

Educación Básica

5

# Matemática

Programa de Estudio  
Quinto Año Básico





# Matemática

Programa de Estudio  
Quinto Año Básico / NB3



Educación Matemática  
Programa de Estudio Quinto Año Básico / Nivel Básico 3  
Educación Básica, Unidad de Currículum y Evaluación  
ISBN 956-7405-62-X  
Registro de Propiedad Intelectual N° 106.587  
Ministerio de Educación, República de Chile  
Alameda 1371, Santiago  
Primera Edición 1998  
Segunda Edición 2004

Santiago, noviembre de 1998

Estimados docentes:

EL PRESENTE PROGRAMA DE ESTUDIO para Quinto Año Básico ha sido elaborado por la Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación y aprobado por el Consejo Superior de Educación, para ser puesto en práctica desde el inicio del año escolar de 1999. En sus objetivos, contenidos y actividades, procura responder a un doble propósito: articular a lo largo de un año una experiencia de aprendizaje acorde con las ambiciones formativas de la reforma en curso y ofrecer la más efectiva herramienta de apoyo al profesor o profesora que hará posible su puesta en práctica.

Los nuevos programas para Quinto Año Básico plantean objetivos de aprendizaje de mayor nivel que los del pasado, porque la vida futura establece mayores requerimientos formativos a nuestros alumnos y alumnas. A la vez, ofrecen descripciones detalladas de los caminos pedagógicos para llegar a estas metas más altas. Así, una de las novedades de estos programas es la inclusión de numerosas actividades y ejemplos de trabajo con alumnos y alumnas, es decir, de las experiencias concretas y realizables que contribuirán a lograr los aprendizajes esperados. Su multiplicidad busca enriquecer y abrir posibilidades, no recargar y rigidizar; en múltiples puntos requieren que la profesora o el profesor discierna y opte por lo que es más adecuado al contexto, momento y características de sus alumnos.

Como en una obra musical, donde el efecto final no sólo depende de la partitura sino también de la pericia y espíritu de sus ejecutantes, los nuevos programas son una invitación a los docentes de Quinto Año Básico para ejecutar una nueva obra, que sin su concurso no es realizable. Los nuevos programas demandan un cambio sustantivo en las prácticas docentes. Esto constituye un desafío grande, de preparación y estudio, de fe en la vocación formadora, y de rigor en la gradual puesta en práctica de lo nuevo. Como sistema, nos tomará algunos años el llegar a implementarlos como soñamos; lo que importa en el momento de su puesta en marcha es la aceptación del desafío y la confianza en los resultados del trabajo hecho con responsabilidad y cariño.



José Pablo Arellano M.  
Ministro de Educación



Presentación	9
Objetivos Fundamentales Transversales y su presencia en el programa	11
Objetivos Fundamentales Quinto Año Básico Nivel Básico 3	12
Cuadro sinóptico: Unidades, contenidos y distribución temporal	14
<b>Unidad 1: Tiempo y programaciones</b>	16
Actividades de evaluación sugeridas	25
<b>Unidad 2: Grandes números</b>	26
Actividades de evaluación sugeridas	38
<b>Unidad 3: Multiplicación y múltiplos</b>	40
Actividades de evaluación sugeridas	53
<b>Unidad 4: Divisiones y divisores</b>	56
Actividades de evaluación sugeridas	66
<b>Unidad 5: Geometría</b>	68
Actividades de evaluación sugeridas	85
<b>Unidad 6: Fracciones</b>	88
Actividades de evaluación sugeridas	102
<b>Unidad 7: Espacio</b>	104
Actividades de evaluación sugeridas	111
Bibliografía recomendada	113



## Presentación

El presente programa recoge los enfoques y proposiciones de los programas de matemáticas del primer ciclo de Educación Básica (NB1 y NB2). Se plantea, en consecuencia, como la continuación de los procesos de construcción y adquisición de conocimientos matemáticos y modos de pensar matemáticamente que las niñas y los niños necesitan hacer propios, utilizar y seguir desarrollando durante toda su vida, con el fin de enfrentar los nuevos desafíos que el creciente desarrollo científico y tecnológico les plantean, y participar crítica e informadamente en la sociedad.

Con el fin de ampliar el acercamiento de niñas y niños a aspectos numéricos y geométricos de la realidad, en este programa se enfatiza un trabajo que permita determinar y comprender el sentido de los números y las fracciones en múltiples situaciones; el significado de las operaciones, el cálculo mental, la estimación previa, el cálculo aproximado, la selección de métodos de cálculo adecuados y la evaluación de resultados, más que los cálculos largos y tediosos con papel y lápiz, los que tampoco están excluidos.

Por otra parte, se promueve el uso de la calculadora tanto para investigar regularidades numéricas como para resolver operaciones que requieren de cálculos largos y tediosos que, en ocasiones, distraen la atención de aspectos centrales del problema que se desea resolver.

En el ámbito del espacio y de la geometría, se continúa el desarrollo del sentido espacial, el estudio de figuras y cuerpos geométricos, enfatizando las propiedades y relaciones geométricas que se pueden observar en diversas situaciones que están al alcance de niños y niñas (construcción, dibujo, manipulación) más que en sus definiciones y clasificaciones preestablecidas.

El Programa de 5° Año Básico, como los del nivel anterior, propone la resolución de problemas como un medio fundamental para el aprendizaje de las matemáticas. Ello, combinado de manera pertinente con otro tipo de actividades de aprendizaje como juegos, debates, investigaciones, exposiciones (de docentes y estudiantes) y ejercitaciones, contribuye a generar aprendizajes significativos y a desarrollar la confianza en la propia capacidad para enfrentar con éxito nuevos desafíos cognitivos.

Generalmente, es frente a la necesidad de resolver un problema cuando los contenidos de aprendizaje adquieren sentido y se hacen necesarios. Es en esas circunstancias cuando los niños y las niñas pueden percibir el por qué y para qué aprenden, la importancia de los conocimientos y la necesidad de construir otros nuevos. De este modo, los conocimientos nuevos se van construyendo sobre la base de los anteriores en contextos que les den sentido.

En este contexto, una tarea central y permanente de los docentes es buscar y diseñar situaciones féculas en preguntas y problemas que sean accesibles y de interés para los estudiantes. Los problemas y situaciones deben provenir de la vida cotidiana de los niños y niñas, de sus juegos, de lecturas e informaciones históricas, de actualidad, de otras ramas del conocimiento (ciencias, artes, tecnología, etc.), que tengan sentido para ellos.

Una tarea fundamental de los docentes es procurar que las situaciones de aprendizaje propuestas a los niños y niñas les den múltiples oportunidades para:

- explorar y probar estrategias diversas para resolver problemas;
- desarrollar procesos ordenados y sistemáticos para la resolución de problemas o desafíos matemáticos;

- sistematizar procedimientos y resultados;
- comunicar procesos, resultados y conclusiones, incorporando, progresivamente, el uso de lenguaje matemático;
- justificar, argumentar y fundamentar, tanto resultados como procedimientos;
- buscar y establecer regularidades y patrones, tanto en el ámbito de los números como del espacio y la geometría;
- trabajar con materiales manipulativos concretos y simbólicos;
- desarrollar trabajos individuales y colectivos, en los que discutan tanto sobre procedimientos y resultados como sobre el sentido de las actividades;
- proponer nuevas preguntas y problemas;
- detectar y corregir sus errores.

Tanto por lo señalado como por las características de los estudiantes y las condiciones reales en las que se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje, es muy importante que las profesoras y profesores aborden el diseño de situaciones de aprendizaje con flexibilidad y propongan actividades variadas. Deberán tener en cuenta, también, que algunas actividades permiten enfatizar unas experiencias de aprendizaje más que otras. Así, por ejemplo, la resolución sistemática de un cierto tipo de problemas permite, a menudo, buscar y encontrar regularidades y sistematizar procedimientos; las investigaciones pueden permitir hacerse preguntas sobre problemas de la realidad y/o explorar estrategias diversas para resolver problemas; etc.

Finalmente, con el fin de dar sentido a los aprendizajes específicos de matemáticas, así como para contribuir a la formación de pensamiento globalizador, es importante tener en cuenta en el diseño de las actividades de aprendizaje los desafíos que deben enfrentar los niños y las niñas, en términos de contenidos, en otros subsectores de aprendizaje. Éstos son, a menudo, no sólo oportunidades para aplicar conocimientos matemáticos sino que los problemas que en ellos surgen son ilustraciones adecuadas de nociones matemáticas importantes.

Respecto de la evaluación, ésta es concebida como un proceso que debería estar al servicio del aprendizaje. De este modo, en este programa se propicia, por una parte, el acompañamiento y observación del desempeño de niñas y niños durante las actividades de aprendizaje tanto como la observación al término de cada unidad, a partir de actividades expresamente sugeridas para ello.

Las actividades de aprendizaje abren espacios para la autoevaluación y coevaluación, en los que las niñas y niños comparten procedimientos y resultados, discuten sobre ellos, sintetizan, pueden detectar y corregir errores. Del mismo modo, son instancias adecuadas para la evaluación por parte del docente, quien puede distinguir qué ayuda y qué obstaculiza a los niños y niñas en su proceso de aprendizaje con el fin de reflexionar en torno a esto, proponer caminos alternativos, elegir las formas de apoyo más adecuadas. Es importante que las profesoras y los profesores lleven algún registro de sus observaciones, como portafolios, por ejemplo, con el fin de apoyar sus decisiones de cambio de actividades, reforzamientos, apoyo individualizado, etc.

En este programa, al finalizar cada una de las unidades, se entregan ejemplos de actividades y problemas de evaluación que tienen el propósito de observar la consecución de los aprendizajes esperados definidos para cada una de ellas. Se han seleccionado para ilustrar el tipo de situación y problemas que podría facilitar a los docentes obtener información que les permita orientar decisiones y también evaluar el logro. Estas actividades sugeridas están acompañadas por algunos indicadores.

Un criterio básico para la definición de las formas que tome la evaluación es que debe estar alineada con el propósito de mejorar el aprendizaje porque es inherente al acto educativo. Si se evalúa la memorización y repetición de datos, ésa no es la educación que se está promoviendo; si se evalúan desempeños, capacidad de solucionar problemas, de manejar información, ésa es la educación que se propicia.

## Objetivos Fundamentales Transversales y su presencia en el programa

Los Objetivos Fundamentales Transversales (OFT) definen finalidades generales de la educación referidas al desarrollo personal y la formación ética e intelectual de alumnos y alumnas. Su realización trasciende a un sector o subsector específico del currículum y tiene lugar en múltiples ámbitos o dimensiones de la experiencia escolar, que son responsabilidad del conjunto de la institución escolar, incluyendo, entre otros, el proyecto educativo y el tipo de disciplina que caracteriza a cada establecimiento, los estilos y tipos de prácticas docentes, las actividades ceremoniales y el ejemplo cotidiano de profesores y profesoras, administrativos y los propios estudiantes. Sin embargo, el ámbito privilegiado de realización de los OFT se encuentra en los contextos y actividades de aprendizaje que organiza cada sector y subsector, en función del logro de los aprendizajes esperados de cada una de sus unidades.

Desde la perspectiva referida, cada sector o subsector de aprendizaje, en su propósito de contribuir a la formación para la vida, conjuga en un todo integrado e indisoluble el desarrollo intelectual con la formación ético social de alumnos y alumnas. De esta forma se busca superar la separación que en ocasiones se establece entre la dimensión formativa y la instructiva. Los programas están contruidos sobre la base de contenidos programáticos significativos que tienen una carga formativa muy importante, ya que en el proceso de adquisición de estos conocimientos y habilidades los estudiantes establecen jerarquías valóricas, formulan juicios morales, asumen posturas éticas y desarrollan compromisos sociales.

Los Objetivos Fundamentales Transversales definidos en el marco curricular nacional (Decreto N° 40), corresponden a una explicitación ordenada de los propósitos formativos de la Educación Básica en tres ámbitos –*Formación Ética, Crecimiento y Autoafirmación Personal, y Persona y Entorno*–; su reali-

zación, como se dijo, es responsabilidad de la institución escolar y la experiencia de aprendizaje y de vida que ésta ofrece en su conjunto a alumnos y alumnas. Desde la perspectiva de cada sector y subsector, esto significa que no hay límites respecto a qué OFT trabajar en el contexto específico de cada disciplina; las posibilidades formativas de todo contenido conceptual o actividad debieran considerarse abiertas a cualquier aspecto o dimensión de los OFT.

El presente programa de estudio ha sido definido incluyendo los Objetivos Transversales más afines con su objeto, los que han sido incorporados tanto a sus objetivos y contenidos, como a sus metodologías, actividades y sugerencias de evaluación. De este modo, los conceptos (o conocimientos), habilidades y actitudes que este programa se propone trabajar integran explícitamente gran parte de los OFT definidos en el marco curricular de la Educación Básica.

En el programa de Matemática de 5° Año Básico, tienen especial presencia y ocasión de desarrollo:

- Los OFT del ámbito *Formación Ética* relacionados con los valores de autonomía y responsabilidad individual y colectiva frente a trabajos o tareas, y el respeto y valoración de las ideas y creencias diferentes a las propias, a través de actividades que inducen a selección de procedimientos frente a problemas, y discusión y evaluación grupal de su pertinencia.
- Los OFT del ámbito *Crecimiento y Autoafirmación Personal*, en especial los relativos al interés en conocer la realidad, y habilidades de selección de información, uso del conocimiento, razonamiento metódico y reflexivo, y resolución de problemas. El programa plantea objetivos, contenidos y actividades que buscan desarrollar en alumnas y alumnos las capacidades de explorar diferentes estrategias para resolver problemas, sistematizar procedimientos, descubrir regularidades y patrones, organizar y analizar

información cuantitativa, y justificar y comunicar eficazmente procedimientos y resultados, dando énfasis al trabajo metódico.

- Los OFT del ámbito *Persona y su Entorno* referidos al trabajo en equipo. A través de los problemas

a resolver matemáticamente, que plantean las actividades del programa, es posible ampliar el trabajo de los OFT a la capacidad de juicio de alumnos y alumnas, y a la aplicación de criterios morales a problemas del medio ambiente, económicos y sociales.

## Objetivos Fundamentales

1. Programar y administrar el uso del tiempo personal.
2. Procesar información cuantitativa, expresada con números de más de 6 cifras.
3. Resolver problemas de diversos tipos, referidos a situaciones multiplicativas.
4. Seleccionar una forma de cálculo –oral, escrito o con calculadora– a partir de las relaciones entre los números y las exigencias del problema por resolver.
5. Aplicar el cálculo aproximado en la evaluación de situaciones y el control de resultados.
6. Distinguir elementos de un cuerpo geométrico y establecer correspondencias entre un cuerpo y su representación plana.
7. Reconocer elementos en una figura geométrica, describir y analizar los cambios que se producen en la figura al variar la medida de sus ángulos internos.
8. Distinguir perímetro y área como elementos uni y bidimensionales en una figura geométrica.
9. Percibir la significación de las fórmulas, en tanto medio para expresar relaciones entre magnitudes variables.
10. Reconocer la multiplicidad de formas que puede asumir un valor fraccionario.
11. Utilizar planos para orientarse en el espacio físico.

## Organización del programa

El Programa del NB3 ha sido organizado en 7 unidades. En cada una de ellas se señalan los aprendizajes esperados. En su conjunto, estos aprendizajes esperados recogen y especifican los Objetivos Fundamentales que orientan el trabajo de todo el año escolar.

Se propone, también, una secuencia de las unidades. No obstante, los profesores y profesoras pueden organizarlas a lo largo del año escolar en una secuencia diferente, aplicando criterios de flexibilidad, considerando las características de los cursos con los cuales trabajan. Se recomienda que las unidades 4 y 5 sean trabajadas una después de la otra, dado que están fuertemente relacionadas. La primera se refiere a multiplicación y múltiplos y la segunda a divisiones y divisores.

El conjunto de las unidades que constituyen el programa se presentan en un cuadro sinóptico en el cual se describen brevemente los temas centrales de cada una de ellas y se señala el tiempo estimado para su desarrollo. El tiempo propuesto es, sobre todo, un indicador de la extensión de las unidades y deberá ser adaptado, cada vez que sea necesario, a la realidad específica de los cursos.

Finalmente, se presenta el desarrollo de cada una de las unidades, señalando:

- los aprendizajes esperados y los contenidos;
- una introducción breve con algunas definiciones y recomendaciones didácticas, en la cual se señalan además los Objetivos Fundamentales abordados en la unidad;
- un conjunto de sugerencias de actividades de aprendizaje, acompañadas por comentarios pedagógicos para los docentes;
- sugerencias de actividades y problemas para la evaluación.

