

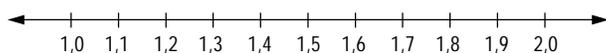
b) Escriben algunas semejanzas y diferencias entre los pares de secuencias en relación a:

- qué dígitos los componen, (por ejemplo, comparar 0,25 y 25);
- cantidad de cifras decimales en cada número de la primera secuencia.

c) Anticipan otros términos a las sucesiones formadas. Escriben y comparan sus conclusiones.

2. Programan la calculadora para sumar sucesivamente 0,1 y encontrar los decimales que se generan de esta manera entre 1 y 2.

Leen los números que les resultan y los ordenan en una recta numérica, como sigue:



3. Programan la calculadora para sumar sucesivamente 0,01 y encontrar los decimales que se generan de esta manera entre 1,1 y 1,2.

Para sumar sucesivamente un determinado número la calculadora se programa así: número + + =, luego digitando repetidamente el signo = van apareciendo los otros términos de la serie.

Por ejemplo:

$$0,25 + + = 0,5 = 0,75 = 1 = 1,25, \text{ etc.}$$

Es importante que fundamenten sus conclusiones y sean capaces de apoyarlas con ejemplos o generalizarlas a otras series.

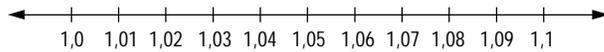
Una manera de apoyar la visualización es completar con ceros las cifras decimales (por ejemplo,  $2 = 2,00$ ).

Se refiere a cifras significativas. No obstante, completar con ceros permite, al mismo tiempo, percibir las equivalencias (por ejemplo, entre 2 décimos y 20 centésimos).

En este caso, para programar la calculadora es necesario tipear:

$$1 + 0,1 = =$$

Leen los números que les resultan y los ordenan en una recta numérica, como sigue:



- Clasifican los números en mayores que 0,5; iguales a 0,5 y menores que 0,5.

Ejercitan, a través de juegos y cálculo mental, composiciones y descomposiciones aditivas de números decimales.

#### Ejemplos

1. Trabajan con una calculadora buscando formas de escribir un número determinado sin ocupar algunas teclas (que se llamarán teclas prohibidas).

- a) Teclas prohibidas 2 y 4:

Escriben el número 0,24. Registran los pasos que utilizaron para lograrlo.

Comentan sus procedimientos e identifican el que tiene el menor número de pasos y deciden cuál les pareció más fácil.

- b) Teclas prohibidas: 5 y 8

Escriben el número 5,88. Registran los pasos que utilizaron para lograrlo.

Comentan sus procedimientos e identifican el que tiene el menor número de pasos y deciden cuál les pareció más fácil.

- c) Teclas prohibidas: 0 y 6

Escriben el número 6,006. Registran los pasos que utilizaron para lograrlo.

Comentan sus procedimientos e identifican el número menor de pasos y deciden cuál les pareció más fácil.

Al representar estos números sobre la recta numérica será posible que visualicen, con mayor facilidad, números de dos cifras decimales que se encuentran entre los ya ubicados.

Programación de la calculadora:

1,1  0,001

La búsqueda de procedimientos les permitirá decidir cuáles son más prácticos que otros en función de las facilidades o dificultades para calcular.

Una estrategia para el caso a) podría ser:  $0,11 + 0,11 + 0,01 + 0,01$

Lo más importante de la actividad es que los niños y las niñas logren ver las similitudes con los números naturales en cuanto a las posibilidades de composición aditiva de cualquier número decimal.

2. En parejas juegan con la calculadora a llegar a 1 unidad.
- Escogen un número de inicio menor que 1. Por turno van sumando otros números. El primero que logre mostrar en la pantalla de la calculadora 1 unidad gana el juego. Juegan nuevamente cambiando la meta a 5, 10, 13, 20 unidades.
  - Repiten la actividad anterior de manera que mientras uno trabaja con la calculadora el otro jugador o jugadora lleva el registro de los sumandos que emplea su contrincante. Se invierten los roles y comparan los registros. Gana quien logró la meta en el menor número de pasos.
3. Organizados en grupo juegan a formar cantidades sumando lo que aparece en un set de naipes.

#### Materiales

- un set de naipes rojos con las siguientes cantidades:

0,1 - 0,2 - 0,3 - 0,4 - 0,5 - 0,6 - 0,7 - 0,8 - 0,9  
 0,01 - 0,02 - 0,03 - 0,04 - 0,05 - 0,06 - 0,07 - 0,08 - 0,09  
 0,001 - 0,002 - 0,003 - 0,004 - 0,005 - 0,006 - 0,007 - 0,008 - 0,009

- un set de naipes azules con al menos 20 números entre 1 y 2 (hasta milésimos), por ejemplo: 1,1 - 1,7 - 1,32 - 1,048 - 1,563, que maneja la persona que dirige el juego.

#### Procedimiento

La persona que dirige el juego muestra una tarjeta azul.

Cada grupo selecciona cartas rojas para formar el número que aparece en la tarjeta azul.

A medida que van jugando, se van registrando en el pizarrón las distintas maneras de formar cada número aditivamente.

- En este otro juego se necesitan al menos dos set de naipes por grupo con las siguientes cantidades:

0,25 - 0,5 - 0,75 - 0,65 - 0,15 - 0,35 - 0,45 - 0,1 - 0,01 - 0,001 - 0,9 - 0,09 - 0,009 - 0,99 - 0,999

Luego de varios juegos, invitarlos a reflexionar sobre las estrategias utilizadas para ganar y la forma de obtener el menor número de pasos.

Para realizar esta actividad es necesario preparar con anticipación el material.

Es importante reflexionar con los niños y niñas sobre las variedad de combinaciones que se pueden obtener, del mismo modo que para formar números naturales.

Se puede variar este juego indicando algunas restricciones (por ejemplo, cuántas cartas se puede usar como máximo). Es necesario que el profesor o profesora verifique previamente si las restricciones permiten hacer las combinaciones necesarias.

Los grupos deben seleccionar la mayor cantidad de combinaciones con sumas para formar 1 unidad, en un tiempo dado (1 minuto, por ejemplo).

- Repiten el juego, esta vez encontrando el máximo de combinaciones para formar 2 unidades.  
Sucesivamente se forman 3 unidades, etc.
- En una segunda etapa se colocan los naipes boca abajo y se juega tipo "memorice", buscando parejas de naipes que al sumar sus números formen 1 unidad.

Leen y comentan informaciones habituales en las que aparecen promedios de datos y valor más frecuente, buscan formas de interpretarlos y explicar su significado.

Ejemplos

1. Analizan la siguiente información

Notas en una prueba de Lenguaje y Comunicación					Notas en una prueba de Comprensión de la Sociedad				
5,1	6,0	6,4	6,4	6,0	6,0	7,0	6,1	6,2	4,5
6,7	4,3	6,3	5,3	6,0	5,8	3,8	6,3	5,7	6,9
4,8	6,0	6,0	6,7	6,6	5,8	6,1	7,0	5,8	6,4
7,0	4,0	6,0	4,3	6,0	5,9	5,8	5,8	4,5	6,4
6,0	5,2	6,0	6,4	7,0	6,0	5,9	5,4	6,7	7,0
5,4	6,6	6,5	6,0	6,0	5,8	5,8	3,8	6,6	6,5
<b>Nota más frecuente: 6,0</b>					<b>Nota más frecuente: 5,8</b>				
<b>Promedio de curso: 5,9</b>					<b>Promedio de curso: 5,9</b>				

- Escriben preguntas a partir de la información, las intercambian entre grupos y las responden.
- Explican lo que entienden por el promedio y el valor más frecuente a partir de preguntas tales como:

Si el promedio fuera, por ejemplo, 6,4: ¿significaría que todos los niños y niñas sacaron 6,4 en la prueba? ¿Se puede asegurar cuál es la nota más repetida?

La media aritmética corresponde al promedio y la moda corresponde al valor más frecuente (más repetido).

Se puede complementar esta actividad utilizando una planilla de cálculo para analizar otros resultados que se obtienen de manera rápida cambiando algunos datos de la tabla.

2. Buscan información en diversas fuentes (escritas o proveniente de personas) que contenga datos de promedios.

a) Escriben preguntas a partir de la información y las responden.

b) Explican lo que entienden por el promedio y reflexionan sobre el significado que tiene a partir de preguntas.

Leen y analizan información numérica dadas en tablas y gráficos para:

- evaluar la pertinencia de calcular el promedio y el valor más frecuente en diferentes situaciones;
- calcular utilizando la calculadora.

Ejemplos

1. Analizan la plantilla con datos de jugadores de fútbol de dos equipos de primera división.

Llevar a los alumnos y alumnas a observar las diferencias entre el promedio y el valor más frecuente.

Por esto mismo, los ejemplos que se leccionen deben ayudar a esta diferenciación.

El uso de la calculadora se sugiere a raíz de que muchos datos interesantes de promediar tienen cifras decimales y los alumnos y alumnas en este nivel aún no dividen con dividendos con decimales, aunque sí pueden interpretar su significado.

## DEPORTES IQUIQUE

### PLANTILLA 1998

Nombre	Puesto	Fecha Nac.	Alt.	Peso	Procedencia	Part. Int.
• Sergio CACERES Ferreira	ARQUERO	27-7-65	1.83	80	Ñublense	-
Jacob BARRAZA Guerra	ARQUERO	19-8-66	1.82	75	Antofagasta	-
Arnaldo AVILÉS Valenzuela	DEFENSA	16-10-69	1.78	75	Inferiores	-
• Pablo LENCÍ Urrosqui	DEFENSA	17-12-72	1.81	79	Coquimbo	-
Manuel DÍAZ Herrera	DEFENSA	16-6-65	1.78	76	Ñublense	-
Juan BELTRAND Báez	DEFENSA	10-9-73	1.79	74	Inferiores	-
Luis ABARCA Araneda	DEFENSA	28-6-65	1.82	78	U. de Chile	3
Jaime LOPRESTI Trayanic	DEFENSA	27-1-74	1.79	72	U. Española	1
Patricio GONZÁLEZ Silva	DEFENSA	9-3-70	1.72	73	Inferiores	-
Patricio CARPIO Herrera	DEFENSA	20-10-76	1.70	69	Inferiores	-
Rodrigo IRIBARREN Gallardo	DEFENSA	9-1-77	1.73	74	Inferiores	-
Marcela MUÑOZ Aguilar	DEFENSA	6-6-78	1.75	65	Inferiores	-
Héctor VEGA Astudillo	VOLANTE	13-12-67	1.76	74	Sport Bays (Perú)	-
Miguel CANDIA Delgado	VOLANTE	6-2-65	1.70	72	R Atacama	-
Hugo BRAVO Toro	VOLANTE	5-2-72	1.79	69	Temuco	-
Rodrigo GARRIDO Mendoza	VOLANTE	14-3-79	1.84	75	Inferiores	-
Sebastián GIRON Gaete	VOLANTE	22-3-78	1.68	64	Inferiores	-
César MUENA Castillo	VOLANTE	30-4-67	1.65	66	Cobrelao	1
Cristián ROMERO Godoy	VOLANTE	22-12-63	1.76	76	U. de Chile	2
• JULICO, Carlos Camargo Moura	VOLANTE	22-6-77	1.70	68	Toluca (México)	-
• EDILSON Valeriano de Oliveira	VOLANTE	5-8-74	1.78	71	Toluca (México)	-
Javier CABEZAS Fernández	VOLANTE	11-12-73	1.78	72	Inferiores	-
Rodrigo LATORRE Cárcamo	DELANTERO	19-4-74	1.79	74	Cobrelao	-
Mario VENER Egaña	DELANTERO	25-5-64	1.74	73	S.Wanderers	-
Leonel HERRERA Silva	DELANTERO	6-8-71	1.76	74	Saint Gallen (Suiza)	-
Alejandro TELLO Montero	DELANTERO	25-4-76	1.82	75	La Serena	-
Francisco CUBILLOS Fernández	DELANTERO	24-10-78	1.68	66	Inferiores	-