## Unidades, contenidos y distribución temporal

### Cuadro sinóptico

Unidades			
1.	2.	3.	4.
Tiempo y programación	Grandes números	Multiplicación y múltiplos	División y divisores
Contenidos			
<p>Número en la vida diaria:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizar el calendario para determinar fechas y calcular duraciones, establecer equivalencias entre días, semanas, meses, años.</li> <li>Establecer duraciones superiores, décadas y siglos, en una línea de tiempo y expresar equivalencias.</li> <li>Programar actividades teniendo en cuenta duración de ellas y el tiempo disponible.</li> </ul>	<p>Extensión de los números naturales a la clase de los millones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Leer, escribir y ordenar números.</li> <li>Descomponer en forma aditiva.</li> </ul> <p>En la vida diaria:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Leer y escribir números utilizando como referente unitario los miles, los millones o los miles de millones.</li> </ul> <p>Tratamiento de información:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Recopilar información en fuentes diversas.</li> <li>Presentar información en tablas de frecuencias absolutas y gráficos de barras simples y dobles (comparaciones).</li> </ul> <p>Cálculo escrito:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Cálculo por escrito de adiciones y sustracciones con números de hasta cinco cifras.</li> </ul> <p>Cálculo oral:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Redondear números, como estrategia para el cálculo oral aproximado de sumas y restas.</li> </ul> <p>Cálculo con apoyo de calculadora</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizar la calculadora para determinar sumas y restas en la resolución de problemas.</li> </ul>	<p>Con números naturales hasta 1000:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Descomponer números en forma multiplicativa identificando sus factores.</li> <li>Identificar múltiplos de un número.</li> <li>Determinar mínimo común múltiplo en situaciones problema.</li> </ul> <p>Multiplicación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Determinar resultados en situaciones correspondientes a otros significados (relación proporcional más compleja).</li> <li>Determinar resultados en situaciones correspondientes a producto cartesiano y combinaciones.</li> </ul> <p>Cálculo oral:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Redondear números como estrategia para el cálculo aproximado de productos.</li> </ul> <p>Cálculo escrito:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizar algoritmos de cálculo de productos con factores menores que 100.</li> <li>Determinar el producto en multiplicaciones con uno de los factores mayor que 100.</li> </ul> <p>Cálculo con apoyo de calculadora:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizar calculadora para determinar productos en la resolución de problemas.</li> </ul>	<p>Números naturales hasta 1000:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretar los factores de un número como sus divisores.</li> <li>Determinar máximo común divisor en situaciones problema.</li> <li>Descomponer números en sus factores primos.</li> </ul> <p>División:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Determinar resultados en situaciones correspondientes a otros significados (comparación).</li> </ul> <p>Cálculo oral:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Redondear números como estrategia para el cálculo aproximado de cocientes.</li> </ul> <p>Cálculo escrito:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizar algoritmos de cálculo de cocientes y restos, con divisores de una o dos cifras.</li> </ul> <p>Cálculo con apoyo de calculadora:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizar calculadora para determinar el cociente entero y el resto, en divisiones no exactas.</li> </ul>
Distribución temporal			
2 - 3 semanas	4 - 6 semanas	5 - 7 semanas	5 - 7 semanas

5. Geometría	6. Fracciones	7. Espacio
<p>Cuerpos geométricos (cubos, prismas, pirámides):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Armar cuerpos a partir de caras.</li> <li>• Construir redes para armar cubos.</li> <li>• Identificar y contar el número de caras, aristas y vértices de un cuerpo y describir sus caras y aristas.</li> </ul> <p>Figuras geométricas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diferenciar cuadrado, rombo, rectángulo y romboide a partir de modelos hechos con varillas articuladas.</li> <li>• Identificar lados, vértices y ángulos en figuras poligonales.</li> <li>• Distinguir tipos de ángulos con referencia al ángulo recto.</li> </ul> <p>Perímetro y área:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar centímetros para medir longitudes, y centímetros cuadrados para medir superficies.</li> <li>• Calcular perímetros y áreas en cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos y en figuras que puedan descomponerse en las anteriores.</li> <li>• Reconocer las fórmulas para el cálculo del perímetro y del área del cuadrado, rectángulo y triángulo rectángulo, como un recurso para abreviar el proceso de cálculo.</li> <li>• Distinguir perímetro y área a partir de transformaciones de una figura en la que una de esas medidas permanece constante.</li> </ul>	<p>Fracciones en situaciones correspondientes a diversos significados (partición, reparto, medida...)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lectura y escritura.</li> <li>• Comparar y establecer equivalencias.</li> <li>• Ubicar una fracción entre dos naturales, utilizando la recta numérica.</li> <li>• Ordenar e intercalar fracciones, con referencia a la recta numérica.</li> <li>• Encontrar familias de fracciones equivalentes <ul style="list-style-type: none"> <li>- con material concreto.</li> <li>- utilizando unidades del sistema métrico decimal (longitud, peso, capacidad).</li> <li>- amplificando y simplificando.</li> </ul> </li> <li>• Calcular numéricamente valor de fracciones en colecciones.</li> </ul> <p>Adición y sustracción</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar cálculos, sustituyendo fracciones por otras equivalentes, cuando sea necesario.</li> </ul>	<p>Orientación en el espacio:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar planos urbanos y de caminos, utilizando los puntos cardinales como referencia.</li> <li>• Identificar y crear códigos para comunicar diversos tipos de información al interior de un plano.</li> </ul>
6 - 8 semanas	5 - 7 semanas	1 - 2 semanas



## Unidad 1

# Tiempo y programaciones

### Contenidos

#### Números en la vida diaria:

- Utilizar el calendario para determinar fechas y calcular duraciones, establecer equivalencias entre días, semanas, meses, años.
- Establecer duraciones superiores como décadas y siglos, en una línea de tiempo y expresar equivalencias.
- Programar actividades teniendo en cuenta duración de ellas y tiempo disponible.

### Aprendizajes esperados

Las alumnas y los alumnos:

1. Determinan y expresan períodos de tiempo de manera equivalente en días, semanas, meses, años, décadas y siglos; evalúan eventuales imprecisiones.
2. Determinan duraciones de actividades diversas utilizando las unidades más adecuadas a la situación, expresándolas en horas, días, semanas, meses y años.
3. Hacen programaciones utilizando información sobre duraciones de diversas actividades.

### Orientaciones didácticas

En esta unidad se propone profundizar el conocimiento y uso conveniente de las unidades de tiempo que permiten expresar y calcular duraciones.

Se incorporan a las unidades ya trabajadas en los niveles anteriores los siglos y las décadas, así como una línea de tiempo que represente los últimos veinte siglos. Al mismo tiempo que se promueve que los niños y niñas ubiquen acontecimientos en ese período y puedan expresarlos utilizando las unidades más convenientes a las situaciones, se pretende que tengan un soporte visual y concreto para la representación de ellos e interpreten su significado.

En relación a períodos de tiempo breves, se profundiza el uso del calendario y la estimación de tiempo para hacer programaciones, comenzado en niveles anteriores, con el fin de que niños y niñas lleguen a programar actividades relacionando la duración de ellas con el tiempo disponible y considerando factores como, por ejemplo, el medio de locomoción y las distancias, cuando se trata de desplazamientos.

Para ello es necesario que resuelvan y planteen múltiples situaciones que los conduzcan a familiarizarse con la estructura en filas y columnas del calendario y les sirva como un instrumento de apoyo para ubicar fechas determinadas tanto como para expresar duraciones en días, semanas o meses según convenga a las condiciones y sentido de la situación.

Por otra parte, el calendario constituye un contexto para descubrir regularidades numéricas y hacer cálculos mentales. Pueden calcular fechas utilizando adiciones sucesivas o productos, descubriendo y utilizando de manera conveniente, por ejemplo, los múltiplos de siete.

Con el fin de establecer condiciones para la realización de programaciones de actividades, es necesario que los niños y niñas registren la duración de actividades en un período determinado, analicen los registros y tomen decisiones.

En estos contextos es posible complementar actividades de la unidad 6, sobre fracciones, permitiendo e invitando a los niños y niñas a utilizar el lenguaje cotidiano para la expresión de tiempos en fracciones; un cuarto de hora, media hora, una hora y media. Las equivalencias en minutos son utilizadas de manera habitual.

Tanto para grandes como para breves períodos de tiempo, se proponen situaciones que requieren expresar duraciones en las unidades convencionales de tiempo; decidir las unidades adecuadas de acuerdo a la situación y, en consecuencia, establecer con fluidez equivalencias entre ellas.

A continuación se propone una serie de actividades de aprendizaje acompañadas de comentarios para los profesores y profesoras, a través de los cuales se quiere explicitar aspectos relevantes de la actividad o dar sugerencias para elaborar otras.

Finalmente, se sugieren algunas actividades de evaluación e indicadores que pueden orientar las observaciones de los docentes.

### Actividades de aprendizaje sugeridas

Observan y analizan un calendario de uso habitual para:

- describir la estructura: número de meses en cada año, días por semana, semanas por meses; distribución gráfica;
- detectar y analizar regularidades que les permitan calcular fechas.

Ejemplos:

1. Eligen un mes del calendario. Por ejemplo, diciembre.

Diciembre						
L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

- Seleccionan una columna del mes (por ejemplo, la primera columna), la observan y buscan alguna relación entre los números que aparecen en ella.
- Eligen otra columna y establecen también alguna relación entre los números.
- Escriben sus conclusiones a partir de preguntas tales como: ¿Tienen la misma relación entre sí los números en cada columna?
- Se proponen desafíos tales como: si hoy es jueves 11 ¿qué fecha será el jueves de la semana próxima?

### Comentarios

En el nivel anterior (NB2) se trabajó con calendarios.

Para complementar estas actividades puede consultar los Materiales Educativos para el Aula, de Teleduc.

En cada columna, la diferencia entre los números es siempre 7.

Es importante orientarlos para que escriban las secuencias de diferentes formas. Por ejemplo,

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 8 & 15 & 22 & 29 \\ 1 & 1+7 & 8+7 & 15+7 & 22+7 \end{array}$$

y distinguan aquella que está constituida por múltiplos de 7:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 7 & 14 & 21 & 28 \\ 1 & 7 & 7+7 & 7+7+7 & 7+7+7+7 \\ 7 \times 1 & 7 \times 1 & 7 \times 2 & 7 \times 3 & 7 \times 4 \end{array}$$

Es necesario, además, proponer situaciones que conduzcan a evaluar el efecto de aproximaciones como “en tres meses más, es decir, en unos 90 días”. En algunos casos, la aproximación no importa, en otros sí. Por ejemplo, si hoy es 6 de mayo y en dos meses saldremos de paseo ¿significa necesariamente que iremos de paseo el 6 de julio?

2. Eligen un mes del calendario. Por ejemplo, diciembre:

Diciembre						
L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

- Seleccionan una diagonal del mes (por ejemplo, la de los días 1 - 9 - 17 - 25), la observan y buscan alguna relación entre los números que aparecen en ella.
- Eligen otra diagonal y establecen también alguna relación entre los números.
- Seleccionan una fecha (por ejemplo, miércoles 17) y sin mirar el calendario calculan mentalmente qué fecha será el jueves de la semana siguiente, qué fecha fue el martes de la semana anterior.
- Escriben sus conclusiones.

Recopilan información sobre acontecimientos o hechos históricos en los cuales el tiempo está expresado en décadas y siglos para ubicar fechas y períodos en una línea de tiempo.

Ejemplos:

- Confeccionan fichas sobre personajes famosos de la historia, señalando nombre, nacionalidad, fecha de nacimiento y muerte, y actividad.
- Clasifican las fichas por épocas o siglos y, dentro de cada siglo, por décadas.

En un primer momento, conviene señalar las diferentes diagonales y orientar la discusión con preguntas tales como:

- ¿Cuántos días de diferencia hay entre el lunes 1 y el martes 9?
- ¿Y entre el martes 9 y el miércoles 17?

Destacar razonamientos como “hasta el próximo lunes hay 7 días, entonces hasta el martes hay 8”.

Es importante que las informaciones recopiladas sean variadas y correspondan a diferentes épocas. Esta actividad, como otras de la unidad, pueden integrarse con el subsector Estudio y Comprensión de la Sociedad.

Es importante promover la discusión sobre el aporte de estas personas para la vida actual.

- Confeccionan una línea de tiempo sobre una huincha de papel milimetrado desde el año 0 al 2000, eligiendo convenientemente una longitud para representar un siglo; luego marcan las décadas en cada tramo.
- Ubican, utilizando una simbología conveniente previamente determinada, los diferentes acontecimientos relacionados con las personas seleccionadas y los períodos relevantes.
- Establecen relaciones entre períodos de tiempo y longitudes en la huincha. Por ejemplo, su propia edad (10 años) está representada por 1 centímetro, aproximadamente; 1 siglo, por 10 centímetros.

Resuelven diversas situaciones problemas para:

- calcular oralmente fechas que impliquen sumas sucesivas o multiplicaciones.
- evaluar la razonabilidad de los procedimientos y resultados de acuerdo con las condiciones de las situaciones.
- expresarlos, convenientemente, en siglos, décadas, años, meses, y/o días.

Ejemplos:

1. Leen la siguiente situación para discutir sobre años bisiestos:
 

“Raúl y su hermana melliza, Francisca, nacieron el 29 de febrero de 1988.  
Raúl dice que él tiene sólo 2 años y que en el año 2000 cumplirá 3 años.  
Francisca le dice que eso es imposible porque tienen la estatura de alguien de 10 años y que ya han tenido varios cumpleaños”.

  - Responden:
    - ¿Es posible lo que afirma Raúl?
    - ¿Por qué Raúl bromea y dice que tiene sólo 3 años?
  - Investigan el origen de los años bisiestos. Explican la situación. Responden a preguntas como: ¿Cada cuántos años hay un bisiesto?, ¿por qué?

Es conveniente que la unidad que represente un siglo sea un múltiplo de 10 (diez centímetros, por ejemplo) de tal modo que las subdivisiones no representen dificultades y las equivalencias se asocien al sistema decimal y la línea de 20 siglos resulte manejable.

Estas relaciones ayudan a niños y niñas a visualizar grandes períodos de tiempo al asociarlos con su propia edad, por ejemplo.

En la estructura del calendario hay ciertas regularidades. No obstante, es importante descubrir los efectos de la diferencia entre los meses (de 28, 30, 31 días) y de los años bisiestos.

**2.** Buscan una forma de calcular cuántos días tiene un año.

- Calculan la duración de las estaciones del año; los distintos períodos de vacaciones escolares.
- Calculan de manera exacta, en años, meses y días, sus edades. Establecen quién es mayor.
- Encuentran una manera de determinar el día en que cae su cumpleaños en los próximos años. Describen y explican las variaciones y sus regularidades e irregularidades (años bisiestos).
- Comentan sus procedimientos. Evalúan la razonabilidad de acuerdo con las necesidades y/o condiciones de la situación:

¿Es razonable expresar la edad en días?

¿Cómo es mejor expresar las vacaciones de verano: en años, meses o días?

- Redactan sus conclusiones.

**3.** Recopilan información sobre la fecha en que se realizaron determinados inventos y/o descubrimientos.

- Calculan el tiempo transcurrido desde su origen hasta hoy.
- Expresan el tiempo transcurrido en diferentes unidades (siglos, décadas o años) y deciden la forma más conveniente.

Puede ser agrupando los meses según tengan 30, 31 ó 28 días; etc.

Promover que los estudiantes comparen los diferentes procedimientos empleados.

Es interesante aprovechar este contexto para discutir sobre las expresiones aproximadas. Por ejemplo, asociar medio mes a 15 días es habitual y no significa introducir grandes distorsiones a la información aunque no siempre medio mes corresponda, de manera exacta, a quince días.

Se pueden utilizar los datos sobre personas famosas de una actividad anterior.

Es importante promover la discusión sobre la utilidad y el aporte de los inventos o descubrimientos para la vida de las personas.

Es necesario contar con datos correspondientes a diferentes siglos y diferentes décadas dentro de cada siglo, antiguos y recientes, permitiendo el uso de cálculos y procedimientos variados.

Hacen estimaciones, mediciones y cálculos de duraciones de actividades cotidianas diversas y determinan los factores que inciden en las eventuales variaciones del tiempo requerido.

Ejemplos:

1. Estiman el tiempo que demoran en trasladarse de su casa a la escuela, señalando la forma en que lo realizan (como lo hacen habitualmente: a pie, en bus, etc.).
  - Miden y registran en varias ocasiones el tiempo empleado en dichos traslados estimando la distancia recorrida cada vez.
  - Analizan en grupos sus registros y establecen comparaciones entre los tiempos utilizados, las distancias aproximadas recorridas y los medios de transporte empleados a partir de preguntas como:

¿Quién viene de más lejos?, ¿cuánto demora?, ¿qué medio de transporte utiliza?

¿Siempre quien viene de más lejos demora más tiempo en llegar de la casa a la escuela?, ¿por qué?

2. A partir de las programaciones de TV tal como son entregadas en los diarios:
  - calculan la duración de los programas;
  - seleccionan algunos programas y comprueban haciendo mediciones reales. Por ejemplo, la duración real de una película, descontando el tiempo dedicado a comerciales.

Programan actividades diversas considerando:

- el tiempo disponible;
- el tiempo necesario para traslados y el medio de transporte;
- las diferentes actividades que realizarán y el tiempo necesario para cada una;
- Deciden un formato para comunicar la programación a sus apoderadas y apoderados.

**Esta actividad puede complementar-se investigando sobre la evolución de los medios de transporte en la biblioteca de aula y/o entrevistando a personas mayores de la comunidad.**

**Esta actividad permite, además de hacer cálculos de tiempo en horas y minutos (por ejemplo, cuánto tiempo dura tal programa si comienza a las 10:45 y termina a las 12:10), reflexionar sobre los programas de televisión, el tiempo que los niños y las niñas dedican en el día a ver la TV.**

**Se sugiere realizar actividades de integración con Educación Física (programación de una excursión, por ejemplo); con Educación Tecnológica (programación de un proyecto, visita a una industria), con Educación Artística (visita a un museo o asistencia a un concierto).**

**Una variación posible es agregar el cálculo de los costos de la actividad.**

Ejemplo:

- Visitas a museos, industrias, instituciones como hogares de niños; excursiones; asistencia a una presentación de teatro o concierto.

Resuelven problemas que impliquen distribuir y calcular períodos de tiempo en horas y minutos.

Ejemplos:

1. Gabriel tiene dos horas para realizar las siguientes actividades:  
pasear a su perro: 45 minutos  
hacer sus tareas: 50 minutos  
leer un libro: el resto del tiempo

- ¿Cuánto tiempo dedica a la lectura?