• Argentino • Brasileño • Uruguayo

# PROVINCIAL OSORNO

## PLANTILLA 1998

Nombre	Puesto	Fecha Nac.	Alt.	Peso	Procedencia	Part. Int.
• Héctor Hernán CAPUTTO	ARQUERO	6-10-74	1.84	82	Tigre (Arg.)	-
Raúl IMILPÁN Lemury	ARQUERO	3-10-72	1.80	78	Inferiores	-
Cristián REYES Gutiérrez	ARQUERO	27-4-68	1.75	73	La Unión (3°)	-
Fabián CARMONA Gallardo	DEFENSA	3-9-77	1.67	62	Inferiores	-
Carlos FUENTES Ramos	DEFENSA	9-4-68	1.80	81	Cobrelao	3
Luis HICKS Castillo	DEFENSA	27-11-77	1.75	70	Inferiores	-
Patricio CONTRERAS Enrique	DEFENSA	8-8-78	1.80	79	Cobrelao	-
Patricio MAIBÉE Cadenas	DEFENSA	23-5-73	1.80	77	U. de Chile	-
Cristián RIADI Cosmelli	DEFENSA	18-5-72	1.76	73	Magallanes	-
Pablo COCÍO Guerrero	DEFENSA	10-7-78	1.83	85	Inferiores	-
Hernán PEÑA González	DEFENSA	18-10-69	1.70	70	Antofagasta	-
Italo DÍAZ Muñoz	DEFENSA	21-6-71	1.71	74	U. Santa Cruz	-
Marco SALAZAR Llanquimán	DEFENSA	20-8-78	1.81	75	Inferiores	-
Orlando MUÑOZ Muñoz	VOLANTE	15-3-76	1.70	65	Inferiores	-
Franyo FLORES Rejas	VOLANTE	1-6-75	1.80	70	Arica	-
Mauricio TOBAR San	VOLANTE	8-10-75	1.74	75	Antofagasta	-
Marcos MILLAPE Arizmendi	VOLANTE	30-4-76	1.71	70	Inferiores	-
Victor MONJE Vargas	VOLANTE	27-5-72	1.79	77	Inferiores	-
Jimmy LECHUNDI Herrera	VOLANTE	23-8-78	1.74	71	Inferiores	-
Mauricio FERREIRA Mendoza	VOLANTE	3-8-79	1.74	72	Inferiores	-
Roberto MUÑOZ Orellana	VOLANTE	12-8-79	1.70	66	Inferiores	-
• José Luis DÍAZ	VOLANTE	28-7-74	1.88	76	D. Laferrere (Arg.)	-
Victor BARRÍA Rabanal	VOLANTE	1-2-72	1.65	67	Inferiores	-
Jaime AGUILAR Fernández	VOLANTE	5-6-67	1.68	64	Puerto Montt	-
Gonzalo CONCHA Araya	DELANTERO	12-3-78	1.78	70	Inferiores	-
Carlos CACERES Pino	DELANTERO	28-4-77	1.84	80	Inferiores	-
• Cristián Daniel CALABRESE	DELANTERO	1-2-75	1.86	80	Alianza Arteaga (Arg.)	-
• Marcos Alejandro LENCINA	DELANTERO	29-3-73	1.75	74	Douglas Hoig (Arg.)	-

• Argentino

Organizan los datos en una tabla de frecuencia. Responden preguntas tales como:

¿Cuántos jugadores de cada equipo miden 1,80 metros o más?

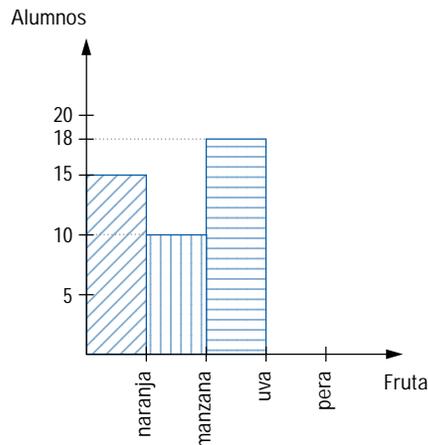
¿Cuál es la estatura más repetida en cada equipo?

¿Cuál es el promedio de estatura de cada equipo?

¿Cuántos jugadores están bajo el promedio?

Es importante atender a la interpretación de los promedios cuyos resultados sean números decimales.

2. El siguiente gráfico presenta el resultado de una encuesta respecto a la fruta de preferencia en un curso.



Responden y plantean preguntas referidas al gráfico tales como:

- ¿Cuántos alumnos tiene el curso?
- ¿Cuál es la fruta preferida en el curso?
- ¿Es posible calcular algún promedio con los datos presentados?
- ¿Por qué sí o por qué no? Explicar.

Resuelven y crean problemas diversos que impliquen agrupar y/o comparar información para: sumar y restar decimales; comparar procedimientos; interpretar y evaluar la respuesta.

Ejemplos

1. Un embrión humano, a las 6 semanas de gestación mide sólo 0,006 metros. Ese mismo ser humano, alrededor de los 5 años alcanza a medir, aproximadamente, un metro de altura.
  - a) ¿Cómo se puede mostrar cuánto mide un embrión de 6 semanas de gestación? ¿A cuántos milímetros equivale su tamaño? ¿A cuántos decímetros? ¿A cuántos centímetros?
  - b) ¿Cuánto crece una persona desde que es un embrión de 0,006 metros hasta que tiene 5 años?

Es necesario apoyar a los niños y las niñas en la lectura de los datos del gráfico señalando, por ejemplo, qué papel juegan en este caso los trazos.

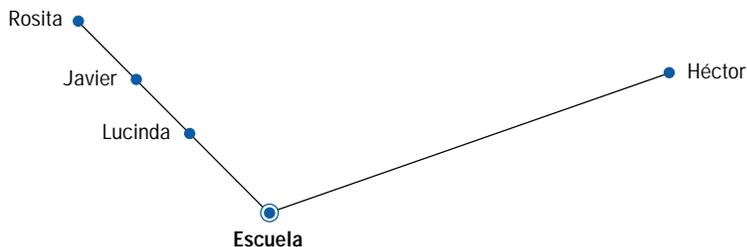
Por otra parte, la pregunta sobre la posibilidad de calcular promedios apunta a que discriminen cuándo un cálculo como éste es adecuado y aporta mayor información sobre la situación. En este caso no tiene ningún sentido, pues no se puede obtener “el promedio” de la fruta preferida.

En una primera instancia los niños y las niñas resolverán problemas dados. Luego es importante que ellos busquen otros problemas y los intercambien para resolverlos.

- c) ¿Cuántos centímetros le faltan por crecer hasta la edad adulta, considerando que la estatura promedio de la mujer chilena es de 1,60 metros?
2. Una señora desea comprar un kilo y cuarto de paltas:
- ¿Cuánto debe marcar la balanza electrónica?
  - Si el vendedor le dice "mire, marca un kilo veinte", ¿cuántos gramos más que un kilo pesan las paltas?
  - Si agrega 1 palta más, de 350 gramos, ¿cuánto pesa ahora el paquete?
3. En un sexto básico, un grupo de alumnos registró las distancias entre las casas más cercanas y la escuela, usando una rueda métrica. Estas fueron las mediciones:

Casas de	Distancia
Javier	250,128 m
Rosita	360,810 m
Héctor	560,350 m
Lucinda	150,030 m

- Ordenan las distancias de las casas de los niños en relación con la escuela, desde la más cercana a la más distante.
- ¿Cuánto menos tiene que caminar Javier que Rosita a la escuela?
- Si la ubicación de las casas es la siguiente:



¿Cuánto debe recorrer un bus que lleva a Rosita, Javier y Lucinda a la escuela?

Si Héctor va caminando de su casa a la escuela y desde ahí a la casa de Javier, ¿cuánto recorre en ambos trayectos?

Es muy importante que los niños y niñas aprendan el significado de expresiones tan cotidianas como la señalada en el ejemplo.

Una rueda métrica es un instrumento que al hacerse rodar, avanzando, registra los metros recorridos.

Resuelven problemas que permitan utilizar métodos de exploración, como ensayo y error, que desafían el ingenio y/o problemas que permitan elaborar sistemáticamente una estrategia.

### Ejemplos

1. Leen el siguiente problema y lo resuelven:

“Tengo una manzana verde, una manzana roja y una naranja. Debo averiguar cuánto pesan pero sólo puedo pesarlas de a dos:

La manzana verde y la roja pesan juntas 430 g.

La manzana verde y la naranja pesan juntas 370 g.

La manzana roja y la naranja pesan juntas 360 g”.

¿Cuánto pesa cada fruta?

Comentan sus respuestas y comparten las estrategias de solución.

2. Leen el siguiente problema y lo resuelven:

“Para hacer un dulce de ciruelas, la receta dice que hay que usar

$\frac{1}{2}$  kg de azúcar por cada kilo de ciruelas”.

¿Cuánto azúcar habrá que usar para hacer dulce con 3 kilos y medio de ciruelas?

Comentan sus respuestas y comparten estrategias de solución.

3. Leen el siguiente problema y resuelven:

“Gervasio está ayudando a sus padres en la fábrica de chocolates caseros. El está registrando los pesos de cada huevito de chocolate; existen de:

0,025 kg      0,05 kg      0,01 kg      0,2 kg”.

¿Qué precios les pondrían a cada uno?

Fundamentan por qué escogieron cada precio.

Lo más importante en este tipo de problemas es que los niños y niñas busquen maneras de resolverlos y luego discutan tanto las respuestas encontradas como los procedimientos que han utilizado.

Es necesario desarrollar permanentemente trabajos sistemáticos, ordenados, de modo que se habitúen a encontrar soluciones que luego pueden fundamentar o demostrar.

Del mismo modo que en el problema anterior, lo más importante es el proceso de resolución que los niños y niñas utilizan.

Pueden utilizar representaciones concretas o gráficas. Lo que se busca es que aprendan a organizar los procesos tanto como los argumentos con los que fundamentar sus soluciones.

Observar que se pide establecer una relación entre el peso de los huevitos y el precio.