2. Carolina irá el sábado a su grupo de scout. Ella sabe que:
  - debe estar en el lugar de reunión a las 9.30 hrs.;
  - demora aproximadamente 10 minutos caminando desde su casa;
  - generalmente tarda 35 minutos en lavarse y vestirse y otros 10 minutos en desayunar; y
  - necesita, además, 10 minutos para ordenar su pieza y los materiales para la reunión.

- ¿A qué hora deberá programar su despertador?

Este tipo de problema permite hacer cálculos de tiempo en horas y minutos utilizando diversos procedimientos y notaciones diversas. Por ejemplo, 9:30 ó  $9\frac{1}{2}$  hrs.

Analizar las respuestas de los niños y las niñas para reforzar que una hora corresponde a 60 minutos.

Comentar con ellos la importancia de la lectura personal a partir de la evaluación que hagan del tiempo que Gabriel dedica a la lectura.

Se puede calcular agregando uno a uno el tiempo que toma cada actividad o calculando el tiempo total y luego agregándolo a la hora de inicio.

Del mismo modo, por tratarse del sistema sexagesimal, es importante descomponer las cantidades con el fin de facilitar los cálculos. Por ejemplo, para agregar 35 minutos a 9:40 se puede sumar primero 20 para llegar a las 10 hrs. y luego 15.

Comentar con los niños y las niñas si usan un despertador y el valor de la puntualidad.

### 3. Receta médica.

- Un médico dio a Carlos la siguiente receta:  
Antialérgico: 2 cápsulas al día, 1 cada 12 horas  
Antibiótico: 3 cápsulas al día, 1 cada 8 horas  
Analgésico: medio comprimido, 3 veces al día
- Determinan un horario en que debería tomar cada medicamento de tal manera que coincidan:  
¿A qué hora puede tomar los tres medicamentos?  
¿A qué hora sólo toma dos de los medicamentos?,  
¿cuáles de ellos?

En las recetas, la expresión “al día” significa 24 horas.

Problema adecuado para expresar las horas de 1 a 24 y de 1 a 12 especificando antes de meridiano o después de meridiano.

Comentar la importancia de los medicamentos y las inconveniencias de la automedicación.

## Actividades de evaluación sugeridas

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que el docente puede incorporar en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo.

En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

Ejemplos de actividades y problemas	Indicadores / observar que:
<p>A partir de las fechas de celebración de al menos 5 efemérides (por ejemplo, la fundación de Santiago, el Día del trabajo):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculan el tiempo transcurrido hasta hoy y el que falta para conmemorar en el presente año esas efemérides, usando siglos, años, meses y días como unidades de tiempo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• realizan correctamente los cálculos implicados;</li> <li>• aplican adecuadamente las equivalencias de tiempo;</li> <li>• expresan el tiempo en unidades adecuadas (días, meses, años, y siglos según convenga a la situación).</li> </ul>
<p>Programan una visita del curso considerando cuatro lugares alternativos. Por ejemplo, una fábrica, las instalaciones de un diario, el Congreso Nacional, la Intendencia, Gobernación, un museo.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Calculan la duración de la visita de acuerdo con el tiempo que demora el traslado y con la duración de variadas actividades.</li> <li>b) Deciden qué lugar les convendría visitar y la fecha, considerando que sólo cuentan con un día. Justifican su elección.</li> <li>c) Programan la visita especificando tipo y tiempo de transporte, tiempo para cada actividad.</li> <li>d) Comunican su programa al curso.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• proponen actividades que dada su duración sean posibles de efectuar en la visita (adecuación a tiempos reales);</li> <li>• justifican su elección;</li> <li>• en la programación consideran una fecha adecuada de acuerdo a las actividades del calendario escolar del curso y colegio;</li> <li>• la comunicación es efectiva.</li> </ul>



## Unidad 2

# Grandes números

### Contenidos

#### **Extensión de los números naturales a la clase de los millones:**

- Leer, escribir y ordenar números.
- Descomponer en forma aditiva.

#### **En la vida diaria:**

- Leer y escribir números utilizando como referente unitario los miles, los millones o los miles de millones.

#### **Tratamiento de información:**

- Recopilar información en fuentes diversas.
- Presentar información en tablas de frecuencias absolutas y gráficos de barras simples y dobles (comparaciones).

#### **Cálculo escrito:**

- Calcular por escrito adiciones y sustracciones con números de hasta cinco cifras.

#### **Cálculo oral:**

- Redondear números, como estrategia para el cálculo oral aproximado de sumas y restas.

#### **Cálculo con apoyo de calculadora:**

- Utilizar la calculadora para determinar sumas y restas en la resolución de problemas.

### Aprendizajes esperados

Las alumnas y los alumnos:

1. Dan sentido a grandes cantidades (cientos y miles de millones de personas, de kilómetros, etc.) representándolas y expresándolas de diferentes maneras:
  - utilizando referentes conocidos (por ejemplo, interpretar la magnitud de una distancia remitiéndose a otra conocida y accesible);
  - expresándolas como adiciones basadas en la estructura del sistema decimal.
2. Clasifican, organizan y analizan informaciones cuantitativas referidas a uno o varios fenómenos. Interrogan textos con información numérica para interpretar su significado: formulan preguntas a los textos, responden preguntas referidas a ellos.
3. Estiman resultados de adiciones y sustracciones utilizando el cálculo mental, con y sin redondeo de las cantidades involucradas, deciden redondeos convenientes, evalúan la razonabilidad de los resultados aproximados obtenidos.
4. Seleccionan procedimientos de cálculo (orales, escritos, con calculadora) para obtener resultados exactos o aproximados, evaluando la conveniencia y explicitando los criterios de selección.

### Orientaciones didácticas

El centro del trabajo de las niñas y los niños en esta unidad está referido al tratamiento de información cuantitativa expresada en grandes números (millones). Se sugiere proponer situaciones motivadoras que les permitan ampliar sus conocimientos respecto de la forma en que se van generando los números, operar con ellos y, en particular, que les permitan darles sentido y comprender el orden de magnitud de las cantidades que expresan.

Con el fin de alcanzar los objetivos propuestos, es necesario que niños y niñas lean información cuantitativa (por ejemplo, noticias de la prensa); asocien la expresión oral de los números con su escritura en símbolos y con la estructura decimal del sistema de numeración.

Es importante que el profesor o profesora proponga actividades variadas, de complejidad diversa y dé ocasiones para que los estudiantes recopilen, clasifiquen, organicen y analicen conjuntos de datos referidos a grandes cantidades (expresadas en números de más de seis cifras). Esto permitirá a las niñas y niños trabajar en contextos en los que los números y las operaciones tengan sentido y aprender diversas maneras –gráficas y simbólicas– de comunicar información.

Para imaginar el orden de magnitud de los números se requiere que expresen grandes cantidades en función de referentes conocidos por los estudiantes. Por ejemplo, expresar una distancia en función de otra más pequeña y conocida.

Descubrir y establecer regularidades de los números, particularmente aquellas basadas en la estructura decimal del sistema de numeración, les permite dar sentido a las grandes cantidades y operar de manera

cómoda con ellas. En este sentido, es importante proponerles actividades y problemas en las que se visualicen composiciones aditivas de las cantidades, múltiplos de 10 o potencias de 10 (10 - 100 - 1.000, etc.) y en los cuales se puedan establecer analogías entre los números hasta 1.000 (con los cuales han trabajado en niveles anteriores) y los números mayores.

Respecto del cálculo de adiciones y sustracciones, es importante continuar –ampliándolo y profundizándolo– la práctica del cálculo mental, la estimación de resultados y la realización de aproximaciones y redondeos convenientes antes de calcular; también es necesario desarrollar estrategias de evaluación de los resultados, tanto en la exactitud como en la razonabilidad de cálculos aproximados; finalmente, otro aspecto de los cálculos se refiere al desarrollo de las capacidades de seleccionar procedimientos de cálculo adecuados a las condiciones del problema para operar, ya sea de forma oral, escrita o con la calculadora.

A continuación se propone una serie de actividades de aprendizaje para los estudiantes, acompañadas de comentarios para los profesores y profesoras, a través de los cuales, junto con complementar estas orientaciones, se explicitan aspectos relevantes de la actividad o se dan sugerencias para elaborar otras.

Finalmente, se sugieren algunas actividades y problemas de evaluación.

### Actividades de aprendizaje sugeridas

Recopilan y clasifican información cuantitativa obtenida a través de lecturas, noticias, datos geográficos, relatos de experiencias, salidas a terreno y encuestas para:

- leer y escribir números mayores que un millón;
- buscar formas de representar y relacionar la información;
- determinar criterios que permitan comparar grandes números: mayor, menor, entre...

Ejemplos:

1. Leen y comentan información que contiene grandes cantidades.
  - Determinan criterios para clasificar los datos en relación al tipo de información que representan. Por ejemplo, precios de autos, precios de casas, distancias, poblaciones, superficies de países.
  - Ordenan la información dentro de cada categoría según criterios definidos previamente.
  - Comentan sobre los rangos en que se ubican las cantidades en cada una de las categorías.
  - Se interrogan acerca del significado de 1.000.000 de pesos, de kilómetros, de habitantes, etc.
  
2. Buscan una información numérica expresada en números de más de 6 cifras.
  - Destacan con colores las familias (miles y millones) en cada número.
  - Determinan formas de leer las cantidades:
    - Asociándolas con la expresión oral.
    - Leyéndolas "por partes". Por ejemplo:  
3.752.963 como:  
963  
2 mil 963  
52 mil 963  
752 mil 963  
3 millones 752 mil 963

### Comentarios

Este tipo de actividad permitirá al docente percibir cuánto y qué conocen de los números sus alumnas y alumnos. Recordar que en NB2 se trabajaron las regularidades que permiten generar nuevos números pero en un ámbito menor.

Observar que las distancias pueden estar en rangos desde cero a cientos de millones de kilómetros (distancias siderales). En cambio, no ocurre lo mismo con los precios de autos y casas, por ejemplo.

Utilizar en la síntesis un cuadro como el siguiente:

billones	miles de millones	millones	miles	
256.	687.	581.	300.	258

- Descomponiéndolas aditivamente en forma oral y por escrito.

Por ejemplo:

tres millones más 752 mil más...

3.000.000 +

### 3. En grupos:

- Seleccionan informaciones cuyo dato numérico cumpla condiciones dadas. Por ejemplo:
  - ser mayor que 1 millón;
  - ser menor que 1 millón;
  - ser mayor que 10 millones y menor que 20 millones;
  - ser mayor o igual a 100 millones.
- Crean maneras de presentar al curso uno de esos datos de modo que sus compañeros y compañeras puedan imaginar lo que representa, la dimensión que implica.
- Deciden colectivamente cuál fue la información más interesante y la mejor presentación.

### 4. Recopilan informaciones sobre planetas, satélites y astros del sistema solar: distancias, tamaños (diámetro, por ejemplo), ubicación.

- Interpretan la información obtenida, buscando formas de representar gráficamente y en forma esquemática las distancias considerando las posiciones de cada una (el orden).
- Establecen diversas maneras de expresar las relaciones entre distancias: de la tierra a la luna y de la tierra al sol; la tierra y el planeta más cercano y el más lejano; entre los tamaños: la tierra en relación al sol y a la luna; entre los diferentes planetas.

Es importante apoyarse en la lectura y descomposiciones para determinar criterios de comparación (mayor, menor, entre...).

Se trata de hacer visible el orden de magnitud a partir de referentes más cercanos y significativos. En el caso de distancias, las estrategias pueden ser: **comparar**: una distancia, por ejemplo, equivale más o menos a tres veces la longitud de Chile; **acotar**: está más lejos que ... y más cerca que ...; es mayor que y menor que ...; etc.

Por tratarse de distancias es posible establecer de manera intuitiva una asociación del orden de los números en una recta numérica.

Para imaginar una gran distancia se puede utilizar su relación con distancias más fáciles de percibir. Por ejemplo, la distancia de la tierra a la luna equivale más o menos a recorrer tantas veces todo Chile. Se trata de hacer aproximaciones y no cálculos exactos.

Investigan regularidades o patrones en actividades numéricas, con apoyo de la calculadora, basadas en la estructura del sistema decimal, que permitan reconocer las formas de generar nuevos números.

Ejemplos:

- Juegan en pareja a llegar a 1 millón.
  - Escogen un número de inicio. Por turnos van sumando uno, diez, cien o mil. El primero que logre mostrar en la pantalla de su calculadora 1 millón, gana el juego.
  - Juegan nuevamente cambiando la meta a 5 millones, 10 millones y/o 50 millones.
- Programan la calculadora para sumar sucesivamente, a un número dado, uno, diez, cien o mil.
  - Conociendo el número de inicio y la constante aditiva empleada, anticipan si un número pertenece o no a la secuencia. Por ejemplo: Si comienzo con 188 y sumo constantemente 1.000 ¿aparecerá el 2.000?
- Con la calculadora generan la siguientes sucesiones de 4 términos cada una:

Sumando sucesivamente 25  
 Sumando sucesivamente 250  
 Sumando sucesivamente 2.500  
 Sumando sucesivamente 25.000  
 Sumando sucesivamente 250.000

- Registran los resultados obtenidos sucesivamente de la siguiente manera:

25	50	75	100
250	500	750	1.000
2.500	5.000	7.500	10.000
25.000	50.000	75.000	100.000
250.000	500.000	750.000	1.000.000

Luego de varios juegos, invítarlos a reflexionar sobre las estrategias que han utilizado para ganar.

Para sumar sucesivamente 10 a partir de 24 las calculadoras simples se programan de la siguiente forma:

$10 \text{ ++ } 24 =$

En la pantalla aparece 34. Digitando sucesivamente el signo = se obtiene 34; 44; etc.

En este caso hay dos maneras de mirar las secuencias: horizontalmente hay un incremento en las filas de 25, 250, 2.500, etc. En las columnas el incremento se obtiene multiplicando sucesivamente por 10.

- Analizan sus registros y anticipan dos términos más en cada una de las sucesiones miradas horizontalmente.
- Anticipan un sexto término en cada una de las sucesiones verticales.
- Establecen conclusiones respecto de las sucesiones en ambos sentidos (vertical y horizontal).

4. Plantean y comprueban, usando la calculadora, hasta agotar la capacidad de la pantalla, un conjunto de ejercicios de adición y sustracción que se pueden derivar de una combinación aditiva básica. Por ejemplo:

$$\begin{array}{rcl} 7 & + & 5 \\ 70 & + & 50 \\ 700 & + & 500 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 12 & - & 7 \\ 120 & - & 70 \\ 1.200 & - & 700; \text{ etc.} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 37 & + & 58 \\ 370 & + & 580 \\ 3.700 & + & 5.800 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 65 & - & 12 \\ 650 & - & 120 \\ 6.500 & - & 1.200; \text{ etc.} \end{array}$$

- Anotan los resultados.
- Juegan a anticipar la suma al ir ampliando el ámbito numérico.
- Escriben ejercicios cuyo resultado la calculadora no puede mostrar.

Ejercitan, a través de juegos y cálculo mental, composiciones y descomposiciones aditivas de grandes números.

Ejemplos:

1. Organizados en grupos, juegan a formar números.

Materiales:

- 1 set de cartas verdes con múltiplos de 10.000 hasta 100.000 para cada grupo;
- 1 set de cartas rojas con al menos 20 números entre 100.000 y 250.000 para el docente o quien dirija el juego.

En el primer caso se trata de llevar a los estudiantes a percibir la analogía entre hacer 25 más 25 y 250 más 250, etc.

En el segundo caso, a la multiplicación abreviada por 10, 100, etc.

Las calculadoras no permiten encontrar números de más de 8 cifras. Es necesario, entonces, utilizar estrategias de cálculo mental o escrito.

Ejercicio tomado de Aprendiendo Matemáticas con Calculadora, Programa Mece, Educación Básica, Ministerio de Educación. Otras actividades para profundizar el conocimiento de la serie numérica, en las páginas 62-70 de la misma publicación.

Es importante registrar todas las diferentes combinaciones aditivas llamando la atención de los niños y niñas sobre las variadas posibilidades de escribir un mismo número.

- Los grupos seleccionan 3 cartas verdes para formar el número de la tarjeta roja que se eligió.
- Se realiza una puesta en común y se van registrando en el pizarrón las diferentes maneras de formar el número aditivamente.
- El grupo que primero formó una combinación explica al curso su procedimiento.

2. Organizados en grupo buscan números que cumplan con condiciones dadas.

Materiales:

1 set de 30 cartas con múltiplos de 10.000 hasta 300.000 para cada grupo.

- Los grupos seleccionan 2 cartas para formar un número que cumpla con determinadas condiciones dadas por el profesor o profesora.

Por ejemplo, el profesor, la profesora o quien dirige el juego escribe o dice:

“Busquen una tarjeta que al sumarle 20.000 obtenga 200.000”.

“Busquen otra tarjeta que al restarle 20.000 obtenga 200.000”.

- Se realiza una puesta en común y se van registrando las diferentes soluciones.

También es importante que expresen sus procedimientos tanto para seleccionar las tres tarjetas como los que utilizaron para realizar los cálculos (por ejemplo, pueden decir: primero tomamos la mayor y después fuimos agregando; o tomamos dos, las sumamos y después vimos cuánto nos faltaba, etc.).