Aunque es un problema en el que se podría usar relaciones de proporcionalidad, los niños y niñas que no han trabajado este tema pueden encontrar estrategias para resolverlo.

## Actividades de evaluación

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que pueden ser incorporadas en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo.

En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

### Ejemplos de actividades y problemas

#### **Interpretan información y la expresan con números decimales.**

##### Ejemplo

Lee las siguientes informaciones y responde lo solicitado en cada una:

a) Un kilo tiene 1.000 gramos. Javiera compra 300 gramos de gomitas.

- Expresa como número decimal:  
¿Cuántos kilos pesa el paquete de gomitas?
- Explica tu respuesta.

b) El largo de un chanchito de tierra puede ser de 7 mm.

- ¿Cuántos centímetros mide un chanchito?
- ¿Es conveniente expresar en metros lo que mide un chanchito de tierra? ¿Por qué?

### Indicadores/observar que:

- Explica su respuesta expresando la equivalencia (1 kg equivale a 1.000 g) y asociando los gramos con los milésimos.

En la fundamentación de su respuesta:

- Sólo dice que menos que un cm sin calcular. Explica que, por ejemplo, no es necesario o conveniente expresarlo en centímetros.
- Calcula e indica que un milímetro es la décima parte de un centímetro y que, entonces, los décimos de centímetro corresponden a los milímetros.
- No calcula y considera poco apropiada la unidad (metro).

**Resuelven problemas que impliquen restar y sumar decimales.****Ejemplo**

Un ciclista recorre en 4 etapas una distancia de 200 km.

En la primera etapa recorre 27,32 km.

En la segunda etapa recorre 40,5 km.

En la tercera etapa recorre 80,75 km.

- ¿Cuánto debe recorrer en la cuarta etapa para lograr la meta?
- ¿Cuál es la diferencia en kilómetros entre la etapa que recorre más y la que recorre menos?

- Incluye los datos relevantes para la solución.
- Plantea una estrategia de solución.
- Realiza los cálculos correspondientes.
- Incluye los datos relevantes para la solución.
- Plantea una estrategia de solución.
- Realiza los cálculos correspondientes.



## Unidad 5

# Geometría

### Contenidos

#### **Figuras geométricas**

- Reproducción y creación de figuras y representaciones planas de cuerpos geométricos usando regla, compás y escuadra.
- Estudio de cuadriláteros: características de sus lados y de sus ángulos.
- Trazado de cuadriláteros a partir de sus ejes de simetría.
- Combinación de figuras para obtener otras previamente establecidas.

#### **Perímetro y área**

- Cálculo de perímetro y área de figuras compuestas por cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos.
- Ampliación y reducción de cuadrados y rectángulos en papel cuadriculado; expresando como razones las variaciones de los lados, el perímetro y el área.
- Análisis del perímetro y el área de familias de cuadrados y rectángulos, generadas a partir de la variación de sus lados.

### Aprendizajes esperados

Las alumnas y los alumnos:

1. Dibujan figuras y representaciones planas de cuerpos, describen en forma verbal el proceso seguido y lo fundamentan.
2. Identifican propiedades y regularidades de cuadriláteros convexos y establecen relaciones entre ellas.
3. Resuelven problemas que impliquen calcular perímetros y áreas de figuras, utilizando descomposiciones de éstas en cuadrados, rectángulos y/o triángulos rectángulos.
4. Resuelven problemas que impliquen calcular y analizar áreas y perímetros de familias de cuadrados y rectángulos generadas a partir de la variación de sus lados
5. Predicen efectos en el área y/o perímetro de cuadrados y rectángulos, al introducir variaciones en las medidas de sus lados y viceversa.

### Orientaciones didácticas

En esta unidad se persigue profundizar y ampliar las experiencias de los niños y las niñas en el ámbito de la geometría, privilegiando, como se ha hecho en los niveles anteriores, el desarrollo de experiencias sistemáticas de construcción y dibujo, que lleven a indagar, observar, experimentar, comparar, sistematizar y concluir propiedades de los cuadriláteros.

La atención se pone, en particular, sobre los ejes de simetría y en las relaciones de éstos con otras características de las figuras. De este modo, la existencia o no de ejes de simetría se enfoca como una propiedad particular de algunos cuadriláteros pero que está íntimamente relacionada con otras propiedades. Así, se parte con una sistematización y profundización de propiedades de cuadriláteros referidas a lados y ángulos, luego se incorpora una nueva propiedad (existencia o no de ejes de simetría) para, finalmente, ponerlas todas en relación, permitiendo una caracterización más acabada de cuadrados y rectángulos.

Respecto de perímetros y áreas, se propone un conjunto de actividades con cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos con el fin de profundizar estos conceptos cuyo tratamiento sistemático se inició en el nivel anterior. No obstante, el foco de la unidad está puesto en el análisis de los efectos que producen en los perímetros y las áreas las variaciones que se introduzcan en los lados de un cuadrado o rectángulo.

Se trata, en definitiva, de abordar una noción importante para la comprensión del comportamiento de los objetos en una y en dos dimensiones: en la primera, los efectos son lineales; en la segunda son bidimensionales. Si, por ejemplo, se duplica el lado de un cuadrado, el perímetro también se duplica pero el área se cuadruplica (se multiplica por dos al cuadrado); si se triplica, el perímetro se triplica y el área se multiplica por 9 (se multiplica por tres al cuadrado). Se persigue que los niños y niñas perciban estas relaciones sin llegar, necesariamente todavía, a una generalización. En niveles posteriores se abordará este aspecto incorporando el espacio tridimensional (volumen).

Para abordar este tema, se incorpora la idea de “familias de figuras”, entendiéndose por éstas aquellas que son generadas a partir de una figura inicial (por ejemplo, un cuadrado) a la cual se le introducen variaciones: se duplica sucesivamente la longitud de sus lados; se suma repetidamente un centímetro a sus lados, etc.

Es importante que los niños y niñas dibujen. Se presenta en este programa un Anexo con orientaciones sobre el uso de algunos instrumentos. Se puede, también, apoyar las actividades utilizando programas computacionales tales como Clarisworks que permiten hacer reproducciones rápidas, dibujar una figura y luego girarla, agrandarla o reducirla; utilizar distintos colores para distinguirlas, etc.

Con el fin de que los niños y las niñas vayan estableciendo conclusiones y propiedades generales se insiste, como en los niveles anteriores, en la importancia del registro sistemático de observaciones y en su análisis. En este proceso resulta esencial que comuniquen lo que hacen, escuchen, se planteen hipótesis, detecten y corrijan sus errores, prueben la veracidad de sus conjeturas. En este sentido, es importante que el profesor o la profesora, al acompañar el trabajo de los estudiantes, les plantee preguntas como ¿por qué crees que resultará así? ¿qué pasaría si en vez de...? ¿probaste con otros casos? ¿no es posible encontrar otra solución?, etc.

Es importante, también, que al sintetizar el docente considere los procedimientos utilizados por los estudiantes, sus procesos y conclusiones. Es decir, es importante que sus exposiciones incorporen las actividades desarrolladas por los niños y niñas.

### Actividades de aprendizaje

Combinan libremente figuras geométricas básicas (triángulos, cuadrados, rectángulos), exploran relaciones entre ellas y registran ordenadamente sus observaciones.

Ejemplo

1. Trabajan con el tangrama chino.

a) Reproducen en hojas blancas la mayor cantidad de figuras que hayan podido formar con los dos triángulos mayores.

Una vez obtenidas todas las que consideran posibles, separan algunas de acuerdo a las siguientes preguntas:

¿Cuántos cuadrados diferentes se pueden construir?

¿Cuántos rectángulos diferentes pueden construir?

¿Cuántos triángulos distintos?

¿Qué otras figuras pudieron construir? ¿Cómo se llaman?

Van registrando la información en una tabla como la siguiente:

Piezas usadas	Figuras obtenidas
2 triángulos grandes	Cuadrados: 1
	Rectángulos: ninguno
	Triángulos: 1
	Rombos: ninguno
	Romboides: 1
	etc.

b) Repiten la experiencia utilizando los dos triángulos pequeños y analizan la situación a partir de preguntas como:

¿En qué se diferencian las figuras obtenidas con los triángulos más grandes y con los más pequeños?

c) Repiten la experiencia ahora utilizando primero cuatro ejemplares del triángulo más grande y luego 4 triángulos pequeños.

Dibujan ordenadamente los triángulos, cuadrados y rectángulos que van obteniendo, descartando otras figuras. Siguen completando la tabla anterior a partir de preguntas como:

### Comentarios

El tangrama es un rompecabezas chino conocido hace unos 4.000 años. Para esta actividad deben contar con más de un ejemplar de este juego.

Es necesario hacer notar que algunas figuras que se pueden construir no son convexas.

En las actividades siguientes se llamará particularmente la atención sobre algunas convexas: cuadrado, rectángulo, paralelogramos y triángulos.

Este mismo tipo de actividad se puede realizar con reproducciones de figuras y utilizando no sólo triángulos, como en el ejemplo, sino combinaciones de cuadrados, rectángulos y triángulos.

Es importante llamar la atención de los niños y niñas respecto de algunas condiciones que se van determinando. Por ejemplo, con dos triángulos como los del tangrama (rectángulos) no se puede armar un rectángulo, pero que con 4 sí es posible.

- ¿Cuántos cuadrados diferentes se pueden construir?
- ¿Cuántos rectángulos diferentes se pueden construir?
- ¿Cuántos triángulos distintos?
- ¿Qué otras figuras pudieron construir?

d) Analizan la tabla y escriben algunas conclusiones.

2. Utilizando el tangrama construyen figuras como las siguientes:

- un triángulo
- un cuadrado
- un rombo o un romboide

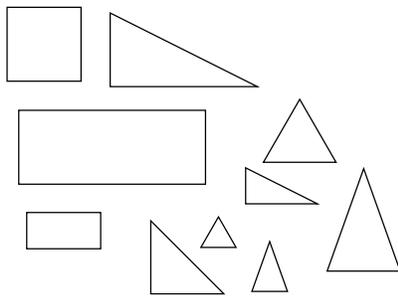
a) Copian sus diferentes soluciones en hojas blancas.

b) Determinan de cuántas maneras diferentes pueden combinar las piezas para encontrar las diferentes soluciones.

Investigan las condiciones necesarias para formar determinadas figuras combinando otras, comparten sus procedimientos y conclusiones y los comparan con los de sus compañeras y compañeros.

Ejemplos

1. Recortan varios ejemplares de figuras como las siguientes:



a) Seleccionan pares de figuras cualesquiera e intentan formar cuadrados y rectángulos.

- Discuten a partir de preguntas como:
  - ¿Se puede formar un cuadrado con cualquier par de figuras? Separan los pares que sirven.
  - ¿Se puede formar un rectángulo con cualquier par de figuras? Separan los pares que sirven.

Para esta actividad es necesario que cuenten con varios ejemplares de un tangrama.