Este juego se presta particularmente para poner en evidencia el efecto de la compensación en los cálculos. En el ejemplo,

$$180.000 + 20.000 = 200.000$$

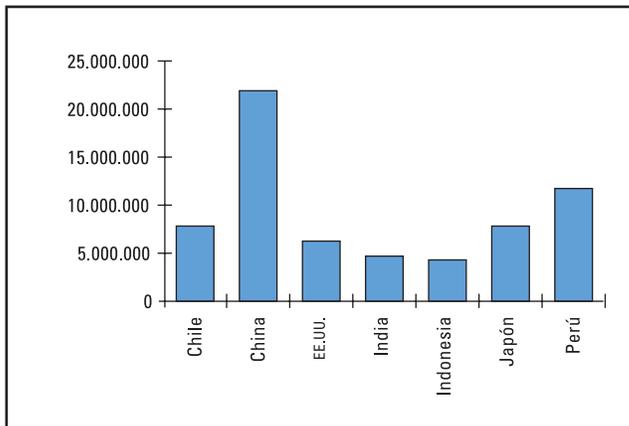
$$220.000 - 20.000 = 200.000$$

Leen y analizan información numérica dada en tablas y gráficos para:

- leer grandes números, compararlos y acotarlos;
- hacer redondeos y cálculos aproximados;
- reelaborar dichas tablas y gráficos.

Ejemplos:

1. Observan y comentan el siguiente gráfico sobre “Captura de peces” en toneladas métricas.



- Buscan maneras de determinar los datos exactos en relación a las toneladas métricas de peces capturados por cada país.
- Elaboran una tabla con sus estimaciones.
- Comparan su tabla con la tabla original.

País	Toneladas métricas de peces capturados
Chile	7.811.031
China	20.718.903
EE.UU.	5.940.737
India	4.540.180
Indonesia	3.954.228
Japón	7.363.314
Perú	11.518.339

Comentar con los niños y las niñas sobre el valor de presentar una información en tablas y gráficos como una forma de facilitar la lectura y de comparar los datos involucrados.

Esta actividad se presta para sistematizar y profundizar el trabajo de redondeo iniciado en NB2. También se puede realizar para percibir lo que los estudiantes saben sobre redondeo.

Orientar a los niños y niñas a dividir el eje vertical del gráfico de modo de acotar sucesivamente los datos.

Considerando que 1 tonelada métrica equivale a 1.000 kilos, los estudiantes deben reflexionar sobre el significado de estas cantidades de peces y las consecuencias que puede tener redondear los datos, según los criterios que se hayan usado.

2. Leen y comentan la siguiente tabla.

### Chile y sus países vecinos / Superficie y población

<b>Bolivia</b>	Superficie: 1.098.581 km <sup>2</sup> Población: 7.593.000 habitantes
<b>Argentina</b>	Superficie: 2.779.221 km <sup>2</sup> Población: 34.180.000 habitantes
<b>Perú</b>	Superficie: 1.285.216 km <sup>2</sup> Población: 23.947.000 habitantes
<b>Chile</b>	Superficie: 756.626 km <sup>2</sup> (Chile continental y las islas esporádicas) Población: 13.994.000 habitantes

Adaptada: Almanaque Mundial 1998, Ed. Palsa, México.

- Observando las superficies de cada país:  
¿Cuál creen que tiene más habitantes?, ¿por qué?  
  
¿El país que tiene menos habitantes es el que tiene la menor superficie?
- Comparan el número de habitantes de los países y describen los criterios que utilizan para efectuar las comparaciones.
- Redondean las informaciones sobre superficies, las expresan en millones o miles de millones y dibujan gráficos de barra.
- Redactan conclusiones.

Se recomienda acompañar con un mapa de Sudamérica que permita ver las superficies e imaginar formas de compararlas.

Es habitual que en los diarios las informaciones se den en miles, millones o miles de millones. Analizar las ventajas y desventajas al redondear: cuándo la información que se “pierde” no es significativa.

En el ejemplo, los datos de población están aproximados (redondeados) y los de superficie no.

La superficie de Chile incluyendo el territorio antártico alcanza a 2.006.096 km<sup>2</sup>.

Es importante conducir a la determinación de criterios tales como comparar primero los millones, luego las centenas de mil, etc. para que tomen conciencia de que, por ejemplo, si Argentina tiene 34 millones y Perú 23 millones no es necesario efectuar la comparación cifra por cifra.

3. Analizan la siguiente tabla:

**Datos de población por regiones del mundo, 1996**

Región	Población		
	1996	2010	2025
América del Sur	317.846.000	380.296.000	432.000.000
América del Norte	388.073.000	444.914.000	512.000.000
América Central	68.302.000	86.419.000	109.500.000
África	720.363.000	1.009.616.000	1.538.000.000
Asia	3.499.626.000	4.215.212.000	5.017.000.000
Europa	729.329.000	746.952.000	731.000.000
Oceanía	28.956.000	34.364.000	39.000.000

- Construyen gráficos de barras simples de cada una de las regiones para visualizar el incremento de la población.
- Construyen gráficos de barras simples de cada año para visualizar las diferencias entre las regiones.
- Construyen gráficos de barras dobles y triples para hacer análisis comparativos.
- Elaboran otras tablas con datos acumulados. Determinan criterios para hacer redondeos y hacen cálculos orales aproximados.

Resuelven y crean problemas diversos que impliquen agrupar y/o comparar información calculando sumas y restas.

Ejemplos:

1. Según la información sobre población en regiones del mundo se espera un aumento de la población en el continente americano entre los años 1996 y 2010 y entre el año 2010 y el 2025.

¿En cuál de los dos períodos se espera un mayor aumento de la población en números absolutos?

En todos los casos se puede expresar la información en miles, en millones o en miles de millones según convenga a las preguntas que se quiere responder.

Ésta es una ocasión para estimar resultados con cálculo mental y para utilizar la calculadora.

Se sugiere realizar actividades de integración con el subsector Estudio y Comprensión de la Naturaleza y Estudio y Comprensión de la Sociedad.

Se puede utilizar las informaciones contenidas en las tablas trabajadas anteriormente.

El centro de esta actividad está en la realización de operaciones de suma y resta de manera adecuada y pertinente.

Números absolutos se refiere a la diferencia entre las cantidades y no a la variación porcentual.

¿Cuánto mayor?

- Estiman las diferencias de población entre el continente americano y cada uno de los otros continentes.
- Determinan un procedimiento que permita comprobar las estimaciones con la calculadora.

2. A partir de la información contenida en el cuadro “Chile y sus países vecinos” de una actividad anterior:

- Trabajando en grupos, crean preguntas que impliquen agrupar y/o comparar información y las proponen como desafíos a otras parejas.
- Reflexionan en torno a preguntas como:  
¿Para resolver cuál de los problemas conviene realizar redondeos?  
¿Será útil realizarlo con las superficies?  
Si es así ¿qué es lo más conveniente? (redondear en los miles, o en los millones, etc.).
- El curso selecciona las mejores preguntas y problemas y las formas más originales de resolverlos.

3. Proponen y realizan salidas a terreno, por ejemplo, visita a una industria, un museo, etc.

- Se organizan en grupos para planificar la salida y elaboran un cuestionario cuyas preguntas les permitan obtener información numérica. Por ejemplo, si visitan una fábrica: producción mensual, precios de venta de artículos, tiempo de producción).
- A partir de la información recolectada crean nuevas preguntas que impliquen calcular totales y/o diferencias; agrupar y/o comparar.
- Desafían a otros grupos a resolverlos, seleccionando procedimientos de cálculo apropiados, escrito o con calculadora; justifican la elección de los procedimientos.

Este es un problema que contextualiza regularidades que permiten abreviar las operaciones con grandes números múltiplos de 10, 100, 1.000, etc.

Se puede dar unos minutos para crear las preguntas y/o problemas, otro tiempo para intercambiar y resolver; y otro para que cada grupo reciba las respuestas, las analice y comente.

Esta actividad apunta a que los niños y niñas discriminen entre aquellas informaciones que se pueden agrupar (por ejemplo, población o superficies) y reflexionen sobre los efectos. Es decir, es importante no sólo realizar operaciones sino analizar sus consecuencias.

Llevarlos a observar que hay datos que no tiene sentido agrupar o restar (superficies y poblaciones, por ejemplo).

Este tipo de actividad es adecuada para que los estudiantes anticipen preguntas y determinen el tipo de información que deberán recolectar para poder responderlas.

Por otra parte, les da la oportunidad de seleccionar los procedimientos de cálculo que consideran más apropiados y de evaluar entre ellos su pertinencia.

Esta actividad puede complementarse con sugerencias de la unidad 1 respecto de las programaciones.

## Actividades de evaluación sugeridas

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que el docente puede incorporar en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo.

En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

Ejemplos de actividades y problemas	Indicadores / observar que:
<p>Utilizando informaciones sobre distancias, dinero, poblaciones, etc., previamente ordenada y clasificada:</p> <p>a) Leen e interpretan informaciones numéricas entregadas en tarjetas elaboradas por la profesora o profesor para descubrir a qué o quién se refiere. Por ejemplo: “Soy un país que tiene más de 20.000.000 de habitantes y menos de 3.000.000 de kilómetros cuadrados de superficie. ¿Quién soy?”</p> <p>b) Elaboran tarjetas en las que dan pistas con datos numéricos para que otras niñas y niños descubran a qué o quién corresponde.</p> <p>c) Desafían a otros y evalúan sus respuestas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Leen correctamente las informaciones e identifican a quién corresponde;</li> <li>• las tarjetas elaboradas: incluyen datos numéricos escritos correctamente; contienen relaciones entre los datos tales como “más que...”, “tanto como...”, “mucho más...”, etc.; permiten efectivamente descubrir a qué corresponde;</li> <li>• justifican sus criterios para evaluar las respuestas entregadas.</li> </ul>
<p>Investigan precios de 5 artículos o productos (electrodomésticos, por ejemplo) en diferentes negocios (directamente o utilizando informaciones de prensa) y registran la información en una tabla. Con esa información:</p> <p>a) Plantean al menos tres preguntas que se podrían responder con los datos de la tabla.</p> <p>b) Hacen un cálculo aproximado (estiman) de la diferencia entre los precios de cada artículo en los diferentes negocios.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los datos recolectados son reales y que los precios de un mismo artículo son comparables;</li> <li>• las preguntas sean razonables y puedan ser respondidas con la información de la tabla;</li> <li>• en cuál posición hacen el redondeo;</li> <li>• las razones para elegir esa y no otra posición.</li> </ul>

- c) Calculan las diferencias exactas. Justifican el procedimiento de cálculo utilizado.
- d) Calculan cuánto tendrían que pagar en cada local si comprarán todos los artículos.
- e) Imaginan que durante el año la escuela logró reunir \$ 500.000 para donar algunos de estos artículos a una institución. Contestan las siguientes preguntas y fundamentan sus respuestas:  
¿a quién se los donarían?, ¿cuáles y cuántos de esos artículos podrían comprar?, ¿dónde los comprarían?
- la exactitud del cálculo;
  - al realizarlo con calculadora, las razones entregadas.
- la exactitud del cálculo;
  - al realizarlo con calculadora, las razones entregadas.
- el respeto por las opiniones;
  - los fundamentos para elegir la institución que recibiría la donación;
  - los fundamentos para elegir los electrodomésticos por regalar (por ejemplo: de necesidad, de cantidad etc.);
  - el uso de cálculos comparativos para decidir;
  - el tipo de argumentos que justifican su elección.



## Unidad 3

# Multiplicación y múltiplos

### Contenidos

#### **Números naturales hasta 1.000:**

- Descomponer números en forma multiplicativa identificando sus factores.
- Identificar múltiplos de un número.
- Determinar mínimo común múltiplo en situaciones problema.

#### **Multiplicación:**

- Determinar resultados en situaciones correspondientes a otros significados (relación proporcional más compleja).
- Determinar resultados en situaciones correspondientes a producto cartesiano y combinaciones.

#### **Cálculo oral:**

- Redondear números como estrategia para el cálculo aproximado de productos.

#### **Cálculo escrito:**

- Utilizar algoritmos de cálculo de productos, con factores menores que 100.
- Determinar el producto en multiplicaciones con uno de los factores mayor que 100.

#### **Cálculo con apoyo de calculadora:**

- Utilizar calculadora para determinar productos en la resolución de problemas.

### Aprendizajes esperados

Los alumnos y las alumnas:

1. Resuelven problemas que implican encontrar múltiplos comunes y mínimo común múltiplo entre dos o más números.
2. Resuelven problemas de multiplicación que impliquen variaciones proporcionales.
3. Resuelven problemas de multiplicación que implican la formación de parejas (producto cartesiano) y combinaciones.
4. En situaciones problema, resuelven multiplicaciones, hacen estimaciones y evalúan resultados haciendo uso de la calculadora; recurren a regularidades y patrones basadas en la multiplicación por múltiplos de 10.

### Orientaciones didácticas

En esta unidad, el trabajo de las niñas y de los niños está orientado a la resolución de problemas que requieran el reconocimiento y uso de múltiplos de los números, de los múltiplos comunes entre dos o más números y del mínimo común múltiplo, y a la profundización de nociones asociadas a la multiplicación.

Se recomienda comenzar proponiendo situaciones en las cuales sea posible identificar múltiplos de un número (en la unidad 2 han trabajado con calendarios identificando, particularmente, algunos múltiplos de siete); posteriormente, situaciones en las que intervienen sucesiones de factores de dos o más números y en las que sea útil y necesario la identificación de aquellos que son comunes.

Es importante dejar que los estudiantes indaguen y busquen soluciones a los problemas de manera libre y espontánea, permitiendo e incentivando el uso de representaciones gráficas y concretas. Del mismo modo, presentarles muchas situaciones con el fin de que, trabajando de manera individual y en pequeños grupos, vayan observando y estableciendo regularidades. En el curso de las actividades, es fundamental orientar su trabajo a través de preguntas que generen discusión y conduzcan a ordenar procedimientos y observaciones que lleven a establecer algunas conclusiones: ¿Siempre ocurre así?, ¿por qué...?

Respecto de los algoritmos para el cálculo de multiplicaciones, el acento está puesto más que en largos cálculos escritos, en el desarrollo de las capacidades de estimar, hacer cálculos aproximados a partir de redondeos convenientes y en la evaluación de las soluciones, particularmente en cuanto a la razonabilidad de los resultados según las condiciones de los problemas. No siempre es necesario hacer cálculos exactos. Y no siempre los redondeos dan resultados aproximados razonables. ¿Cuándo, en qué situaciones se requiere de cálculos exactos? ¿Por qué en esta sí y en esta otra no? Es importante conducir a los niños y niñas a reflexionar sobre sus procedimientos y resultados más que a la obtención mecánica de resultados numéricos.

Por otra parte, en este nivel, ampliar el sentido de la multiplicación a situaciones de variación proporcional tiene como objetivo acercar a los estudiantes a concebirla y valorarla como una operación que permite resolver diversos problemas y establecer procedimientos de cálculo de productos más que el tratamiento sistemático de la proporcionalidad (razones, proporcionalidad directa e inversa, tablas de proporcionalidad, etc. serán trabajados en cursos posteriores). Lo mismo ocurre con problemas como producto cartesiano: forman

parte importante del tipo de problemas que ilustran la multiplicación como operación pero corresponden a situaciones que no son idénticas a las de proporcionalidad. El aspecto particular de estas situaciones es la formación de parejas para encontrar el producto buscado.

A continuación se propone una serie de actividades de aprendizaje para los estudiantes acompañadas de comentarios para los profesores y profesoras, a través de los cuales se quiere explicitar aspectos relevantes de la actividad o dar sugerencias para elaborar otras.

Finalmente, se sugieren algunas actividades de evaluación.

### Actividades de aprendizaje sugeridas

Resuelven situaciones en que aparecen regularidades de los múltiplos de los números. Leen y comentan las situaciones dadas planteándose posibles preguntas. Buscan formas de representar las situaciones. Identifican y describen las regularidades. Responden a preguntas que buscan relacionar la información dada.

Ejemplos:

1. Leen y comentan la siguiente situación:

“Un niño y dos niñas entrenan para participar en un campeonato regional que se realizará en dos meses más. Su programa de trabajo para el próximo mes es:

- Carolina se propone practicar todos los días pares del mes.
  - Felipe se propone practicar todos los días impares del mes.
  - Paula sólo podrá practicar los días 5, 10, 15, 20, 25 y 30”.
- Escriben las fechas en que cada uno entrenará y las marcan en un calendario, con diferentes colores.
  - Responden preguntas como:  
¿Quién practicará más si cada vez lo hace durante dos horas?  
¿Quién pasará menos tiempo en entrenamiento?
  - Buscan maneras de expresar el plan de cada uno sin indicar los días en que entrenan.
  - Comparten con otros grupos sus procedimientos para encontrar las respuestas.

2. Discuten en grupo la siguiente situación:

“Paloma está llenando bolsas con dulces, poniendo cada vez un montón de 4 dulces”.

### Comentarios

Esta actividad está centrada en la identificación, observación y análisis de múltiplos de números.

En otro momento, para trabajar múltiplos comunes, se puede complementar la actividad con preguntas como:  
¿Algún día se encuentran los tres en el entrenamiento?  
¿Quién se encuentra con quién?  
¿Cuándo se encuentran?  
¿Quiénes no se encuentran nunca?

Las fechas en que practica Paula se pueden expresar como “las que son múltiplos de 5”.  
Felipe: “los días que NO son múltiplos de 2”.

Al trabajar con el curso, proponer preguntas como: ¿Podría Carolina estar en el entrenamiento el día 13?, ¿por qué?

Es importante que en un primer momento desarrollen la actividad oralmente, contando de 4 en 4.

- Responden:  
¿Cuántos dulces hay en la bolsa después de echar 5 montones?  
¿Después de echar 6 montones?, ¿después de echar 10 montones?  
¿En algún momento puede haber en la bolsa 18 dulces?, ¿por qué?
- Inventan otras situaciones de este tipo y desafían a otro grupo a resolverlas.

### 3. Leen y comentan la siguiente situación:

“Carmen y Carlos juegan en un tablero numerado tipo carreras de caballos. Avanzan en el tablero saltando casillas según lo indicado por el dado.

Carmen obtiene un 3, recorre el tablero avanzando de 3 en 3.

Carlos obtiene un 5, recorre el tablero avanzando de 5 en 5”.

- Representan en papel cuadriculado las casillas por las cuales cada uno pasó pintando las de Carmen de un color y las de Carlos de otro color.
- Observan la representación (tablero pintado) y responden:  
¿Hay casillas por las que pasaron Carlos y Carmen?  
¿Estuvo Carmen en la casilla 13?, ¿por qué?  
¿Estuvo Carlos en esa casilla?, ¿por qué?

Establecen patrones de formación de diversas sucesiones numéricas: observan y completan sucesiones sumando una constante con apoyo de la calculadora.

Ejemplos:

#### 1. Programan la calculadora con la constante aditiva 2.

- Obtienen dos secuencias, de al menos diez términos:  
A partir de 2 sumar sucesivamente 2  
( $2 + 2 = 4$ ;  $4 + 2 = 6$ ;  $6 + 2 = 8$ ; etc.)

Posteriormente, orientarlos a escribir la sucesión de múltiplos de 4.

Se trata de visualizar los múltiplos de 3 y 5 y de identificar aquellos que son comunes.

Uso de la calculadora como instrumento de apoyo a la investigación de regularidades numéricas.

Para programar la constante aditiva en calculadoras simples se presiona el número que se quiere sumar (en el ejemplo, 2) y luego dos veces la tecla + y una vez =.

A partir de 3 sumar sucesivamente 3  
( $3 + 3 = 6$ ;  $6 + 3 = 9$ ;  $9 + 3 = 12$ ; etc.)

- Registran en cuadros los resultados obtenidos sucesivamente.
- Expresan estas sucesiones como productos (multiplicación como adición repetida: una vez dos, dos veces dos, tres veces dos; una vez tres, dos veces tres, etc.).

2. Dado un número (12, por ejemplo) anticipan a qué secuencia o secuencias de múltiplos pertenece. (Por ejemplo, si pertenece a la secuencia de múltiplos de 3).

- Comprueban utilizando la calculadora.
- Explican sus procedimientos y justifican sus respuestas.

Establecen sucesiones de múltiplos, determinan múltiplos comunes de dos o más números, utilizando una cuadrícula de 10 por 10. Reconocen la sucesión formada por los múltiplos comunes.

Ejemplo:

- Cuentan de 3 en 3 y de 4 en 4 hasta 50 (a partir de 3, a partir de 4, respectivamente) marcando con colores diferentes en la cuadrícula los números que van obteniendo;
- Escriben la secuencia que se obtiene con los números pintados de dos colores. La observan y analizan. Determinan regularidades.
- Predicen qué números entre 50 y 100 podrían estar pintados de dos colores. Explican y fundamentan sus predicciones. Las comprueban.
- Buscan maneras de generalizar las relaciones que han descubierto.

Para obtener la sucesión se va presionando sucesivamente la tecla =.

Llamar la atención sobre las sucesiones que están formadas por múltiplos del primer elemento (2 y 3, en el ejemplo) y las que no. Por ejemplo, sumar repetidamente dos a partir de 3 (se obtiene 5, 7, 9, etc.).

Es necesario realizar esta actividad con otros números.

Resaltar la importancia del primer término de la sucesión.

Conducir a los alumnos y alumnas a encontrar todos los números que tienen a 12 como múltiplo y a mostrar que no hay otros.

Es importante realizar esta actividad con otros números con el fin de generalizar noción de múltiplos comunes.

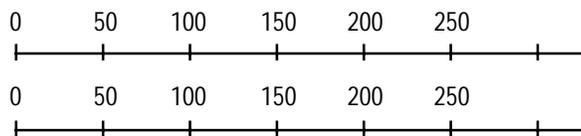
Resuelven problemas que les permitan comparar sucesiones de múltiplos de dos o más números para determinar múltiplos comunes y mínimo común múltiplo; establecen que los múltiplos comunes forman otra sucesión compuesta por los múltiplos del m.c.m.

Ejemplos:

1. Leen y analizan la siguiente situación:

“Juan y su hermana Antonia van caminando por la arena dejando marcadas sus huellas. Cada paso que da Juan mide 60 cm de longitud; los pasos de Antonia miden 45 cm”.

- Representan en el siguiente esquema los pasos de Juan y Antonia y responden las preguntas.



¿Coinciden alguna vez sus huellas?, ¿dónde?

¿Después de cuántos pasos las huellas coinciden por primera vez?

- Describen el procedimiento que usaron para encontrar sus respuestas y explicarlas.

2. Leen y analizan la siguiente situación:

“Dos amigos que son promotores de una empresa de publicidad deben hacer entrevistas y entregar volantes en un mismo edificio de departamentos”.

- Mario debe hacer entrevistas en los departamentos 15, 30, 45, 60, 75 y 90, en ese orden.
- Luis debe entregar un volante cada seis departamentos, a partir del departamento número seis.  
¿En qué departamentos se hace una entrevista y también reciben volantes?  
¿Cuál es el primer departamento que recibe un volante y es entrevistado?

Orientarlos para que vayan marcando en las rectas los puntos que representan cada paso de Juan y Antonia de la manera más precisa posible. Con ese fin, se recomienda reproducir el esquema en huinchas, mucho más largas y que, finalmente, puedan poner una sobre otra.

La primera vez que las huellas coinciden corresponde al mínimo común múltiplo entre 60 y 45.

Incentivar y orientar a los estudiantes a hacer representaciones gráficas que les permitan visualizar los múltiplos y establecer los comunes.

3. Leen y resuelven la siguiente situación:

“En un paradero de buses se detienen las líneas que se dirigen a Pudahuel.

Los buses 105 pasan y se detienen cada 10 minutos

Los buses 110 lo hacen cada 8 minutos

Los buses de la línea 115 lo hacen cada 5 minutos

La última vez que se detuvieron juntos en ese paradero fue a las 14 hrs”.

- Suponiendo que los buses pasan puntualmente:  
¿A qué hora deberían volver a detenerse al mismo tiempo los buses de esas líneas?

Resuelven y plantean problemas de multiplicación que implican variación proporcional, apoyándose en la construcción de tablas de valores.

Ejemplos:

1. Leen y comentan la siguiente situación:

“Marcelo trabaja en una fábrica empacando baldosas. Su jefa le pide solicitar a la bodega baldosas suficientes como para cumplir con la siguiente orden de entrega”.

Orden N°	Cajas	Baldosas
004	3	
008	5	
009	2	
013	1	
018	7	
025	9	
Total		

- Completan la tabla sabiendo que en una caja caben 18 baldosas iguales.
- Calculan el total de baldosas que Marcelo debe solicitar en la bodega.
- Describen los procedimientos que utilizaron para resolver y deciden cuál les parece mejor.

Esta situación está situada en Santiago. Es necesario proponer otras equivalentes si es necesario. Por ejemplo, investigan en el terminal de buses interurbanos más cercano los horarios de llegada y salida.

Es importante incentivar el análisis de la situación y de la tabla en estos problemas que implican variación proporcional.

Algunos niños o niñas pueden calcular el total de cajas y luego multiplicarlas por 18.

Otros pueden calcular el número de baldosas de cada orden y luego sumar.

Es importante señalar las diferencias entre los procedimientos y aclarar que ambos son correctos.

Destacar, también, que conociendo el contenido de 1 caja es posible calcular el contenido de una cantidad cualquiera de cajas. Es decir, se puede resolver multiplicando directamente el número de cajas por 18.

## 2. Leen y comentan:

“Un paquete oferta con dos yogures vale \$250”.

- Construyen una tabla de valores para responder las siguientes preguntas:
  - ¿Cuánto valen 4 yogures?
  - ¿Cuánto valen 12 yogures?
  - ¿Cuánto valen 48 yogures?
  - ¿Cuántos yogures puedo comprar con \$2.000?

Resuelven y plantean problemas de multiplicación que impliquen la formación de parejas y de combinaciones.

## Ejemplos:

## 1. Leen y comentan la siguiente pregunta:

¿Cuántas tenidas diferentes se podrían hacer con 3 poleras y 4 faldas de distintos colores?

- Dibujan todas las posibilidades.
- Buscan una manera de mostrar las posibilidades en una tabla de doble entrada.

## 2. Leen y comentan la siguiente pregunta:

¿cuántas tortas diferentes se podrían elaborar con 2 tipos de masa, 3 tipos de relleno y 2 tipos de cobertura? Se sabe que en cada torta se ocupa sólo uno de cada tipo de elementos.

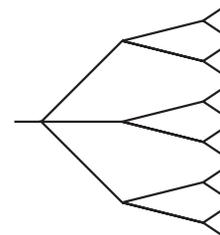
- Buscan una manera de representarla gráficamente.
- Comparten y discuten sus procedimientos y resultados.
- Buscan otras situaciones de este tipo que puedan observar.

Orientar a los niños y las niñas a observar que si conocen el precio de 2 yogures pueden calcular el precio de 4 duplicando y que este precio les sirve para calcular el precio de otras cantidades.

En este caso, la multiplicación permite obtener un tipo de resultado que no necesariamente es posible de realizar. Por ejemplo, en este problema se podrían hacer 12 tenidas diferentes (que se obtienen de multiplicar 3 por 4); no obstante, sólo se pueden hacer 3 tenidas simultáneamente.

Pueden usar una simbología para identificar las poleras (por ejemplo P1-P2-P3) y otra para las faldas (F1-F2-F3- F4).

La representación más adecuada es la de árbol. El total de tortas posibles está representada por el tercer grupo de ramas.



Este tipo de situación es particularmente apropiada para ilustrar la multiplicación de más de dos factores.

Investigan regularidades de los productos en los cuales un factor es múltiplo de 10. Con ayuda de la calculadora completan tablas y las observan. Registran y comunican sus conclusiones.

Ejemplos:

1. Programan la calculadora para multiplicar:

a) diferentes números por 10, digitando  $10 \times x$  y luego, sucesivamente los números que desean multiplicar.

Por ejemplo,

$$\begin{aligned} 10 \times 5 &= 50 \\ 7 &= 70 \\ 12 &= 120 \\ \text{etc.} \end{aligned}$$

b) sucesivamente un número por 10.

Por ejemplo, 8

$$\begin{aligned} 10 \times 8 &= 80 \\ &= 800 \\ &= 8000 \\ \text{etc.} \end{aligned}$$

- Elaboran tablas para registrar los productos sucesivos. Las analizan y establecen conclusiones.

2. Resuelven y crean situaciones en que utilizan las regularidades establecidas.

- Hay 3 cajas con sobres. En cada una hay 10 sobres y cada sobre tiene 10 láminas.

¿Cuántas láminas hay en cada caja?

¿Cuántas láminas hay si se juntan las láminas de las 3 cajas?

Se trata de orientar a los niños y niñas a observar que siempre se agrega un cero. Es conveniente repetir este ejercicio multiplicando por 100, 1.000, 10.000, etc. y luego comparar las tablas.

Orientarlos a obtener una tabla como la siguiente:

$$\begin{aligned} 8 \times 10 &= 80 \\ 80 \times 10 &= 800 \\ 800 \times 10 &= 8.000 \end{aligned}$$

de tal modo que sea explícito que se multiplica sucesivamente por 10.

Ampliar este tipo de actividad a la multiplicación por múltiplos de 10; 20 y 200, 30 y 300, por ejemplo.

Es importante destacar las regularidades que permiten abreviar los cálculos: multiplicar por diez equivale a “agregar un cero”; multiplicar dos veces por diez equivale a multiplicar por 100.

Es importante que los niños y niñas comprendan por qué.

Resuelven problemas de multiplicación utilizando diferentes maneras para resolverlos:

- oralmente y por escrito, aplicando propiedades numéricas (descomposición aditiva) y propiedades de las operaciones (conmutatividad, asociatividad y distributividad);
- por escrito, utilizando el algoritmo habitual;
- estimando resultados, aplicando técnicas de redondeo y evaluando la razonabilidad de los resultados.

Ejemplos:

1. ¿Cómo puedo calcular el total de una compra de 62 artículos, si cada uno vale \$2.500?
  - Cada estudiante resuelve y explica a compañeras y compañeros de su grupo cómo llegó a una solución.
  - Entre todos determinan cuál de los procedimientos les parece más cómodo, más breve, más interesante.
2. Investigan y analizan procedimientos para resolver multiplicaciones utilizados en otras culturas, por ejemplo: el árabe.
  - Resuelven multiplicaciones utilizando ese procedimiento (por ejemplo, 345 por 16).
  - Analizan el procedimiento en relación a la cifra de las unidades y de la decena en el segundo factor.
  - Establecen conclusiones respecto de la suma que permite obtener el resultado final.

Algunos procedimientos de cálculo podrían ser:

- a)  $(2.000 \times 62) + (500 \times 62) =$
- b)  $2.500 \times 60 = 150.000$   
 $2.500 \times 2 = 5.000$
- c)  $1.000 \times 62$   
 $2.000 \times 62$  (como el doble de  $1.000 \times 62$ )  
 $500 \times 62$  (como la mitad de  $1.000 \times 62$ )  
Suma de los dos últimos resultados.

Llevar a los estudiantes a describir sus procedimientos, y sintetizar con escrituras como las señaladas.

	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	
	3	4	5	<b>1</b>
	1	2	3	<b>6</b>
	8	4	0	
<b>5</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	

Con este procedimiento se puede comenzar a multiplicar indistintamente por las unidades o las decenas. Esto permite hacer visible por qué en el algoritmo habitual en nuestra cultura se desplaza un lugar hacia la derecha al multiplicar por la cifra de las decenas.

**3. Leen y comentan el siguiente problema:**

“Un supermercado recibe 4 veces al mes 820 cajas de bebidas de 24 botellas cada caja”.

¿Cuántas botellas de bebida recibe en 6 meses?

- Buscan una manera de resolverlo especificando las operaciones que deben resolver y el orden en que las harán.
- Describen y justifican su procedimiento.

**4. Leen y comentan el siguiente problema:**

“La bibliotecaria de una escuela compra en una feria de libros 25 cuentos infantiles a \$2.350 cada uno y 25 libros de juegos matemáticos a \$2.000 cada uno”.

¿Cuánto pagó por todo?

- Buscan una manera de resolverlo especificando las operaciones que deben resolver y el orden en que las harán.
- Describen y justifican su procedimiento.

Resuelven problemas que permitan utilizar métodos de exploración, como ensayo y error, que desafían el ingenio y/o problemas que permitan elaborar sistemáticamente una estrategia.

Por ejemplo:

- Leen y comentan el siguiente problema:

“La familia Pérez, que vive en La Ligua, decide hacer un viaje de vacaciones a la ciudad de Temuco. Viajan en auto y sólo quieren hacer dos detenciones en el camino. Sus posibilidades son hacer la primera parada en Paine o Buin; y la segunda parada en Chillán, San Carlos o Los Angeles”.

Dos maneras posibles de resolver el problema son:

a) calcular el total de cajas por mes ( $820 \times 4$ ); luego las botellas por mes ( $3.280 \times 24$ ) y, finalmente, el total de 6 meses ( $78.720 \times 6$ )

b) calcular las cajas mensuales ( $820 \times 4$ ); luego en 6 meses ( $3.280 \times 6$ ) y, finalmente, el total de botellas ( $93.930 \times 24$ ).

Lo importante es que los estudiantes describan sus procedimientos. En la síntesis destacar las propiedades que permiten seguir los diferentes caminos (asociatividad y conmutatividad).

Como en el problema anterior, a partir de los diferentes procedimientos posibles, destacar las propiedades que explican que los resultados sean los mismos.

En este caso, la distributividad:

$$25 \times (2.350 + 2.000)$$

$$(25 \times 2.350) + (25 \times 2.000)$$

En el Programa del NB2 estos problemas se denominan no convencionales; promueven el desarrollo de razonamientos basados en la lógica y el desarrollo de estrategias de búsqueda de soluciones ordenados y sistemáticos.

Es conveniente plantear o recordar otras situaciones similares; hacer síntesis de los procedimientos comparados.

- Hacen un diagrama, dibujo o esquema de cada una de las posibilidades, de acuerdo con las diferentes paradas.
- Comparten sus diagramas, discuten y deciden el recorrido que les parece mejor, justificando su elección.
- Lo presentan al curso incluyendo la representación gráfica.

**Adaptado de Severo, J. y G. Ferrari (1994), Olimpiadas matemáticas, Ñandú, Buenos Aires.**

## Actividades de evaluación sugeridas

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que el docente puede incorporar en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo. En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

Ejemplos de actividades y problemas	Indicadores / observar que:
<p>Resuelven desafíos numéricos que implican identificar múltiplos, a partir de condiciones dadas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Fundamentan sus respuestas.</li> </ul> <p>Por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>En cartones de lotería pintan de diferentes colores los números que cumplen con las siguientes condiciones:</li> </ul> <ol style="list-style-type: none"> <li>los múltiplos de 5 menores que 55;</li> <li>los múltiplos de 3 mayores que 30 y menores que 60;</li> <li>los múltiplos de 2 mayores que 20;</li> <li>los múltiplos comunes de 3 y 4;</li> <li>los múltiplos comunes de 5 y 10;</li> <li>los múltiplos comunes de 4; 9 y 7.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifican correctamente los múltiplos que cumplen las condiciones;</li> <li>en sus fundamentaciones especifican los procedimientos que usaron, por ejemplo, escribir todos los múltiplos de los números pedidos hasta 100 y luego buscar los que están en el cartón; o determinar si los números del cartón son múltiplos de los números dados.</li> </ul>
<p>Resuelven problemas que requieren encontrar múltiplos y determinar mínimo común múltiplo.</p> <p>Por ejemplo:</p> <p>Tres amigas trabajan como voluntarias, de acuerdo con sus posibilidades de tiempo, en un hogar de ancianos.</p> <p>Una de ellas va cada 5 días, otra lo hace cada 10 días y la otra cada 15 días.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprenden el problema, es decir, pueden explicarlo con sus propias palabras;</li> </ul>

Suponiendo que un día se encuentran las tres en el hogar de ancianos ¿cuántos días después volverán a encontrarse?