Es muy importante ayudarles a encontrar las características de las figuras que permiten combinarlas de manera apropiada. Por ejemplo, que vean que con dos triángulos diferentes, uno rectángulo y otro isósceles, no se puede formar un rectángulo. Advertir que no siempre con dos rectángulos se puede formar un cuadrado

- Toman un par de figuras que permiten armar un rectángulo, lo analizan y escriben características que tienen esas figuras considerando tanto los lados como los ángulos. Por ejemplo,

“Son dos rectángulos y tienen uno de los lados de igual longitud”.

- Repiten la actividad tomando otros pares de figuras. Por ejemplo, dos que permiten formar un cuadrado; un par de triángulos que sirven para formar un rectángulo, etc.

b) Seleccionan pares de triángulos que permitan armar rectángulos y cuadrados.

- Escriben las características de los triángulos de cada par en relación a sus lados.

- Analizan cómo deben colocarse para que resulte: ¿se pueden poner en cualquier posición?

- Dibujan en hojas cuadrículadas las distintas posibilidades.

c) Arman cuadrados y rectángulos utilizando más de dos triángulos.

- Determinan la cantidad mínima de triángulos que permiten construir un cuadrado o un rectángulo.

- Estudian sus características en relación a los lados y a los ángulos y escriben conclusiones.

d) Seleccionan pares de triángulos que les permitan construir triángulos de mayor tamaño.

Analizan los pares de triángulos y describen sus características y las posiciones en las que deben colocarse para que permitan construir un triángulo más grande.

e) Hacen un trabajo en el que sintetizan las conclusiones de todas las actividades.

(es necesario que uno de los lados sea el doble del otro) u otro rectángulo (es necesario que tengan al menos un lado de igual longitud).

Orientar el análisis con preguntas como: ¿qué características tienen en común estos dos triángulos? (con los que se formó un rectángulo, por ejemplo).

Se puede apoyar la actividad proponiendo que dividan un cuadrado (o un rectángulo) en dos triángulos iguales y luego los analicen.

En este caso con dos triángulos rectángulos del mismo tamaño es posible hacer un rectángulo. Pero para formar un cuadrado, además, deben ser isósceles. Es importante cómo se colocan, pues también es posible formar rombos o romboides.

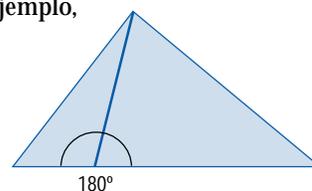
Si con un par de triángulos se puede armar un cuadrado, para construir otro más grande se requiere de al menos 4, todos del mismo tamaño.

En cambio, para el caso de un rectángulo también se requieren 4 pero pueden ser dos parejas diferentes. Por ejemplo,



Tratar de llamar la atención sobre la necesidad de poder formar un ángulo de  $180^\circ$  y de que uno de los lados debe tener la misma longitud.

Por ejemplo,



2. Utilizando un geoplano, investigan de manera sistemática las diferentes maneras en que se puede dividir:

a) Un cuadrado en 2 triángulos. Discuten las características de los triángulos: ¿son del mismo tipo, tienen el mismo tamaño? ¿Puede dividirse el cuadrado en dos triángulos de diferente tipo?

Dibujan las diferentes soluciones en papel cuadriculado.

b) Un cuadrado en más de dos triángulos. ¿Existe una sola manera de hacerlo?, ¿puede dividirse en, por ejemplo, 3 triángulos equivalentes?, ¿en cuatro?

c) Un rectángulo en dos triángulos. Comparan los triángulos con los que resultan de dividir en dos un cuadrado.

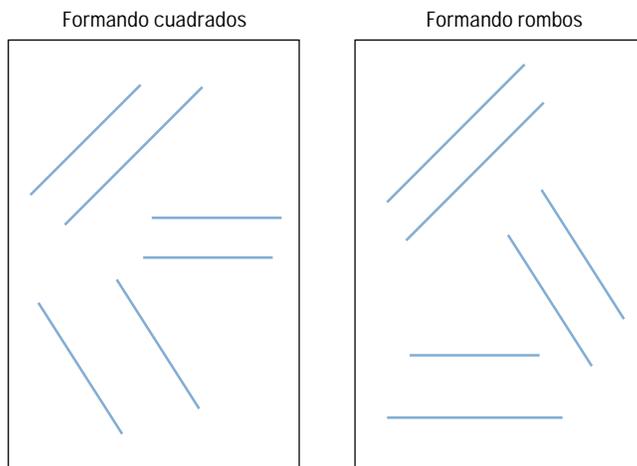
d) Un rectángulo en cuadrados. ¿Siempre se puede dividir un rectángulo en cuadrados? ¿Qué características debe tener el rectángulo para dividirlo en dos cuadrados iguales?

e) Realizan un trabajo en el que escriben conclusiones generales.

Realizan diferentes procedimientos para reproducir figuras y representaciones planas de cuerpos geométricos, utilizando instrumentos como regla, escuadra y compás.

Ejemplos

1. En hojas de papel blanco, usando una regla y una escuadra, trazan rectas paralelas en distintos sentidos como las siguientes:



Es posible dividir un cuadrado en muchos triángulos de diferentes tipos. En esta actividad se trata de resaltar la características que deben tener en común los triángulos (algún lado de igual longitud, por ejemplo).

Para trabajar con el geoplano, primero deben construir un cuadrado (o la figura requerida) con un elástico. Luego, con elásticos de otros colores van formando los triángulos.

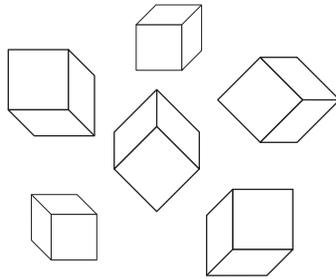
En la síntesis es importante destacar que, bajo ciertas condiciones, deben existir relaciones determinadas entre los lados de las figuras, y que no se pueden colocar de cualquier manera.

Para que los niños y niñas realicen estas actividades es necesario enseñarles cómo trazar rectas paralelas y perpendiculares utilizando regla y escuadra; y cómo trazar ángulos rectos.

Si no se cuenta con los instrumentos mencionados, se pueden sustituir por otros objetos simples (ver Anexo).

Es necesario apoyar la elaboración de sus descripciones con el fin de que sean precisas y utilicen el vocabulario adecuado (lados paralelos, ángulos no rectos, etc.).

- a) Usando estas rectas como base, buscan maneras de formar cuadrados y describen el procedimiento usado, enumerando cada paso realizado. Previo a la descripción realizan una “lluvia de ideas” con palabras y verbos que pueden ayudar a la descripción.
  - b) Hacen lo mismo en otras hojas para dibujar rectángulos, rombos y romboides.
  - c) Luego se reúnen en parejas y por turno se dictan las instrucciones para dibujar cuadrados. Cada persona debe seguir las instrucciones para dibujar lo pedido y si no se comprende alguna instrucción o algún paso está incorrecto, modifican la redacción.
2. Observan diferentes representaciones planas de un cubo:



- a) Con un cubo que tengan a la vista, comparan las diferentes representaciones: toman el cubo y lo colocan en la misma posición que cada representación plana e identifican y muestran cómo se está mirando el cubo en cada caso.
- b) Buscan maneras de reproducir al menos dos de las representaciones, usando regla y escuadra. Identifican en los dibujos los elementos correspondientes al cubo sólido: aristas, vértices y caras.  
  
Comparten y comparan sus procedimientos.
- c) Complementariamente, eligen una de las representaciones y las describen para que otras personas logren dibujarla.

**Palabras o frases como:** “medir 5 cm”, “igual longitud” o “largo”, “vertical, horizontal”, etc.

**Al producirse diferencias entre la figura original y las que resultan de la descripción, es importante orientarles a determinar y corregir eventuales errores de la descripción, y errores en las reproducciones.**

**Para apoyar la representación de cuerpos es conveniente utilizar una matriz de puntos triangulares (ver Anexo).**

**Se puede utilizar la representación de otros cuerpos geométricos como paralelepípedos y pirámides.**

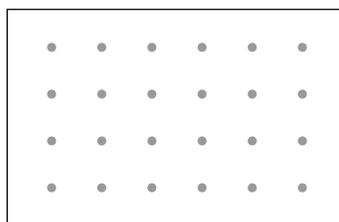
**Se trata de que identifiquen los elementos del cuerpo geométrico (real) en cada representación y tomen conciencia de que las diferencias se deben a que se le mira desde diferentes puntos de vista.**

**En este tipo de representación los lados paralelos en las caras del cuerpo lo son también en el dibujo, aunque cambien de forma debido a los cambios en sus ángulos.**

Observan y analizan diferentes cuadriláteros, identifican sus elementos, los describen y clasifican relacionando las características de sus lados y sus ángulos.

### Ejemplos

1. Trabajan en geoplanos o tramas de puntos.



- a) Representan por medio de dibujos o utilizando elásticos de colores al menos 10 cuadriláteros.
- b) Comparten su trabajo con otros compañeros y compañeras, observando los cuadriláteros dibujados y realizan una primera clasificación. Escriben el o los criterios utilizados.
- c) Realizan una segunda clasificación agregando sucesivamente otros criterios como, por ejemplo, los ángulos.
- d) Comparten criterios de clasificación con otros grupos e incorporan los que eventualmente no hayan considerado.

¿Algunos compañeros y compañeras coincidieron con sus criterios de clasificación?

¿Qué criterios de clasificación diferentes les parecieron importantes? ¿Por qué?

Escriben una síntesis y acuerdan criterios de clasificación comunes.

2. Dibujan cuadriláteros a partir de instrucciones que da el docente o un compañero o compañera:
  - a) A medida que se escuchan las instrucciones van dibujando el cuadrilátero y ajustando el dibujo según se avanza en la descripción. Verifican si su dibujo corresponde al cuadrilátero descrito.

Libremente pueden usar criterios como tamaño, por ejemplo. Posteriormente irán incorporando otros.

Es necesario ir construyendo en conjunto con los niños y niñas una síntesis compartida, incorporando en ella los argumentos de todos.

En las clasificaciones hay que considerar longitud de los lados y sus relaciones (pares paralelos, perpendiculares), los ángulos (rectos, no rectos, etc.).

Para hacer la síntesis se puede ir registrando en el pizarrón los datos sugeridos por los niños y niñas para cada descripción y la frecuencia con que aparecen.

b) Comentan y discuten acerca de los diferentes tipos de cuadriláteros que van apareciendo, reflexionando a partir de preguntas tales como:

¿Qué características sugeridas en la descripción permiten reconocer este cuadrilátero? ¿Cómo son sus lados? ¿Cómo son sus ángulos?

c) Escriben una síntesis final.

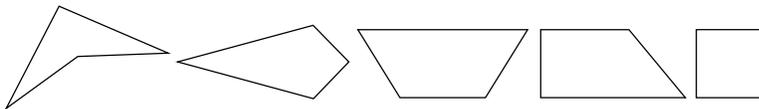
Investigan los ejes de simetría de diversos cuadriláteros, relacionándolos con las características de los lados y ángulos, y los clasifican según el número de ejes.

Ejemplos

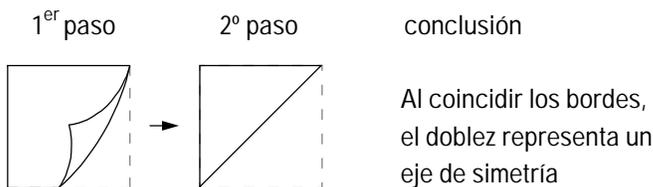
1. Usando cuadrados de papel lustre de igual tamaño:

a) Recortan:

- cuadrados de distintos tamaños;
- rectángulos;
- rombos;
- romboides;
- otros cuadriláteros como los siguientes:



b) Imaginan, para cada figura, si es posible dividirla en dos partes exactamente iguales haciéndole un doblez. Anotan sus predicciones y luego las comprueban efectuando los dobleces. Por ejemplo,



Marcan la línea que se formó al hacer el doblez y escriben su nombre: eje de simetría.

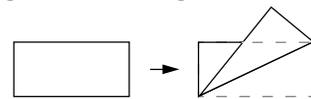
Es necesario establecer permanentemente comparaciones entre las diferentes figuras con el fin de que identifiquen las características esenciales que hacen las diferencias.

Si no conocen los nombres de los cuadriláteros, éste es un buen momento para introducirlos.

“Otros cuadriláteros” se refiere a figuras que no sean paralelogramos.

Si al realizar un doblez coinciden exactamente todos los bordes de ambas partes, entonces el doblez marca un eje de simetría.

Interesante es que los niños y niñas se anticipen a los posibles ejes de simetría, pues algunas veces parecen evidentes y no lo son; es el caso de la diagonal del rectángulo.



- c) Toman cada una de las figuras recortadas y determinan, por medio de dobleces, todos sus ejes de simetría.

¿Cuántos ejes de simetría tiene un cuadrado?

¿Cómo pueden verificar experimentalmente que no tiene otros ejes de simetría?

¿Cuántos ejes de simetría tiene un rectángulo?

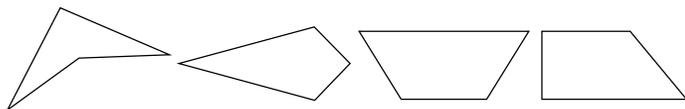
- d) Clasifican los cuadriláteros en aquellos que tienen ejes de simetría de los que no tienen. Registran la información dibujándolos en una tabla como la siguiente:

Ejes de simetría	Cuadrilátero
4	
2	
1	
0	

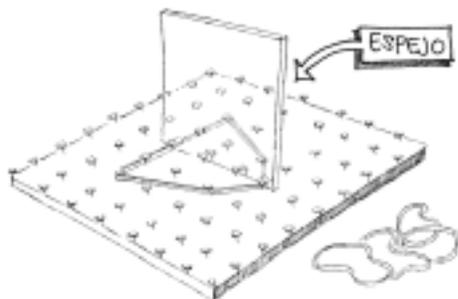
Luego clasifican según el número de ejes que tengan. Describen características de cada grupo (en relación a sus lados, por ejemplo).

2. En un geoplano y usando elásticos:

- a) Representan un rectángulo, un cuadrado, un rombo, un romboide y otras figuras como las siguientes:



- b) Una vez representada una figura, ubican un espejo en forma vertical en uno de sus lados y observan la nueva figura formada entre la figura y lo que se proyecta en el espejo.



En este caso, aunque se forman dos triángulos congruentes, éstos no son simétricos en la figura.

Proporcionar tiempo a los niños y niñas para que experimenten libremente; luego, orientar el proceso hacia el establecimiento de algunas conclusiones.

Si los niños y las niñas no conocen el nombre de las figuras pueden hacer un dibujo. Es buen momento para introducir los nombres correspondientes.

Es muy importante colocar muy recto el espejo (perpendicular al geoplano) para no producir distorsiones visuales.

Deben trabajar con una figura a la vez.

Dibujan las figuras que resultan.

- c) Posteriormente ubican el espejo en diferentes partes sobre las figuras y seleccionan aquellas posiciones del espejo que permiten que se vea la figura tal como es realmente.
- d) Clasifican los cuadriláteros en aquellos que tienen ejes de simetría de los que no tienen. Determinan el número total de ejes de simetría que tiene cada figura registrando la información en una tabla.
- e) Escriben sus conclusiones respecto del número de ejes de simetría que tiene cada una de las figuras con las que trabajaron; las características de sus lados, etc.

Aplican la noción de eje de simetría para describir objetos del entorno. Analizan la importancia de la simetría en objetos del medio y en objetos artísticos.

#### Ejemplos

1. Recorren la sala e identifican objetos que parecen tener ejes de simetría.
  - Hacen un dibujo esquemático (plano) de ellos e identifican un eje de simetría. Comparan diferentes figuras. Por ejemplo, una taza, un vaso y un tazón de dos orejas; baldosas con dibujos; etc.
  - Imaginan cómo sería un vaso, por ejemplo, si no tuviera un eje de simetría vertical: ¿se podría parar?
  - Analizan cómo serían algunos objetos si no tuvieran determinados ejes de simetría.
  - ¿Es simétrica la cara de las personas considerando como eje una línea que la cruce desde la frente hasta el mentón?
2. Buscan en libros de la Biblioteca de Aula o en internet información sobre la simetría en obras de arte, en la arquitectura, etc.
  - Discuten sobre cómo les gustan más los objetos: simétricos (es decir, con uno o varios ejes de simetría) o asimétricos. Explican por qué.

Las posiciones del espejo que permiten ver la figura completa, tal como es, marcan sus ejes de simetría.

No se trata de trabajar sistemáticamente los ejes de simetría en objetos tridimensionales sino más bien en representaciones planas esquemáticas (o fotos, por ejemplo).

No obstante, no se eluden dichos ejes, abriendo espacios para visualizarlos de manera intuitiva. En el caso particular, por ejemplo, de una taza, según como se dibuje, no tendría un eje de simetría vertical. No obstante, como cuerpo tiene un eje central que permite ponerla de pie.

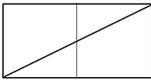
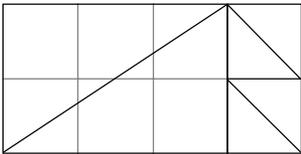
En esta idea intuitiva se puede hacer ver que algunos objetos no parecen tener algún eje de simetría, mirados desde un punto de vista, pero sí lo tienen mirados desde otro. Por ejemplo, un jarro de agua con una oreja.

Investigan procedimientos para determinar el área de triángulos rectángulos estableciendo relaciones con áreas de cuadrados y de rectángulos.

**Ejemplo**

1. Dibujan en una hoja de papel cuadriculado (de 1 cm) distintos cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos; determinan su área utilizando triángulos rectángulos.

Completan una tabla con los resultados y expresan el área de los triángulos. Por ejemplo:

Figuras	Area total	Area triángulos
		
		
	8 cm <sup>2</sup>	Grandes: 3 cm <sup>2</sup> Pequeños: $\frac{1}{2}$ cm <sup>2</sup>

2. Utilizando tangramas forman cuadrados y rectángulos.

- Determinan diferentes maneras de medir el área de las figuras formadas, utilizando el área del triángulo pequeño como unidad.
- Registran sus resultados en una tabla.
- Comparten sus procedimientos y resultados destacando, en particular, las relaciones entre rectángulos y cuadrados con los triángulos.

Actividades como éstas se realizaron en 5º Año Básico. No obstante, es necesario profundizar en ellas y establecer relaciones con las actividades posteriores.

El propósito de la actividad es que determinen el área de los triángulos que utilizan en función del área del cuadrado o rectángulo correspondiente.

Los niños y niñas pueden haber subdividido el triángulo de muchas diversas maneras. Finalmente, lo más importante es que vayan percibiendo que el área de los triángulos se puede encontrar a partir del área de cuadrados y de rectángulos.

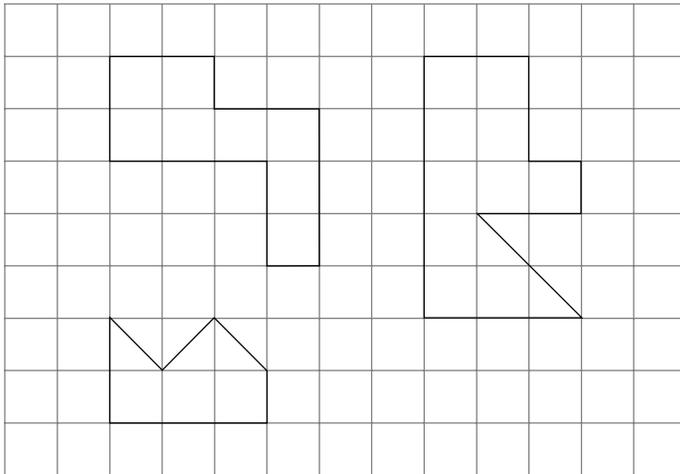
Los triángulos del tangrama son rectángulos. Permiten visualizar la relación entre éstos y los rectángulos.

Calculan áreas de figuras compuestas por cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos; sistematizan y evalúan diferentes estrategias.

Ejemplos

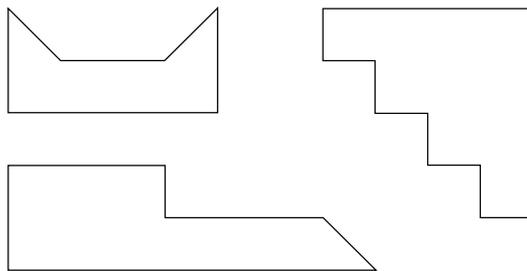
1. Calculan el área de figuras como las siguientes:

a) Dibujadas en papel cuadriculado de 1 cm:



Comparan los procedimientos que utilizaron y las respuestas.

b) En papel blanco:



- Buscan al menos un procedimiento para calcular el área y el perímetro de cada una de ellas.
- Comparten los procedimientos y eligen el que les parece más conveniente, más rápido, más entretenido.

El aspecto principal de esta actividad es que los niños y niñas lleguen a descomponer las figuras de manera conveniente para facilitar los cálculos.

Pueden partir haciendo descomposiciones de manera muy libre. Posteriormente, es importante orientarlos para que se den cuenta de que, entre las diferentes posibilidades que hay para descomponer las figuras, algunas son mejores que otras en relación a la tarea.

Se trata de que expliciten, por ejemplo, que dos triángulos corresponden a un cuadradito, que visualicen las “compensaciones” posibles de hacer, etc.

Las figuras se pueden descomponer en cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos.

2. Trabajando en grupos o en parejas, se desafían a encontrar el número mínimo de cuadrados, rectángulos y triángulos en que se puede dividir una figura para calcular su área.

a) Cada uno crea una figura, se la entrega a otra persona para que determine su área. Al mismo tiempo recibe una figura.