¿Cada cuántos días se encuentran siempre?

- sus procedimientos les permiten determinar que se encontrarán en 30 días más;
- concluyen que se encontrarán cada 30 días y que 30 es el mínimo común múltiplo entre 5 - 10 y 15.

Resuelven problemas que implican multiplicaciones y deciden entre diferentes alternativas de solución.

Por ejemplo:

“Una señora tiene \$5.000 para comprar algunos productos de la siguiente lista”.

Lista de precios

1 litro de leche	\$400
1 yogur	\$300
1 decena de huevos	\$650
250 gr. de mantequilla	\$590

- Escriban al menos tres posibilidades diferentes de compra, el total de dinero que gastaría y si recibe vuelto o no.
- ¿Comprando cuáles y cuántos de estos productos puede gastar el máximo de los \$5.000?
- Elaboran tres posibilidades diferentes;
- fundamentan su elección demostrando que la compra es menor o igual a \$5.000 y que con el vuelto, en caso de haberlo, no se puede comprar otra cosa;
- resuelven correctamente las operaciones.





## Unidad 4

# Divisiones y divisores

### Contenidos

#### **Números naturales hasta 1.000:**

- Interpretar los factores de un número como sus divisores.
- Determinar máximo común divisor en situaciones problema.
- Descomponer números en sus factores primos.

#### **División:**

- Determinar resultados en situaciones correspondientes a otros significados (comparación).

#### **Cálculo oral:**

- Redondear números como estrategia para el cálculo aproximado de cocientes.

#### **Cálculo escrito:**

- Utilizar algoritmos de cálculo de cocientes y restos, con divisores de una o dos cifras.

#### **Cálculo con apoyo de calculadora:**

- Utilizar calculadora para determinar el cociente entero y el resto, en divisiones no exactas.

### Aprendizajes esperados

Las alumnas y los alumnos:

1. Resuelven problemas que implican encontrar divisores comunes y/o el máximo común divisor entre dos o más cantidades.
2. Resuelven problemas de división no exactas e interpretan el resto.
3. Resuelven problemas de división relativos a comparaciones.
4. En la resolución de problemas resuelven divisiones, hacen estimaciones y evalúan resultados haciendo uso de la calculadora; recurren a regularidades y patrones basados en la división por múltiplos de 10; y divisibilidad por 2; 3; 5 y 10.

### Orientaciones didácticas

El trabajo de las niñas y niños en esta unidad está referido a la resolución de problemas de división y de problemas que ilustren divisores de números y máximo común divisor entre dos o más números.

Respecto de la división se proponen situaciones que permitan profundizar en su sentido de comparación, es decir, actividades que ayuden a los estudiantes a hacer comparaciones por cociente, lo que amplía el sentido del concepto de división.

Por otra parte, se amplía la gama de problemas iniciados en los niveles anteriores, centrando la atención en el significado del resto en divisiones no exactas.

Los divisores de un número se trabajan en relación a las diferentes maneras en que se puede repartir, dividir una colección o medida en partes iguales. Este trabajo se apoya en el concepto de múltiplo, abordado en la unidad anterior: 25 es múltiplo de 5; y 5 es un divisor de 25.

A partir de la resolución de diversos y variados problemas se van construyendo algunos criterios de divisibilidad. Por ejemplo, todos los números pares son divisibles por dos; los números terminados en cero o cinco son múltiplos de cinco y, por lo tanto, son divisibles por cinco. En este sentido, entonces, se recomienda abordar criterios de divisibilidad apoyándose en la observación de múltiplos de determinados números y en situaciones donde prestan utilidad.

La división como operación está centrada, más que en el algoritmo y en la resolución de largas operaciones, en el desarrollo de habilidades que permitan hacer cálculos aproximados, rápidos. En este sentido, se proponen actividades y problemas que permitan visualizar y sistematizar regularidades de los números que son potencias de 10 (hasta 1.000) y de los múltiplos de 10.

Por otra parte, se promueve el desarrollo de la habilidad de efectuar redondeos antes de calcular y de evaluar la razonabilidad de los resultados obtenidos.

Se recomienda el uso de la calculadora para comprobar cálculos aproximados, para resolver divisiones con grandes números (divisor con más de dos cifras) y, especialmente, para investigar regularidades.

A continuación se propone una serie de actividades de aprendizaje para los estudiantes acompañadas de comentarios para los profesores y profesoras, a través de los cuales, junto con complementar estas orientaciones, se explicitan aspectos relevantes de la actividad o se dan sugerencias para elaborar otras.

Finalmente, se sugieren algunas actividades y problemas de evaluación.

### Actividades de aprendizaje sugeridas

Investigan distintas posibilidades de dividir una misma magnitud en partes equivalentes (cintas, trozos de madera, tiras de cartulina, por ejemplo), apoyándose con material concreto, representaciones gráficas y numéricas. Ordenan los datos y los resultados en tablas que permitan visualizar número de trozos y sus dimensiones.

Ejemplos:

1. Cortan en trozos equivalentes y en forma concreta tiras de cartulina de 40 cm de manera que los trozos no tengan medidas con números decimales (en centímetros).

- Registran en una tabla como la siguiente los valores obtenidos:

	Longitud de la tira	Cantidad de trozos	Longitud de cada trozo
Tira 1	40 cm		
Tira 2	40 cm		
Tira 3	40 cm		

- Obtienen todas las posibilidades de dividir las cintas de cartulina de 40 cm en trozos iguales (que midan una cantidad entera de centímetros).
- Escriben conclusiones a partir de preguntas como:
  - ¿Cuántas formas diferentes de cortar tiras de 40 cm en partes iguales encontraron?
  - ¿Cómo se puede saber que se han encontrado todas las posibilidades?

### Comentarios

Es muy importante señalar que los trozos deben medir cantidades enteras de centímetros (1; 2; 3; 4 cm etc.) y no decimales (trozos inferiores a 1 cm pueden hacer poco manejable el ejercicio).

Esta condición cierra la posibilidad de utilizar algunas medidas habituales expresadas en milímetros, inferiores a 1 cm, porque interesa concentrarse en los factores de 40. No obstante, si esta situación se presenta, conviene considerarla y discutirla con los estudiantes.

Es importante orientar a los niños y niñas para que encuentren todas las posibilidades. Si no lo logran, apoyarlos con preguntas y proponerles que continúen haciendo pruebas concretas.

Es importante, también, que expliquen por qué creen que ya no hay más posibilidades.

Momento propicio para introducir la noción de factores de un número y relacionarlo con lo que las niñas y los niños saben de productos.

2. Leen, comentan y resuelven el siguiente problema:
- “Al Taller de la Sra. Rosa llegaron dos piezas de género, una de 120 centímetros y la otra de 225 centímetros. Se desea cortar ambas piezas en pedazos de igual longitud sin perder nada”.
  - Dan, al menos, cuatro posibilidades especificando el número de pedazos y la longitud de ellos.

Resuelven situaciones estableciendo arreglos bidimensionales, apoyándose en representaciones gráficas. En cada caso fundamentan sus soluciones explicando cómo han encontrado todas las posibilidades.

Ejemplos:

1. ¿Cómo se pueden distribuir 20 sillas en hileras de igual cantidad de sillas cada una?
  - ¿De cuántas maneras diferentes se podrían distribuir las sillas?
  - Usan papel cuadriculado para representar la situación y mostrar las soluciones.
2. ¿Cómo se pueden trasladar 24 botellas de bebidas ordenadas en una caja?
  - ¿Existen diferentes maneras de ordenar las cajas en hileras de igual cantidad?
  - ¿De cuántas maneras diferentes se podrían ordenar?
  - Escriben todas las formas diferentes y representan las soluciones en dibujos.
3. ¿Cuántas posibilidades diferentes hay de distribuir 36 azulejos de colores para adornar el centro del patio con superficies cuadradas y/o rectangulares?
  - Usan fichas para representar los 36 azulejos y mostrar todas las distribuciones cuadradas y rectangulares posibles.

**Insistir, si es necesario, en utilizar como unidad el centímetro y no fracciones de ella, puesto que interesa encontrar divisores comunes naturales de 120 y de 225.**

En el NB2 se trabajaron arreglos bidimensionales distribuyendo cantidades en configuraciones cuadradas y rectangulares en el marco de uno de los significados de la multiplicación.

Clasifican números de acuerdo a la cantidad de parejas de factores que es posible encontrar: aquellos con una sola pareja de factores (un sólo arreglo bidimensional) como números primos y aquellos con más de una pareja de factores como números compuestos.

Ejemplo:

- Utilizando papel cuadriculado buscan todas las diferentes maneras de representar como cuadrados y/o rectángulos, números del 2 al 12.
- Clasifican esos números de acuerdo con la cantidad de arreglos bidimensionales diferentes que es posible obtener y la registran en una tabla como la siguiente:

Números con 1 sólo arreglo	Números con más de 1 arreglo
2	4
3	6
5	8
7	9
11	10
	12

- Observan los números anteriores y buscan explicar por qué con algunos se puede hacer **sólo un arreglo** y con otros **más de un arreglo**.
- Buscan otros números mayores que 12 (hasta 100) que sólo tengan 1 arreglo bidimensional.

Investigan los divisores de dos o más números en contextos de distribución de cantidades en subconjuntos equivalentes (igual número de elementos) para determinar divisores comunes y redactar criterios de divisibilidad.

Ejemplos:

1. Distribuyendo diferentes cantidades de fichas, botones u otros elementos, como 20; 36; 45; 59 y 60:
  - Forman subconjuntos equivalentes (con igual cantidad de elementos).
  - Registran las posibles distribuciones de cada cantidad en tablas.

**El 1 no es ni primo ni compuesto. Puede tratarse como un caso especial.**

En la tabla se puede incluir uno o dos ejemplos. Es importante que los niños y las niñas hagan los dibujos correspondientes.

Una vez que los niños y niñas han clasificado según los criterios señalados, se introducen los nombres correspondientes: números primos y no primos o compuestos.

Los números primos menores que 100 son veinticinco.

Esta actividad está orientada a establecer criterios de divisibilidad por 2; 3; 5 y 10.

- Establecen relaciones entre las cantidades dadas y las posibles distribuciones:  
¿Cuáles de las cantidades dadas se pueden distribuir en 2 subconjuntos equivalentes?, ¿cuáles no?  
¿Cuáles se pueden distribuir en 5 subconjuntos equivalentes?, ¿cuáles no?  
¿Cuáles se pueden distribuir en 3 subconjuntos equivalentes?, ¿cuáles no?
  - Dadas otras cantidades diferentes a las anteriores predicen la posibilidad de distribuir las en 3; 2; 5; ó 10 subconjuntos equivalentes. Comprueban sus predicciones utilizando la calculadora y/o representando las cantidades con fichas.
  - Explican y fundamentan sus conclusiones.
2. Leen y resuelven el siguiente problema apoyándose en representaciones con material concreto como fichas.  
“En una academia de 42 alumnos se quiere formar grupos de trabajo de manera que en cada grupo haya igual cantidad de personas”.  
¿Cuáles son todas las maneras posibles de formar los grupos?
- Escriben las posibilidades en una tabla.
  - Construyen otras tablas cambiando los datos por:
    - una academia con 60 estudiantes
    - una academia con 36 estudiantes
    - una academia con 24 estudiantes

Es importante orientar y apoyar el trabajo de los estudiantes para que vayan estableciendo conclusiones particulares y generales, poco a poco.

Es importante que se den cuenta de que existen varias posibilidades e intenten mostrar que ya no hay otra diferente cuando crean haberlas encontrado todas.

Puede utilizar una tabla como la siguiente:

Grupos	Alumnos por grupo
1	42
2	21
-	-
-	-

Evaluar con los niños y niñas el sentido de formar 1 grupo ó 42 grupos. Si bien ambos son divisores de 42, es importante discutir sobre la realidad de las soluciones.

Resuelven problemas que permitan comparar los divisores de dos o más números y determinar el máximo común divisor.

Ejemplos:

1. Trabajando en grupos o individualmente, resuelven el siguiente problema:

“Para la próxima reunión de grupo de scout, Coni debe llevar trozos de cordel para aprender a hacer nudos. En su casa encuentra un pedazo de cáñamo de 90 cm y otro de 54 cm. Con ese material necesita cortar trozos de igual longitud y lo más largos posible”.

¿Cuántos trozos de cada uno obtiene?

¿Cuántos centímetros mide cada trozo?

2. Trabajando en grupos o individualmente, resuelven el siguiente problema:

“Don José necesita varios trozos de listones de igual longitud. Le interesa que tengan la máxima longitud posible y que no le sobre ningún pedazo y los tiene que cortar de dos listones de 72 centímetros y de 48 centímetros”.

¿Cómo debe cortar los listones?

¿De qué longitud le resultará cada trozo?

3. Trabajando en grupos y con apoyo en materiales concretos, leen y resuelven el siguiente problema:

- a) Diego está preparando sorpresas para el cumpleaños de su hermana.

- Tiene que repartir en las sorpresas 20 juguetes, 30 chocolates y 40 lápices.

- Quiere preparar la máxima cantidad posible de sorpresas y poner en cada una de ellas:

la misma cantidad de juguetes

la misma cantidad de chocolates

la misma cantidad de lápices.

¿Cuántas sorpresas puede preparar?

¿Cuántos juguetes puede poner en cada una?

¿Cuántos chocolates?

¿Cuántos lápices?

Es necesario utilizar como unidad el centímetro y no fracciones de ella, puesto que interesa encontrar el máximo común divisor entre 54 y 90.

Se trata de asociar el máximo común divisor a la solución de una situación, más que de “aplicar” un procedimiento para encontrar el m.c.d.

El objetivo de situaciones como ésta es conducir a los niños y niñas a determinar el número mayor que es divisor de 20, 30 y 40. En el ejemplo, concluir que Pedro puede preparar máximo 10 sorpresas y que en cada una pondrá 2 juguetes, 3 chocolates y 4 lápices.

- b) Repiten el problema imaginando que Diego tiene:
- 15 juguetes, 20 chocolates y 30 lápices
  - 36 juguetes, 27 chocolates y 45 lápices
  - 12 juguetes, 16 chocolates y 20 lápices
  - 10 juguetes, 40 chocolates y 20 lápices
  - 12 juguetes, 24 chocolates y 36 lápices
  - 48 juguetes, 24 chocolates y 12 lápices

Plantean y resuelven problemas de división que impliquen comparar e interpretar el resto. Investigan procedimientos para resolverlos.

Ejemplos:

1. “Un pastelero hornea alfajores. Hoy amasó 306 discos (hojas) y los tiene que llevar al horno en bandejas donde caben 25 discos”.
  - ¿Cuántas bandejas necesita disponer para los 306 discos?
  - ¿Cuántos alfajores puede armar con 306 discos?
  
2. Josefina colecciona servilletas. Hasta el momento tiene 128 servilletas y quiere ordenarlas en un cuaderno. Ella sabe que en cada página puede pegar sólo 3 servilletas”.
  - ¿Cuántas páginas puede completar con las 128 servilletas?
  - ¿Cuántas servilletas le faltan para completar una página más?

Plantean y resuelven problemas diversos que les permitan diferenciar entre aquellos que corresponden a una comparación por división de aquellos que requieren comparar a través de una sustracción.

Por ejemplo:

- En diversas situaciones responden preguntas tales como:
  - a) ¿Cuántas veces más rápido...?
    - ¿Cuántos km/hr más rápido...?
  - b) ¿Cuántas veces más lejos...?
    - ¿Cuántos kilómetros más lejos?
  - c) ¿Cuántas veces más lento...?
    - ¿Cuánto más lento...?

Apoyar y orientar la resolución proponiendo hipótesis sobre la cantidad de sorpresas.

Sistematizar, resaltando los divisores de cada número y haciendo notar que la solución corresponde al m.c.d.

Se trata de dar sentido al resto. En cada contexto el resto tiene un significado.

Hay situaciones en las que se requiere tomar una decisión al respecto.

Por ejemplo, en este caso sobran 6 discos. Entonces, ¿qué puede hacer el pastelero?

En este caso sobran 2 servilletas. Por lo tanto, para completar una nueva página es necesario agregar 1 servilleta.

Destacar que “cuántos más...”, “cuántos menos...” son comparaciones por sustracción. En cambio, “cuántas veces...” es una comparación por cociente (división).

Investigan, con apoyo de la calculadora, regularidades en los cuocientes cuando el divisor o el dividendo es un múltiplo de diez constante; completan tablas; registran y comunican sus conclusiones.

Ejemplos:

1. Resuelven con la calculadora divisiones tales como:

$100 : 10$	$300 : 100$	$1.000 : 2$
$1.000 : 10$	$3.000 : 100$	$1.000 : 20$
$10.000 : 10$	$30.000 : 100$	$1.000 : 200$

- Registran los cuocientes obtenidos en tablas. Los analizan y redactan conclusiones.

2. Leen y resuelven el siguiente problema:

“Don Emilio debe enviar 8.000 cerámicas a otra ciudad. Decide hacer paquetes de 10 cerámicas cada uno y luego ponerlos en cajas distribuidos de a 10 paquetes por caja”.

¿Cuántas cajas necesita?

Resuelven problemas de divisiones con divisor de hasta 2 cifras utilizando diversos procedimientos y evalúan los resultados:

- por escrito utilizando el algoritmo habitual;
- haciendo estimaciones (redondeos y cálculo mental).