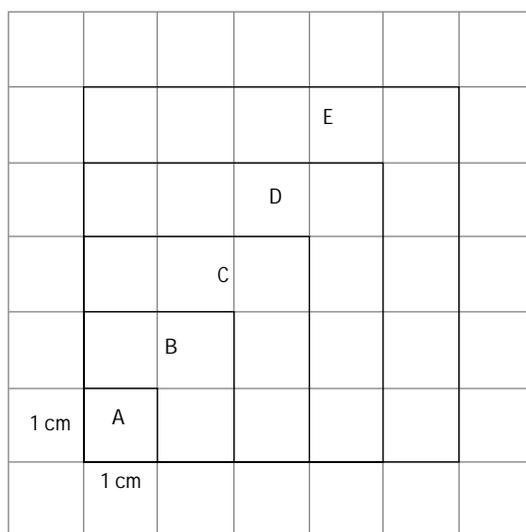
b) Calculan el área de la figura que recibieron e intentan convencer a su contrincante de que el procedimiento que utilizó cada uno es el mejor.

Si quien creó el dibujo tenía una estrategia diferente, las discuten y llegan a un acuerdo.

Amplían y reducen cuadrados y rectángulos utilizando papel cuadriculado, escuadra y regla, generando familias de figuras. Establecen relaciones entre los lados, el perímetro y el área de las figuras originales y los de las figuras resultantes.

#### Ejemplos

1. Analizan la siguiente familia de cuadrados, generada sumando sucesivamente 1 cm a la longitud de sus lados, a partir del cuadrado A de lado 1 cm:



Se trata de que busquen argumentos convincentes para justificar la estrategia que utilizaron. Por ejemplo, que dividieron la figura de determinada forma porque no se podía hacer de otra manera; o que lo hicieron así porque salía más fácil.

Pedirles que lleguen a un acuerdo tiene como propósito que desarrollen buenos argumentos.

Las familias de cuadrados se pueden generar como en el ejemplo o, como se ve en el ejemplo siguiente, en el caso de un rectángulo, multiplicando la longitud de sus lados.

- a) Determinan las medidas de cada uno de los cuadrados y las registran en una tabla como la siguiente:

Lados	
Cuadrado A	1 cm
Cuadrado B	
Cuadrado C	
Cuadrado D	
Cuadrado E	

- b) Calculan el perímetro y el área de cada uno y los registran en la tabla:

	Lados	Perímetro	Área
Cuadrado A	1 cm	4 cm	1 cm <sup>2</sup>
Cuadrado B			
Cuadrado C			
Cuadrado D			
Cuadrado E			

- c) Analizan las relaciones entre los lados, el perímetro y el área de las siguientes parejas de cuadrados y registran la información. Por ejemplo:

### A y B

Lados en la razón de 1 es a 2, es decir, el lado del cuadrado A se multiplicó por 2.

- Perímetros en la razón:
- Áreas en la razón:

### A y C

Lados en la razón 1 es a 3, es decir, la longitud del lado se triplicó.

- Perímetros en la razón:
- Áreas en la razón:

Aunque no se han trabajado sistemáticamente las razones, es posible escribir las relaciones entre los diferentes elementos como tales. Escribir “uno es a dos” como 1 : 2.

- d) Predicen las razones entre el perímetro y el área del cuadrado A y uno nuevo cuyo lado mida 6 cm.

Verifican sus predicciones haciendo un dibujo o calculando.

2. Utilizando papel cuadriculado dibujan un rectángulo de 1 cm por 2 cm.

- a) Calculan el perímetro y el área.

A continuación dibujan un segundo rectángulo cuyos lados midan el doble del original. Calculan su perímetro y su área.

¿Qué relación se puede establecer entre el perímetro del primer rectángulo y el segundo?

¿Qué relación se puede establecer entre las áreas de los dos rectángulos?

- b) Dibujan rectángulos que resultan de multiplicar por 3, luego por 4 y por 5 la longitud de los lados. Calculan cada vez el perímetro y el área de los nuevos rectángulos.

- c) Registran sus resultados en una tabla como la siguiente:

	Perímetro	Área
<b>Primer rectángulo</b>		
Lado a = 1	6 cm	2 cm <sup>2</sup>
Lado b = 2		
<b>Segundo rectángulo</b>		
Lado a = 2	12 cm	8 cm <sup>2</sup>
Lado b = 4		
<b>Tercer rectángulo</b>		
Lado a = 3	18 cm	18 cm <sup>2</sup>
Lado b = 6		

- d) Analizan la tabla a partir de preguntas como:

Al duplicar los lados del rectángulo: ¿Qué pasa con el perímetro?  
¿Por qué el área se multiplica por 4?

Al multiplicar por 3 los lados del rectángulo el perímetro resulta 3 veces más grande. ¿Qué ocurre con el área del nuevo rectángulo?  
¿Cuántas veces más grande resulta?

Se trata de generar, por ejemplo, varios rectángulos y/o cuadrados a partir de uno inicial, duplicando sucesivamente sus lados, o triplicando su longitud, etc.

En este caso, el perímetro del primer rectángulo es igual a 6 centímetros; el área es igual a 2 centímetros cuadrados.

El perímetro del segundo es igual a 12 unidades y el área igual a 8.

Es decir, al perímetro se duplica y el área resulta multiplicada por 4.

Es importante que dibujen, de modo que vayan ampliando los lados respectivos sin confundirlos. Ayuda señalar con letras (a y b, por ejemplo) los lados en el rectángulo original.

Es necesario repetir la experiencia con varios rectángulos, con el fin de percibir los efectos de duplicaciones o triplicaciones de los lados en el perímetro y el área.

Es posible utilizar una hoja cuadriculada en centímetros con el fin de facilitar la identificación de las unidades.

Para que los niños y las niñas perciban los efectos se puede realizar una experiencia similar utilizando un cuadrado.

e) Anticipan el perímetro de un rectángulo generado al multiplicar por 6 los lados del rectángulo original.

¿Por cuánto se va a multiplicar el perímetro?

¿Por cuánto se va a multiplicar el área?

Comprueban haciendo un dibujo o efectuando los cálculos.

Planifican la construcción de objetos determinando sus medidas reales y elaborando planos esquemáticos a escala de sus piezas.

Ejemplo

1. Construyen los planos para una conejera o casa para el perro.

a) Hacen un dibujo esquemático de la conejera considerando las entradas (puertas).

Deciden las dimensiones reales que tendrá.

b) Dibujan cada una de las piezas utilizando una escala. Por ejemplo, 10 cm del objeto corresponden a un centímetro en el dibujo.

c) Calculan el material necesario para construirla y el costo que tendría.

Es importante proponerles preguntas para que anticipen los resultados y expresen la relación entre las medidas como razón. Por ejemplo, si los lados de dos rectángulos están en razón de 1 es a 2, los perímetros están en esa misma razón pero las áreas están en razón de 1 es a 4. Es decir, si los lados son el doble, el perímetro se duplica pero el área se hace cuatro veces más grande.

Para dibujar cada una de las piezas, no sólo deben resolver la escala que utilizarán sino cómo dibujar con precisión cuadrados, rectángulos, etc., es decir, cómo dibujar rectas paralelas, perpendiculares, ángulos rectos.

En este caso, la identificación de cada una de las piezas del objeto en el dibujo es muy importante, pues no son todas iguales (no sólo en cuanto a la forma sino que, además, algunas tienen puertas).

Si construyen efectivamente alguno de los objetos propuestos, deberán enfrentar el desafío de dibujar rectas paralelas, perpendiculares, ángulos rectos, en pliegos grandes de papel, por ejemplo. Esto plantea desafíos adicionales mayores que dibujar en hojas de cuaderno, por ejemplo.

## Actividades de evaluación

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que pueden ser incorporadas en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo.

En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

Ejemplos de actividades y problemas	Indicadores/observar que:
<p><b>Combinan adecuadamente figuras geométricas para obtener otras, considerando sus características.</b></p> <p>1. Inventan tangramas cuadrados o rectangulares que cumplan con las siguientes condiciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Debe tener 6 u 8 piezas de las cuales 4 sean iguales y no correspondan a cuadrados o rectángulos ni a figuras no convexas.</li> <li>• Debe contener al menos una pieza que tenga 4 ejes de simetría.</li> <li>• Debe estar compuesto por la mínima cantidad de triángulos rectángulos pero de dos tamaños diferentes.</li> </ul> <p>a) Intercambian uno de sus tangramas con un compañero o compañera quien debe rearmarlo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se propone una estrategia para enfrentar el problema.</li> <li>• Considera las condiciones pedidas en cada caso.</li> <li>• Las piezas repetidas no son piezas cóncavas.</li> <li>• Incluye al menos un cuadrado.</li> <li>• Utiliza tres triángulos rectángulos (dos de ellos de igual tamaño).</li> <li>• Las piezas permiten rearmar el tangrama.</li> </ul>
<p><b>Planifican la construcción de un objeto, realizan un plano esquemático de sus partes determinando una escala.</b></p> <p>Ejemplo</p> <p>1. Diseñan una caja para guardar los útiles escolares.</p> <p>a) Deciden la forma que tendrá la caja y hacen un dibujo esquemático.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El dibujo refleja la forma que tendrá la caja.</li> <li>• Las medidas son adecuadas para la función que cumplirá la caja.</li> </ul>

b) Determinan las medidas que tendrá la caja.

c) Dibujan cada una de las piezas de la caja determinando una escala. Explicitan la escala que utilizarán.

d) Calculan el material necesario para construirla (cartón, por ejemplo), el papel necesario para forrarla y el costo que tendría.

- Las características de las piezas corresponden a las de los dibujos (lados paralelos, ángulos rectos, etc.), es decir, posibilitan efectivamente unirlos adecuadamente.
- La escala es adecuada al tamaño de la hoja en que dibujan.
- Expresan en las unidades adecuadas los materiales (metros, metros cuadrados, centímetros, centímetros cuadrados).

## Anexo

### 1. Dibujo de rectas paralelas con regla y escuadra

- Trazar una recta con una regla o escuadra. Situar la escuadra y trazar una segunda recta (Fig. 1). Colocar la escuadra sobre esta segunda recta como se indica en la Fig. 2. Prolongar la recta (Fig. 3) y borrar la recta perpendicular.

Fig. 1

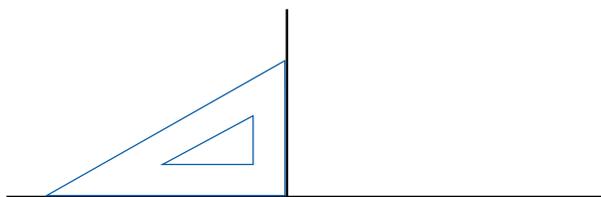


Fig. 2

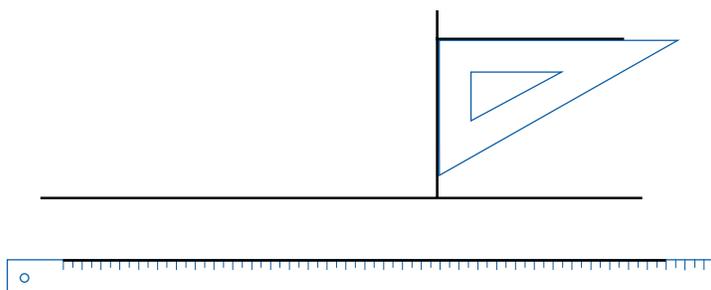


Fig. 3



### 2. Dibujo de rectas perpendiculares con compás

- Tratar una recta y sobre ella marcar un punto. Situar la punta del compás en ese punto y desde allí marcar (con una abertura determinada) un segundo punto sobre la recta (Fig. 4). Girar el compás y marcar un tercer punto al lado contrario, simétricamente, es decir, con la misma abertura del compás (Fig. 5).