Ejemplos:

1. “Un agricultor compró alambre para cercar su terreno y pagó en 2 cuotas de \$12.375. Si el metro le costó \$45”:

¿cuántos metros de alambre compró?

Orientar a los estudiantes a observar los efectos de mantener constante el divisor, el tipo de incremento que tiene el dividendo, en un caso, y el divisor en el otro (se multiplica sucesivamente por 10).

Establecer asociaciones con las regularidades encontradas en el caso de la multiplicación.

Es importante no imponer un procedimiento único para resolver este tipo de problemas sino discutir los procedimientos empleados, haciendo visible la equivalencia de ellos y las propiedades que permiten esa diversidad. En este caso, es posible dividir el precio de una cuota por 45 y luego multiplicar por 2 o calcular el precio total primero.

2. Un curso de 42 niños y niñas desea comprar una pelota de vóleybol que cuesta \$5.500 juntando el dinero con aportes iguales de cada uno.  
¿Cuánto debe aportar cada estudiante como mínimo para que no les falte dinero?

Resuelven problemas que permitan utilizar métodos de exploración, como ensayo y error, que desafían el ingenio y/o problemas que permitan elaborar sistemáticamente una estrategia.

Por ejemplo:

- “Un hotel tiene 36 habitaciones que deben ser pintadas todos los años. Del año anterior sobraron 4 latas de 20 litros de pintura cada una y para cada habitación se necesitan 6 litros de pintura”.  
¿Cuántas latas habrá que comprar este año?  
¿Sobra pintura?

Si los alumnos y alumnas hacen un cálculo directo con la calculadora obtendrán un resultado decimal. Si lo hacen por escrito, tendrán un resto. En ambos casos es necesario interpretar el resultado para tener una solución.

En el Programa del NB2 estos problemas se denominan no convencionales; promueven el desarrollo de razonamientos basados en la lógica y el desarrollo de estrategias de búsqueda de soluciones, ordenadas y sistemáticas.

Adaptado de Severo, J. y G. Ferrari (1994), *Olimpiadas matemáticas*, Ñandú, Buenos Aires.

## Actividades de evaluación sugeridas

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que el docente puede incorporar en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo.

En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

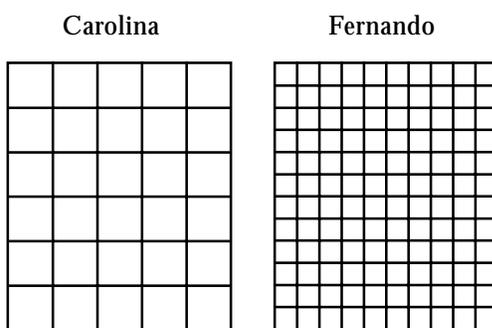
### Ejemplos de actividades y problemas

Resuelven en forma gráfica y numérica problemas que requieran encontrar divisores comunes entre medidas de longitud expresadas con números de dos cifras.

Ejemplos:

a) Leen y analizan la siguiente situación:

“Carolina y Fernando dividieron en partes iguales hojas de bloc de 72 cm por 60 cm sin dejar margen. Al terminar se dieron cuenta de que lo habían hecho de manera diferente: Carolina dibujó cuadrados de 12 por 12 cm y Fernando dibujó cuadrados de 6 por 6 cm”.



- En hojas de bloc (de 72 cm por 60 cm) dibujan otras dos maneras diferentes de hacer un cuadrulado.
- Explican sus procedimientos y justifican sus soluciones.

### Indicadores / Observar que:

- Comprenden la situación y pueden explicarla en sus propias palabras;
- reconocen que el lado del cuadrado corresponde a un divisor común entre 60 y 12;
- aunque comiencen con procedimientos de ensayo y error, reconocen que el lado del cuadrado corresponde a un divisor común entre 60 y 12;
- las soluciones gráficas y numéricas son correctas y sus justificaciones comprensibles.

b) Benjamín y Rosario ayudan a su tía en la florería.

La tía les da:

60 rosas rojas

40 rosas amarillas

80 rosas blancas.

- Deben armar la máxima cantidad posible de ramos iguales usando todas las rosas y poniendo rosas de los tres colores en cada uno.  
¿Cuántos ramos iguales pueden armar?, ¿cuántas rosas de los diferentes colores hay en cada ramo?

- determinan 20 como el número máximo de ramos y asocian este número al máximo común divisor entre 40; 60 y 80;
- fundamentan sus soluciones;
- comprueban que en cada ramo hay 3 rosas rojas, 4 amarillas y 8 blancas.

Resuelven problemas que implican divisiones y utilizan las soluciones para tomar decisiones.

Por ejemplo:

Leen la siguiente situación:

“Voy al almacén a comprar un tarro de café. El tarro de 100 gramos cuesta \$1.318; el de 50 gramos cuesta \$798; y el de 170 gramos cuesta \$1.950”.

¿Cuál me conviene comprar?

¿Por qué?

Justifican su elección.

- los cálculos realizados son correctos;
- eligen el tarro más conveniente (mayor peso/menor costo);
- justifican su elección mostrando que es la alternativa más barata;
- explican las operaciones que realizaron y el procedimiento (puede ser calculando cuántos gramos se compran con \$1 y luego los totales o calculando el precio de 1 gramo y luego el precio total).



## Unidad 5

# Geometría

### Contenidos

#### **Cuerpos geométricos (cubo, prismas, pirámides):**

- Armar cuerpos, a partir de sus caras.
- Construir redes para armar cubos.
- Identificar y contar el número de caras, aristas y vértices de un cuerpo y describir sus caras y aristas.

#### **Figuras geométricas:**

- Diferenciar cuadrado, rombo, rectángulo y romboide a partir de modelos hechos con varillas articuladas.
- Identificar lados, vértices y ángulos en figuras poligonales.
- Distinguir tipos de ángulos, con referencia al ángulo recto.

#### **Perímetro y área:**

- Utilizar centímetros para medir longitudes, y centímetros cuadrados para medir superficies.
- Calcular perímetros y áreas en cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos y en figuras que puedan descomponerse en las anteriores.
- Reconocer las fórmulas para el cálculo del perímetro y del área del cuadrado, rectángulo y triángulo rectángulo, como un recurso para abreviar el proceso de cálculo.
- Distinguir perímetro y área, a partir de transformaciones de una figura en la que una de esas medidas permanece constante.

### Aprendizajes esperados

Los alumnos y alumnas:

1. Seleccionan entre variadas figuras geométricas las adecuadas (forma) y necesarias (cantidad) para construir prismas rectos y pirámides.
2. Reconocen diferentes redes para armar cubos; reconocen y explican que existe una cantidad limitada de variaciones en las redes de cubos.
3. Distinguen cuadrados y rectángulos de rombos y romboides. Describen sus diferencias haciendo referencia a:
  - los ángulos en relación al ángulo recto;
  - los lados en función de su longitud
4. Asocian el perímetro de una figura a la medida del contorno de la misma y el área a la medida de su superficie.
5. Resuelven problemas que impliquen calcular áreas y perímetros de cuadrados y rectángulos y de figuras que puedan descomponerse en las anteriores.

### Orientaciones didácticas

En esta unidad se persigue profundizar y ampliar las experiencias de los niños y las niñas en el ámbito de la geometría, privilegiando, como se ha hecho en los niveles anteriores (ver Planes y Programas del Nivel Básico 2, pp. 145-147), el desarrollo de experiencias sistemáticas de construcción y dibujo, que lleven a indagar, observar, experimentar, comparar, sistematizar y concluir respecto de algunos cuerpos y figuras geométricas.

La atención se pone, en particular, sobre los prismas y las pirámides, en las diferentes formas que pueden tener las redes para armar cubos y en los efectos producidos por la introducción de variaciones en cuadrados y rectángulos dando origen a rombos y romboides. Respecto de perímetros y áreas, se propone un conjunto de actividades con cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos con el fin de iniciar el acercamiento de los niños y las niñas a estas nociones, las cuales serán tratadas en profundidad en el nivel siguiente.

Como en el nivel anterior, se busca que los cuerpos y las figuras geométricas sean trabajados a partir de objetos que tienen sus formas muy próximas a ellos (envases, por ejemplo) y que éstos sean fuentes para la observación y la experimentación; se propone, además, la construcción de cuerpos geométricos tanto a partir de sus redes (en el caso del cubo) como de trozos de cartulinas con las formas adecuadas. Estas actividades permiten aproximarse a las características de los cuerpos y profundizar en las propiedades de las figuras que dan forma a sus caras.

En este nivel se incorporan descripciones y comparaciones entre cuadrados y rectángulos con rombos y romboides, respectivamente, haciendo referencia explícita a los ángulos y a la longitud de los lados.

Las actividades que se proponen para los niños y las niñas consideran la reproducción de cuerpos y figuras con materiales concretos (cartón, varillas) y el dibujo y copia, apoyada en papel cuadriculado.

Es importante proponer múltiples y variadas actividades que permitan observar, descubrir relaciones y establecer distinciones entre los diferentes cuerpos geométricos y figuras, como entre sus elementos (caras,

aristas y vértices, en los cuerpos geométricos; lados y ángulos, en las figuras). El registro sistemático de observaciones y su análisis orienta el establecimiento de generalizaciones.

En este proceso resulta esencial que los niños y niñas comuniquen lo que hacen, escuchen, se planteen hipótesis, detecten y corrijan sus errores, prueben la veracidad de sus conjeturas. En este sentido, es importante que el profesor o profesora, al acompañar el trabajo de los estudiantes, les plantee preguntas como: ¿Por qué crees que resultará así?, ¿qué pasaría si en vez de...?, ¿cuántas redes diferentes utilizaron para armar estos cubos?, ¿no es posible encontrar otra diferente?, etc.

Es importante, también, que al establecer su propia síntesis, el profesor o la profesora considere los procedimientos utilizados por los estudiantes, sus procesos y conclusiones. Es decir, es importante que sus exposiciones estén muy relacionadas con las actividades desarrolladas por los niños y niñas.

A continuación se propone una serie de actividades de aprendizaje para los estudiantes acompañadas de comentarios para los profesores y profesoras, a través de los cuales, junto con complementar estas orientaciones, se explicitan aspectos relevantes de la actividad y se dan sugerencias para elaborar otras. Finalmente, se sugieren algunas actividades y problemas de evaluación.

### Actividades de aprendizaje sugeridas

Observan y describen envases tipo caja para:

- reconocer características geométricas en ellos;
- clasificarlos de acuerdo con diversos criterios: usos, formas, etc.

Ejemplo:

- Recolectan envases tipo caja de diferentes formas y tamaños, en los cuales todas sus caras son planas.
- Clasifican libremente el material recolectado y explican los criterios que utilizaron para hacer la clasificación. Comparan y comentan criterios de clasificación dados por otros grupos y, en conjunto, determinan aquellos que son más confiables.
- Cierran, tapan y/o pintan las cajas recolectadas.
- Forran algunas cajas a su elección estimando previamente el tamaño y la forma del papel necesario para forrarlas.
- Juegan a adivinar la caja que describe un compañero o compañera.

### Comentarios

Esta actividad es sistematización de NB2.

Esta actividad puede apoyarse presentando diversos cuerpos geométricos de caras planas reproducidos en cartón o madera.

Los criterios deben ser excluyentes y confiables (no del tipo bonito, grande, etc.).

Usar, de manera natural, los nombres correspondientes: prisma, pirámide, cubo, aunque el propósito de la actividad no sea definir y establecer clasificaciones formales.

Se trata de la idea de cuerpo cerrado, de tal modo de poder identificar todos sus elementos.

En las descripciones es importante que los niños y niñas usen expresiones como, por ejemplo, “tiene seis caras cuadradas”. En este sentido, la actividad puede servir al docente para diagnosticar aprendizajes del nivel anterior.

Exploran objetos que representan prismas rectos y pirámides en relación a las formas y posición de sus caras y a las aristas, para diferenciar prismas y pirámides.

Ejemplos:

1. Averiguan sobre envases de productos, objetos, construcciones, etc., que tengan forma de prisma recto o de pirámide.
  - Traen a la clase fotos, dibujos y objetos.
  - Hacen intercambios del material recolectado y conversan libremente sobre ellos: sus semejanzas y diferencias.
2. Escogen diferentes objetos, incluyendo prismas rectos y pirámides.
  - Dibujan en hojas blancas las caras de cada uno de ellos y escriben sus conclusiones en cuanto a formas y cantidad.
  - Establecen asociaciones entre las caras en cuanto a forma y cantidad. Por ejemplo, en un mismo cuerpo: cuántas caras son cuadradas, cuántas son rectangulares; cuántas triangulares; dónde están: frente a frente, etc.
  - Elaboran una tabla para registrar los datos obtenidos. Por ejemplo:

				
	<b>1</b>			
				
				
				
				

- Analizan la tabla a partir de preguntas como las siguientes:
  - ¿Cuál tiene más caras triangulares?
  - ¿Cuáles tienen más de 2 caras triangulares?
  - ¿Cuáles no tienen ninguna cara triangular?
- Redactan algunas semejanzas y diferencias entre prismas y pirámides.

Es importante no entregar una definición previamente pues se trata de que los niños y las niñas busquen la información necesaria. Conocer las pirámides egipcias es, por ejemplo, una descripción clara de lo que es una pirámide.

Si en la escuela no se cuenta con representaciones sólidas de estos cuerpos, es necesario construirlas previamente a partir de sus redes pues es muy importante que los niños y las niñas cuenten con modelos concretos. La identificación entre los cuerpos y sus representaciones planas tiene, en general, dificultades.

El propósito es que los niños y niñas logren discriminar entre las pirámides y los prismas. Posteriormente se proponen actividades que permiten diferenciar entre distintos tipos de pirámides y de prismas.

Realizan actividades diversas que impliquen descomponer y componer prismas rectos para:

- visualizar sus redes;
- caracterizar y diferenciar prismas.

Ejemplos:

1. Copian y dibujan las caras de diversos prismas.
  - Elaboran una ficha de presentación de cada uno de ellos en relación a la cantidad y la forma de sus caras.
  
2. Desarmen diversos prismas de cartulina.
  - Cortan sus caras y las pintan de un color determinado según su forma y tamaño (pueden acordar un color específico para cada región. Por ejemplo, color rojo para la forma triangular).
  - Observan la forma, cantidad y posición de las caras en los diversos prismas.
  
3. Arman prismas con diversas piezas dadas.
  - Describen y comentan las acciones realizadas.
  - Establecen semejanzas y diferencias entre los diversos prismas que armaron y desarmaron.

Realizan actividades diversas que impliquen descomponer y componer pirámides para:

- visualizar sus redes;
- caracterizar y diferenciar pirámides.

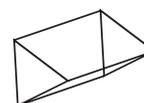
Ejemplos:

1. Copian y dibujan las caras de diversas pirámides.
  - Elaboran una ficha de presentación de cada uno en relación a la cantidad y la forma de sus caras.

Es importante contar con prismas rectos de base triangular, cuadrada, rectangular, pentagonal, etc.

Si no se cuenta con ellos, reproducirlos a partir de las redes o transformando envases de cartón.

Se puede utilizar cajas diversas cuidando que algunas de ellas tengan dos caras triangulares.



Resaltar que todos tienen, al menos, dos caras opuestas con igual forma y tamaño.

En esta actividad es interesante observar cómo hacen los niños y las niñas para pegar las diferentes partes. El docente puede orientarlos para preparar la representación de las redes de los cuerpos que se trabajará posteriormente.

Es importante contar con pirámides de base triangular, cuadrada, rectangular, pentagonal, etc.

Si no se cuenta con ellas, reproducirlas a partir de las redes o transformando envases de cartón.

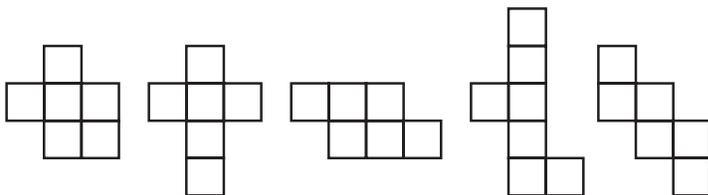
Llamar la atención sobre la base y la semejanza de las caras laterales triangulares.

2. Desarmen diversas pirámides de cartulina.
  - Cortan sus caras y las pintan de un color determinado según su forma y tamaño (puede acordarse un color específico para cada región. Por ejemplo, color rojo para la forma triangular).
  - Analizan la forma de las caras y su posición en las diversas pirámides.
  
3. Arman pirámides con diversas piezas (caras) dadas.
  - Describen y comentan las acciones realizadas.
  - Establecen semejanzas y diferencias entre las diversas pirámides que armaron y desarmaron.

Investigan diferentes maneras de construir redes para armar cubos, probando que existe una cantidad limitada de variaciones en las redes de los mismos.

Ejemplos:

1. Copian y marcan las caras de un cubo describiendo la forma de cada cara y el número de ellas.
  - En grupo, cada niño o niña desarma un cubo de manera de obtener su red.
  - Reproducen la red en papel cuadriculado. Comparan las redes obtenidas por cada grupo.
  
2. Observan diagramas esquemáticos diversos, compuestos de seis regiones cuadradas como las siguientes:



- Predicen cuáles podrían formar un cubo; justifican y fundamentan su predicción.
- Recortan las redes y comprueban cuáles corresponden a un cubo.

**Llevar a observar que las caras triangulares se unen en un vértice.**

**Al desarmar un cubo, según cómo lo hagan, pueden obtener redes de diferentes formas.**

**Invitarlos a analizar la distribución de las regiones en las redes que permiten armar cubos.**

Realizan actividades diversas para observar y describir cuerpos geométricos, reconocer sus elementos y establecer relación entre el número de caras, vértices y aristas.