Fig. 4

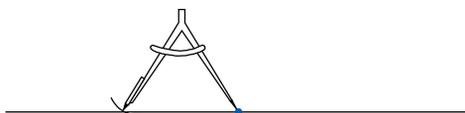
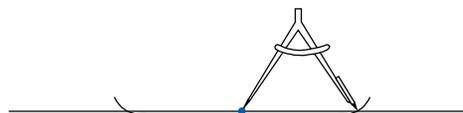


Fig. 5



- Trazar un arco ubicando el compás en uno de los puntos de la recta (Fig. 6) y cortarlo trazando un segundo arco a partir del otro punto (Fig. 7).

Fig. 6

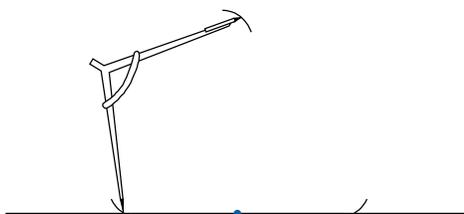
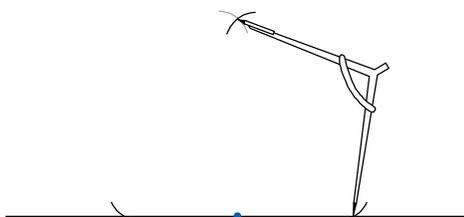
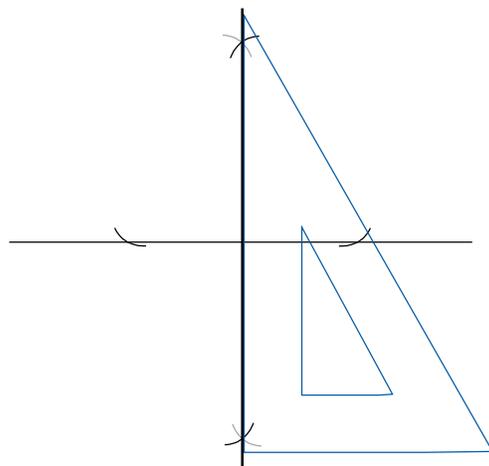


Fig. 7



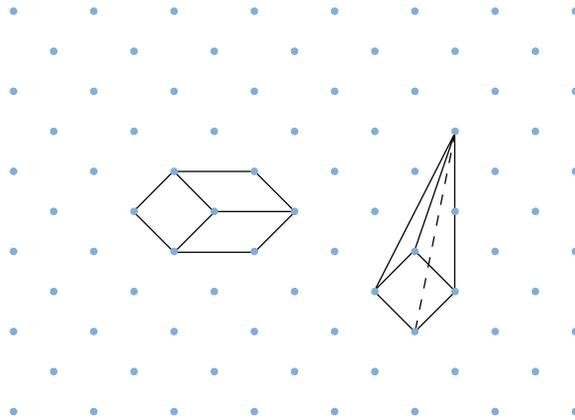
- Repetir la secuencia para determinar un punto (intersección de dos arcos) en la parte inferior a la recta.
- Trazar la recta que pasa por los dos puntos (Fig. 8).

Fig. 8



**3. Trama de puntos triangulares para el dibujo de representaciones planas de cuerpos (Fig. 9).**

Fig. 9





## Bibliografía recomendada

- Centeno, Julia (1997). *Números Decimales ¿Por qué? ¿Para qué?* Serie Matemáticas: cultura y aprendizaje. Editorial Síntesis.
- Corbalán, Fernando (1995). *Las Matemáticas aplicadas a la vida cotidiana*, GRAO, Madrid, España.
- Dickson, L., Brown M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Editorial Labor S.A., Barcelona, España.
- Gálvez, G., Navarro, S., Riveros, M. y Zanacco, P. (1994). *Aprendiendo matemáticas con calculadora*. Ministerio de Educación, Santiago de Chile.
- Gardner, Martin (1994). *Matemáticas para divertirse*. Zugarío, Madrid, España.
- Holt, Michael (1987). *Matemáticas recreativas 2*. Ediciones Martínez Roca, Barcelona, España.
- Holt, Michael (1987). *Matemáticas recreativas 3*. Ediciones Martínez Roca, Barcelona, España.
- Kamii, Constance (1989). *Reinventando la Aritmética II*. Ed. Visor Distribuciones, Madrid, España.
- Kline, Morris (194). *El fracaso de las Matemáticas modernas: ¿por qué Juanito no sabe sumar?* Siglo XXI, Madrid, España.
- National Council of Teacher of Mathematics (1981). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*, U.S.A.
- Perelman, Y. (1987). *Matemáticas recreativas*. Ediciones Martínez Roca, Barcelona, España.
- Riveros, M. y Pierina Zanocco (1992). *Geometría: aprendizaje y juego*. Ediciones Universidad Católica de Chile, Santiago.
- Severo, J. y G. Ferrari (1994). *Olimpiadas matemáticas*. Ñandú, Buenos Aires, Argentina.



# Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios Quinto a Octavo Año Básico

## Objetivos Fundamentales

5<sup>o</sup>Quinto Año Básico  
NB3

- Procesar información cuantitativa, expresada con números de más de 6 cifras.
- Programar y administrar el uso del tiempo personal.
- Resolver problemas de diversos tipos, referidos a situaciones multiplicativas.
- Seleccionar una forma de cálculo -oral, escrito o con calculadora- a partir de las relaciones entre los números y las exigencias del problema a resolver.
- Aplicar el cálculo aproximado en la evaluación de situaciones y el control de resultados.
- Reconocer la multiplicidad de formas que puede asumir un valor fraccionario.
- Utilizar planos para orientarse en el espacio físico.
- Distinguir elementos de un cuerpo geométrico y establecer correspondencias entre un cuerpo y su representación plana.
- Reconocer elementos en una figura geométrica y analizar los cambios que se producen en la figura al variar la medida de sus ángulos internos.
- Distinguir perímetro y área como elementos uni y bidimensionales en una figura geométrica.
- Percibir la significación de las fórmulas, en tanto medio para expresar relaciones entre magnitudes variables.

6<sup>o</sup>Sexto Año Básico  
NB4

- Establecer nexos entre las operaciones básicas en los números naturales y reconocer la posibilidad de sustituir unas por otras.
- Conocer prácticas del mundo adulto en las que intervienen números y cálculos y confiar en la propia capacidad para incorporarlas en la resolución de problemas.
- Fundamentar procedimientos de cálculo -orales, escritos y con calculadora- basados en regularidades de los números y en propiedades de las operaciones.
- Resolver problemas que involucren unidades de medida de peso, capacidad y longitud, utilizando las equivalencias entre unidades, expresando los resultados de manera adecuada a la situación.
- Operar con cantidades no enteras utilizando, de acuerdo a la situación, números decimales o fracciones.
- Planificar el trazado de figuras sobre la base del análisis de sus propiedades, utilizando los instrumentos pertinentes.
- Comprender los efectos que provoca en el perímetro o el área de cuadrados y rectángulos la variación de la medida de sus lados y recurrir a las razones para expresarlas.
- Recolectar y analizar datos en situaciones del entorno local, regional y nacional, y comunicar resultados.

7<sup>o</sup>Séptimo Año Básico  
NB5

- Reconocer diferencias fundamentales entre el sistema de numeración y medición decimal y otros sistemas de numeración y medición.
- Aprender el valor instrumental de las matemáticas en la apropiación significativa de la realidad.
- Atribuir y expresar el significado de grandes y pequeños números utilizando diferentes recursos tanto gráficos como numéricos.
- Anticipar resultados -aproximando y/o acotando- a partir del análisis de las características de los números involucrados en los problemas y de las condiciones de éstos.
- Utilizar el razonamiento proporcional como estrategia para resolver problemas numéricos y geométricos.
- Analizar familias de figuras geométricas para apreciar regularidades y simetrías y establecer criterios de clasificación.
- Recolectar y analizar datos en situaciones del entorno local, regional y nacional y comunicar resultados; seleccionar formas de presentar la información y resultados de acuerdo a la situación.

8<sup>o</sup>Octavo Año Básico  
NB6

- Utilizar sistemáticamente razonamientos ordenados y comunicables para la resolución de problemas numéricos y geométricos.
- Percibir las posibilidades que ofrece el sistema de numeración decimal para expresar cantidades cualesquiera, por grandes o pequeñas que éstas sean.
- Resolver problemas utilizando las potencias para expresar y operar con grandes y pequeñas cantidades.
- Reconocer que una amplia gama de problemas se pueden expresar, plantear y resolver utilizando expresiones algebraicas simples.
- Estimar y acotar, de manera pertinente y razonable, resultados de operaciones con decimales positivos y negativos; expresarlos en fracciones según posibilidades y conveniencia de acuerdo a la situación.
- Recolectar y analizar datos en situaciones del entorno local, regional y nacional y comunicar resultados, utilizando y fundamentando diversas formas de presentar la información y los resultados del análisis de acuerdo a la situación.
- Analizar y anticipar los efectos en la forma, el perímetro, el área y el volumen de figuras y cuerpos geométricos al introducir variaciones en alguno(s) de sus elementos (lados, ángulos).
- Reconocer las dificultades propias de la medición de curvas y utilizar modelos geométricos para el cálculo de medidas.

# Contenidos Mínimos Obligatorios

## 5<sup>o</sup>

Quinto Año Básico  
NB3

### Números naturales

Hasta 1000:

- descomponer números en forma multiplicativa identificando sus factores;
- identificar múltiplos de un número;
- interpretar los factores de un número como sus divisores;
- descomponer números en sus factores primos.

Extensión a la clase de los millones:

- leer, escribir y ordenar números.

En la vida diaria:

- utilizar el calendario para determinar fechas y calcular duraciones, estableciendo equivalencias entre días, semanas, meses y años;

- leer y escribir números utilizando como referente unitario los miles, los millones o los miles de millones.

### Multiplicación y división

Determinar resultados en situaciones correspondientes a otros significados (relación proporcional más compleja, comparar...).

### Cálculo oral

Redondear números, como estrategia para el cálculo aproximado de sumas, restas, productos y cocientes.

## 6<sup>o</sup>

Sexto Año Básico  
NB4

### Números en la vida diaria

Resolución de problemas, utilizando la calculadora, que impliquen:

- monedas de otros países, valores de cambio y sus equivalencias;
- uso de documentos y formularios bancarios y comerciales.

### Nexos entre las operaciones aritméticas

Desarrollo de razonamientos que conduzcan a reemplazar un procedimiento operatorio por otro equivalente, apoyándose en el carácter inverso de la sustracción respecto de la adición, el carácter inverso de la división respecto de la multiplicación, la inter-

pretación de la multiplicación como adición iterada y la interpretación de la división como sustracción iterada.

### Divisibilidad

Aplicación de criterios de divisibilidad (por 2, 3, 5, 9 y 10).

### Multiplicación y división de fracciones en situaciones habituales

Análisis de las relaciones entre factores y productos y entre los términos de una división y el cociente en diferentes casos, cuando intervienen cantidades menores que 1.

## 7<sup>o</sup>

Séptimo Año Básico  
NB5

### Números en la vida diaria

- Interpretación y expresión de resultados de medidas, grandes y pequeñas, apoyándose en magnitudes diferentes (una décima de segundo en la cantidad de metros que avanza un atleta en ese tiempo; grandes cantidades de dinero en UF, por ejemplo).

### Sistema de numeración decimal

- Comparación de la escritura de los números en el sistema decimal con la de otros sistemas de numeración en cuanto al valor posicional y a la base (por ejemplo, egipcio, romano, maya).
- Comparación de la escritura de números, hasta 100, en base diez y en base dos (sistema binario).

### Potencias de base natural y exponente natural

- Interpretación de potencias de exponentes 2 y 3 como multiplicación iterada.
- Asociación de las potencias de exponente 2 y 3 con representaciones en 2 y 3 dimensiones respectivamente (áreas y volúmenes).
- Investigación de algunas regularidades y propiedades de las potencias de exponente 2 y 3.

### Multiplicación y división de números decimales

- Cálculo escrito, mental aproximado y con calculadora en situaciones problemas.
- Análisis de relaciones entre factores y producto y entre los términos de la división y el cociente para establecer regularidades cuando intervienen cantidades menores que 1.

## 8<sup>o</sup>

Octavo Año Básico  
NB6

### Sistema de numeración decimal

- Asociación de una potencia de base 10 con exponente positivo o negativo a cada posición en el sistema de numeración.
- Interpretación y expresión de resultados como sumas ponderadas de potencias de 10 en situaciones problemas.

### Números enteros

- Interpretación del uso de signos en los números, en la vida diaria, en contextos ligados a: la línea cronológica (AC, DC), la medición de temperatura (bajo 0, sobre 0), la posición respecto del nivel del mar.

- Comparación de números enteros con apoyo en la recta numérica.
- Resolución de problemas que impliquen realizar adiciones y sustracciones, con y sin apoyo en la recta numérica.

### Ecuaciones de primer grado

- Noción de igualdad de expresiones algebraicas.
- Traducción de situaciones problemas a ecuaciones con una incógnita.
- Creación de diversos problemas con sentido a partir de ecuaciones con una incógnita.
- Uso de propiedades de los números y de las operaciones para encontrar soluciones.

**Cálculo escrito**

Utilizar algoritmos de cálculo de productos, con factores menores que 100 y de cuocientes y restos, con divisores de una o dos cifras.

**Cálculo con apoyo de calculadora**

- utilizar calculadora para determinar sumas, restas y productos en la resolución de problemas;
- utilizar calculadora para determinar el cuociente entero y el resto, en divisiones no exactas.

**Fraciones**

En situaciones correspondientes a diversos significados (partición, reparto, medida...):

- lectura y escritura;
- comparar y establecer equivalencias;
- ubicar una fracción entre dos naturales, utilizando la recta numérica;
- ordenar e intercalar fracciones, con referencia a la recta numérica;
- encontrar familias de fracciones equivalentes;
- adición y sustracción: realizar cálculos, sustituyendo fracciones por otras equivalentes, cuando sea necesario.

**Orientación en el espacio**

- interpretar planos urbanos y de caminos, utilizando los puntos cardinales como referencia;

- identificar y crear códigos para comunicar diversos tipos de información, al interior de un plano.

**Cuerpos geométricos (cubo, prismas y pirámides)**

- armar cuerpos, a partir de sus caras;
- construir redes para armar cubos;
- identificar y contar el número de caras, aristas y vértices de un cuerpo y describir sus caras y aristas.

**Figuras geométricas**

- diferenciar cuadrado, rombo, rectángulo y romboide a partir de modelos hechos con varillas articuladas;

**Fraciones y decimales en la vida diaria**

- Cálculo del 50% y del 25% como la mitad y la cuarta parte de una cantidad.
- Expresión del 50%, del 25% y del 10% como:  $\frac{50}{100}$ ,  $\frac{25}{100}$  y  $\frac{10}{100}$ ;  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{10}$ ; y 0,5, 0,25 y 0,1, respectivamente.
- Uso de unidades del sistema métrico decimal en situaciones habituales.

**Números decimales**

- Identificación de las fracciones con denominador 10, 100 y 1000, con los décimos, centésimos y milésimos.
- Transformación de fracciones decimales a números decimales y viceversa, en situaciones de medición.

- Extensión del sistema de numeración a décimos, centésimos y milésimos en situaciones cotidianas y/o informativas que permitan:
  - leer, escribir e interpretar números decimales;
  - establecer equivalencias;
  - ordenar e intercalar decimales;
  - estudiar familias de números decimales, establecer patrones y comparaciones con los números naturales.
- Cálculo de adiciones y sustracciones en contextos situacionales, interpretando resultados, aproximando resultados; estimando antes de calcular; utilizando la calculadora para confirmar resultados estimados.

**Figuras y cuerpos geométricos**

- Reproducción y creación de figuras y de representaciones planas de cuerpos geométricos, usando regla, compás y escuadra.
- Estudio de cuadriláteros: características de sus lados y de sus ángulos.
- Trazado de cuadriláteros a partir de sus ejes de simetría.
- Combinación de figuras para obtener otras previamente establecidas.

**Perímetro y área**

- Cálculo de perímetro y área de figuras compuestas por cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos.

**Proporcionalidad**

- Resolución de situaciones problemas, estableciendo razones entre partes de una colección u objeto y entre una parte y el todo.
- Interpretación y uso de razones expresadas de diferentes maneras.
- Resolución de problemas, elaborando tablas correspondientes a:
  - situaciones de variación no proporcional;
  - situaciones de variación proporcional directa e inversa.
- Identificación y análisis de las diferentes razones y parejas de razones que se pueden establecer entre los datos de tablas correspondientes a variación proporcional directa e inversa.

- Comparación de tablas correspondientes a situaciones de variación proporcional directa e inversa, para establecer diferencias.
- Interpretación y expresión de porcentajes como proporciones, y cálculo de porcentajes en situaciones cotidianas.

**Figuras y cuerpos geométricos**

- Estudio de triángulos: características de sus lados y de sus ángulos.
- Construcción de alturas y bisectrices en diversos tipos de triángulos.
- Investigación sobre aplicaciones prácticas del teorema de Pitágoras.

- Uso de instrumentos (regla, compás, escuadra), para la reproducción y creación de triángulos y para la investigación de las condiciones necesarias para dibujar un triángulo.
- Redes para armar prismas y pirámides. Armar cuerpos geométricos a partir de otros más pequeños.

**Perímetro y área**

- Medición y cálculo de perímetros y de áreas de triángulos de diversos tipos en forma concreta, gráfica y numérica.
- Investigación de las relaciones entre medidas de altura y base y el área correspondiente, en familias de triángulos generadas al mantener dichas medidas constantes.

**Potencias de base natural y exponente entero**

- Análisis y comparación de la representación gráfica de  $a^2$  y de  $a^{-2}$ .
- Interpretación de  $a^2$  y de  $a^{-3}$  como  $\frac{1}{a^2}$  y  $\frac{1}{a^3}$  respectivamente.
- Potencias como multiplicación iterada.
- Análisis de situaciones de crecimiento y de decrecimiento exponencial.
- Investigación de regularidades y propiedades de operaciones con potencias a partir de la resolución de problemas.

**Números decimales y fracciones**

- Resolución de situaciones problemas en las que sea necesario y pertinente expresar como fracciones números decimales finitos e infinitos periódicos.
- Aproximaciones convenientes para números decimales infinitos.
- Uso de la calculadora para investigar y establecer patrones en familias de números decimales.

**Proporcionalidad**

- Elaboración de tablas y gráficos correspondientes a situaciones de variación proporcional directa e inversa.

- Caracterización de situaciones de proporcionalidad inversa y directa mediante un producto constante y un cuociente constante, respectivamente.
- Resolución de problemas geométricos de proporcionalidad (producir figuras semejantes).
- Realización e interpretación de planos de tipo esquemáticos a escala.
- Cálculo de porcentajes y elaboración y análisis de tablas de aumentos y descuentos en un porcentaje dado, utilizando calculadora.

- identificar lados, vértices y ángulos en figuras poligonales;
- distinguir tipos de ángulos, con referencia al ángulo recto.

#### Perímetro y área

- utilizar centímetros para medir longitudes, y cuadrículados y centímetros cuadrados, para medir superficies;
- calcular perímetros y áreas en cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos, y en figuras que puedan descomponerse en las anteriores;
- reconocer las fórmulas para el cálculo del perímetro y del área del cuadrado, rectángulo y trián-

gulo rectángulo, como un recurso para abreviar el proceso de cálculo;

- distinguir perímetro y área, a partir de transformaciones de una figura en la que una de estas medidas permanece constante.

- Ampliación y reducción de cuadrados y rectángulos en papel cuadrículado, expresando como razones las variaciones de los lados, el perímetro y el área.
- Análisis del perímetro y el área de familias de cuadrados y rectángulos, generadas a partir de la variación de sus lados.

#### Tratamiento de la información

Recopilación y análisis de información: comparación de datos, promedio y valor más frecuente.

#### Tratamiento de información

- Presentación de información en tablas de frecuencias relativas y construcción de gráficos circulares.
- Análisis de información: utilizando como indicador de dispersión el recorrido de la variable, y como medidas de tendencia central, la moda, la media y la mediana.

#### Figuras y cuerpos geométricos

- Investigación sobre la suma de los ángulos interiores de polígonos y el número de lados de éstos; construcción de polígonos por combinación de otros.
- Investigación de las relaciones entre los ángulos que se forman al intersectar dos rectas por una tercera. Resolución de problemas.
- Análisis de los elementos de una circunferencia (radio, diámetro) en la reproducción y creación de circunferencias con regla y compás.
- Construcciones de redes para armar cilindros y conos.

#### Perímetro, área y volumen

- Experimentación de diversos procedimientos (gráficos y concretos) para medir el perímetro y el área de circunferencias.
- Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo de perímetro y área de circunferencias y de polígonos.
- Estimación y cálculo del volumen de cuerpos geométricos regulares expresándolos en las unidades pertinentes.
- Relaciones de equivalencia entre unidades de volumen de uso corriente.
- Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo del volumen de cilindros, conos y prismas rectos.

#### Tratamiento de información

- Análisis de tablas y gráficos estadísticos habitualmente utilizados en la prensa.
- Lectura y análisis de resultados de encuestas de opinión.





*“...haz capaz a tu escuela de todo lo grande  
que pasa o ha pasado por el mundo.”*

Gabriela Mistral



[www.mineduc.cl](http://www.mineduc.cl)