Ejemplos:

1. Arman esqueletos de diferentes cuerpos con pajitas unidas con plastilina.
  - Identifican los elementos de un cuerpo geométrico y lo describen en relación al número y forma de sus caras, número de aristas y número de vértices.
  
2. Descubren el cuerpo geométrico correspondiente a descripciones referidas a sus elementos, entregadas en tarjetas como las siguientes:
  - Tiene seis caras, ocho vértices y doce aristas. La forma de sus caras no es cuadrada.
  - Tiene cinco aristas en la base y cinco aristas laterales que se unen en un vértice.
  
3. En una tabla como la siguiente, registran el número de caras, de vértices y de aristas de cada cuerpo geométrico:

	C	V	A
			
			
			
			
			

- Observan los datos registrados, buscando relaciones entre ellos a partir de preguntas tales como:
  - ¿Qué relación hay entre el número de vértices y el número de caras de las pirámides?

En actividades anteriores se ha estudiado las caras. En ésta se busca la visualización de los vértices (plastilina) y de las aristas (pajitas).

Es importante incluir cuerpos diversos y varias versiones de una misma clase de cuerpo (por ejemplo, prismas de base cuadrada y triangular) con el fin de que tengan una tabla con gran cantidad de datos y puedan detectar regularidades.

Se buscan relaciones entre el número de caras (C), vértices (V) y aristas (A), en las que se basa la fórmula de Euler:

$$(C + V) - 2 = A$$

¿Qué pasa si se suma el número de caras con el número de vértices de cada cuerpo y a ese total se le resta el número de aristas?  
 ¿Podrías encontrar el número de aristas de un cuerpo conociendo sólo el número de caras y el número de vértices?

Desarrollan actividades de construcción de representaciones de cuadrados y rectángulos para reconocer características de ellos.

Por ejemplo:

1. Dibujan cuadrados y rectángulos, con ayuda de papel cuadriculado y utilizando regla.
  - Cortan estas figuras en cartón para utilizarlas como plantillas.
  - Utilizando las plantillas, crean grecas o guardas, combinando cuadrados o rectángulos y haciendo rotaciones de los mismos para decorar tarjetas de saludos, invitaciones, etc.
  - Describen a una compañera o compañero su diseño para que lo reproduzca utilizando las plantillas correspondientes.
  
2. Comparan regiones cuadradas y rectangulares estableciendo semejanzas y diferencias en relación a: número y medidas de sus lados, abertura de sus ángulos.
  - En grupo elaboran una definición que describa de manera general un cuadrado y un rectángulo.
  - Leen y comparan sus definiciones con los demás grupos y en conjunto seleccionan la que consideran mejor.

$$(C + V) - A = 2$$

Orientar y apoyar a niños y niñas a hacer las descripciones utilizando como referente para la ubicación de las figuras una línea de base y un lenguaje preciso (vértices, lados, nombres de las figuras).

El diseño permite visualizar el cuadrado y el rectángulo en diferentes posiciones.

Si las reproducciones no corresponden a la original, pedir que repitan las descripciones o las modifiquen.

En la síntesis se puede construir con los alumnos y las alumnas una tabla comparativa de cuadrado y rectángulo. En ella se puede señalar, por ejemplo, cantidad de lados, longitud de los lados, ángulos, de tal modo que se hagan visibles los elementos comunes y aquellos que los diferencian (es decir, la longitud de los lados).

Producen variaciones en los ángulos de cuadrados y rectángulos para generar rombos y romboides, reconocer sus características y diferenciarlos de cuadrados y rectángulos.

Ejemplos:

1. A partir de plantillas, construyen el esqueleto articulado de un cuadrado y un rectángulo, con pajitas y uniones de plastilina.
  - Producen variaciones en los ángulos de las representaciones; copian las figuras resultantes, comparándolas con la plantilla original, sobreponiendo una figura sobre otra.
  - Describen los cambios haciendo referencias a los ángulos interiores comparándolos con un ángulo recto (más abierto o menos abierto).
  - Dibujan las figuras que les resultan y observan los cambios a nivel gráfico.
  - Establecen conclusiones, analizando las figuras de rombos y romboides generadas.
2. Dibujan un rectángulo, un cuadrado, un rombo y un romboide en papel cuadriculado, destacando con plumón los lados.
  - Observan la imagen reflejada en un espejo al colocarlo verticalmente apoyado en uno de los lados de cada figura.
  - Dibujan cada uno de los reflejos frente a las figuras originales correspondientes.
  - Comentan los resultados y buscan explicaciones a los fenómenos observados.
3. Trabajando en grupos, arman regiones poligonales a partir de otras.
  - Cortan un cuadrado por sus diagonales obteniendo cuatro triángulos.
  - Generan, usando los 4 triángulos, un rectángulo y luego un romboide.

Invitar a explicar o dibujar paso a paso la acción realizada.

Llamar la atención sobre la conservación de la longitud de los lados, especialmente en el caso de los rombos ya que la visualización es difícil.

Si es necesario, pedir a los estudiantes que comprueben por medio de mediciones u otro método.

La imagen de los cuadrados y rectángulos aparece en el espejo en la misma posición. En cambio, en el caso de los rombos y romboides la imagen aparece con una orientación diferente.

Ésta es otra manera de distinguir estas figuras.

Éste es un momento adecuado para elaborar con los estudiantes un cuadro comparativo entre cuadrado, rombo, rectángulo y romboide considerando longitud de los lados, paralelismo, ángulos.

Observan y analizan diferentes figuras poligonales para identificar sus elementos, describirlos y clasificarlos de acuerdo con varios criterios.

Ejemplos:

1. Construyen polígonos con diferente número de lados en un plano, identifican sus lados y vértices.
  - Copian los polígonos y los clasifican según el número de lados pegándolos en una hoja.
  - Investigan la relación entre el número de lados y el nombre de cada polígono.
2. Utilizan el sistema de coordenadas cartesianas para representar polígonos en un plano e identificar los pares ordenados que lo determinan.
3. Describen polígonos diversos según el número de lados y la congruencia o no congruencia de los mismos, desafiando a un compañero o compañera para que los reproduzca.
4. Crean diferentes polígonos a partir de triángulos hechos con palos de fósforo y plastilina.
  - Analizan el tipo de polígono posible de construir con los triángulos.
  - Discuten sus observaciones a partir de preguntas como:  
¿Qué figuras se pueden armar con 2 triángulos?,  
¿cuáles con 3 triángulos?, ¿con 4 triángulos?, etc.

Llevarlos a observar que coincide el número de lados y de vértices.

Se pueden desarrollar otras actividades y juegos utilizando un Tangram, que permita la formación de regiones poligonales cóncavas y convexas.

Señalar que los triángulos utilizados son equiláteros.

Es importante orientar las conclusiones de los niños y las niñas y sus propias síntesis, destacando que con 2 triángulos equiláteros sólo se puede construir un rombo; con tres, un trapecio; en cambio, con cuatro se puede construir un triángulo y un romboide.

Ampliar la actividad proponiendo preguntas como: ¿Cuántos polígonos diferentes se podrían construir con, por ejemplo, 6 triángulos equiláteros?

Resuelven situaciones que requieren conocer la medida de un contorno asociando esta medida al perímetro.

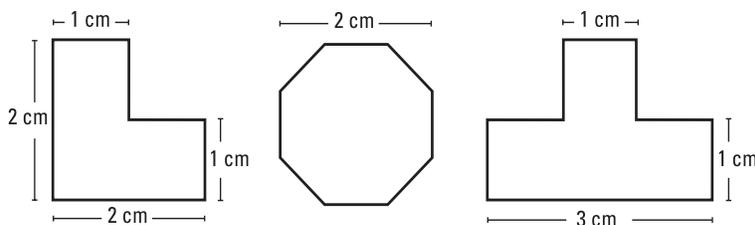
Ejemplo:

- Confeccionan en papel moldes de individuales y servilletas de diversas medidas: de forma cuadrada 20 cm por 20 cm; otra de 35 cm por 35 cm; de formas rectangulares de 40 cm por 30 cm y 25 cm por 55 cm; entre otras.
- Calculan el largo de cinta necesaria para bordear los individuales, y servilletas antes confeccionados. Amplían esta actividad de cálculo a manteles de dimensiones mayores y de los cuales no se tenga su molde, sino un dibujo esquemático donde se señala su largo y ancho.
- Observan las cantidades de cintas necesarias en cada caso y establecen si hay casos en que la cantidad de cinta necesaria es igual, pero las formas son diferentes.

Buscan procedimientos para determinar el perímetro de diversas regiones, asociando la medida del contorno de la figura a la suma de sus lados. Concluyen procedimientos abreviados para el cálculo de perímetros de cuadrados y rectángulos.

Ejemplos:

1. Observan las representaciones de regiones poligonales en las que se indican las medidas de sus lados. Calculan su perímetro. Comentan sus procedimientos.



Conversar con los alumnos y las alumnas sobre situaciones en las cuales se mide o calculan contornos, aunque habitualmente no se le llame perímetro. Por ejemplo: el número de cuello en las camisas, la talla de los sombreros, el número asignado a los tamaños de anillos, etc.

Otra posibilidad es darles a los grupos plantillas de servilletas de otras formas: ovaladas, octogonales, etc.

Llevar a los estudiantes a buscar explicaciones sobre este fenómeno.

En este caso conviene incluir regiones de diferentes formas y de más de cuatro lados, de modo de concluir que un procedimiento es sumar sus lados. La inclusión de polígonos regulares (por ejemplo, un octágono regular) sería útil para llevar a concluir que la multiplicación puede ser un procedimiento abreviado.

2. Representan al menos 6 cuadrados de diferentes tamaños.
  - Determinan el perímetro de cada uno y comentan sus procedimientos.
  - Concluyen un procedimiento que permita encontrar el perímetro de un cuadrado conociendo la medida de uno de sus lados.

3. Determinan el perímetro de rectángulos cuyas medidas se presentan en una tabla como la siguiente:

Rectángulo	largo	ancho	perímetro
A	8 cm	2 cm	
B	15 cm	5 cm	
C	22 cm	20 cm	
D	6 cm	4 cm	

- Comentan sus procedimientos.
- Concluyen un procedimiento que permita encontrar el perímetro de un rectángulo conociendo las medidas de su largo y ancho.

Resuelven situaciones que requieren cubrir superficies con regiones cuadradas.

Ejemplos:

1. Organizados en grupos buscan respuestas a desafíos o preguntas tales como:
  - a) ¿Cuántas baldosas de 30 cm por 30 cm se necesitan para cubrir el piso de la sala si mide 6 por 12 metros?
  - b) ¿Cuántos azulejos de 20 cm por 20 cm se necesitan para cubrir una parte de una cocina que mide 2 por 2 m?
- Comentan las estrategias utilizadas.

Los procedimientos pueden ser de adición iterada o de multiplicación. Invitarlos a verbalizar sus procedimientos y a escribirlos numéricamente, de manera de dar inicio a la escritura de fórmulas, considerándolas como un recurso para abreviar los cálculos.

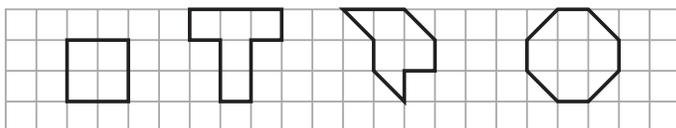
Otra posibilidad puede ser medir los pastelones usados en las veredas usuales del sector para luego, imaginariamente, cubrir con éstas los patios de la escuela.

2. Juegan a cubrir con papeles lustre de 10 cm por 10 cm distintas superficies de la sala, el pizarrón, el mural, el vidrio de una ventana, la cubierta de la mesa, la puerta.
  - Estiman el número de papeles lustre necesarios antes de cubrir cada superficie.

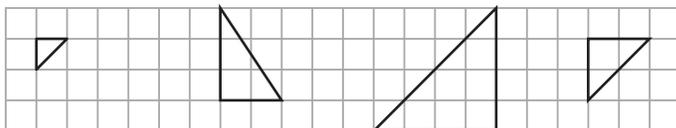
Determinan el área de regiones dibujadas en papel cuadriculado de un centímetro cuadrado.

Ejemplos:

1. Encuentran el área de las siguientes regiones, sabiendo que cada  $\square$  es de  $1 \text{ cm}^2$ .



- Comentan sus procedimientos.
2. Determinan el área de triángulos rectángulos, comentan sus procedimientos para calcularla.



- Forman cuadrados o rectángulos a partir de cada triángulo. Comparan el área de cada triángulo con el área del rectángulo o cuadrado que se formó a partir de él. Explican la relación que existe entre ambas áreas.

En esta actividad pueden surgir, a propósito de estimar, algunos procedimientos interesantes como cubrir con papeles lustre sólo el largo y el ancho.

En este caso se incluyen, como ejercicios de mayor dificultad, figuras con triángulos para llevar a los niños y las niñas a observar que corresponden a la mitad de un cuadrado y por lo tanto dos iguales completan un cuadrado.

Es importante llevarlos a observar y concluir que cualquier cuadrado o rectángulo se puede obtener a partir de triángulos rectángulos.

Inversamente, al trazar una diagonal en un cuadrado o un rectángulo se forman dos triángulos rectángulos.

Buscan procedimientos para determinar el área de regiones rectangulares y cuadradas y lo utilizan al calcular el área de figuras compuestas por cuadrados y/o rectángulos.

Ejemplos:

1. Dada la representación en cuadrículas de regiones rectangulares y cuadradas de distintos tamaños, determinan sus áreas.
  - Elaboran una tabla para registrar la medida de los lados y el área de las diferentes de figuras.
  - Analizan la tabla y buscan relaciones entre las medidas de los lados y el área de cada figura.
  - Redactan una conclusión sobre cómo se puede determinar el área de una región cuadrada o rectangular sin dibujarla y sin cuadrícula. Explican su conclusión con un ejemplo.
2. En parejas, se desafían a calcular mentalmente el área de cuadrados y rectángulos a partir de tarjetas.

Tarjetas:

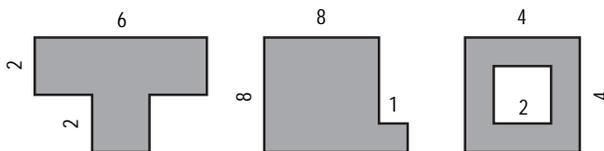
Un cuadrado de lado 4 cm.

Un rectángulo de ancho 7 cm y largo 12 cm.

Un cuadrado en el cual cada lado mide 7 cm.

Un triángulo que es la mitad de un rectángulo de lados 6 cm y 8 cm.

- Comprueban su estimación dibujando las figuras.
3. Calculan el área de figuras compuestas por cuadrados y rectángulos. Explican y comparten sus procedimientos.



Esta actividad está orientada a buscar una manera simple de calcular el área de cuadrados y rectángulos partiendo de representaciones gráficas.

Es importante que los niños y las niñas analicen la tabla, establezcan hipótesis, las comprueben con otros ejemplos.

No es necesario, en una primera instancia, pedir a los estudiantes que en sus conclusiones escriban una fórmula sino, más bien, que expliquen un procedimiento de cálculo.

Con el fin de evaluar el proceso, pedirles que describan los procedimientos utilizados.

Si tienen dificultades o sólo pueden calcular utilizando cuadrículas, realizar nuevamente actividades como la anterior.

La idea es llevarlos a descomponer en figuras conocidas, tales como rectángulos y cuadrados, de manera que el área total corresponda a la suma de las áreas más pequeñas.

Investigan la posibilidad de representar diferentes regiones manteniendo constante el área o el perímetro.

Ejemplos:

1. Organizados en parejas, responden a los siguientes desafíos:

- Dibujan al menos 4 polígonos de área igual a  $4 \text{ cm}^2$ .
- ¿Cuántos cuadrados o rectángulos diferentes de área  $6 \text{ cm}^2$  se pueden representar? Dibujan.
- ¿Cuántos rectángulos diferentes de área  $24 \text{ cm}^2$  se pueden encontrar?
  - Comparten en el curso sus procedimientos y respuestas.
  - Miden el perímetro de cada figura.
  - Comparan entre sí los perímetros de las figuras que tienen igual área y establecen conclusiones a partir de preguntas como las siguientes:
    - ¿Todos los perímetros son iguales?
    - ¿Por qué?

2. Representan en papel cuadriculado todos los rectángulos posibles de perímetro igual a 30 cm y todos los posibles con perímetro 36 cm.

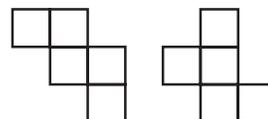
- Comparten los procedimientos y comparan sus dibujos fundamentando que encontraron todos los posibles (es decir, que no hay otros).
- Calculan el área de cada uno de los rectángulos y ordenan los datos en una tabla como la siguiente:

Rectángulo	largo	ancho	P	A
A	14 cm	1 cm	30 cm	$14 \text{ cm}^2$
B	13 cm	2 cm	30 cm	$26 \text{ cm}^2$
C	12 cm	3 cm	30 cm	$36 \text{ cm}^2$

- Redactan conclusiones y las discuten en el curso.

Esta actividad permite el reconocimiento de los factores de 6 y de 24. Por esta razón, es necesario que utilicen como unidad el centímetro.

Una extensión de esta actividad es la búsqueda de los “pentominos” y el cálculo de sus perímetros. Los pentominos son figuras que se forman con 5 cuadrados que van unidos uno a uno por al menos un lado (los pentominos son 12 y todos tienen igual área). Por ejemplo:



Complementariamente es recomendable realizar una actividad como la siguiente: con una cuerda de 30 cm de largo se arma un rectángulo que se va “estirando” de modo que, sin calcular el área de los rectángulos que resultan por la variación, se pueda visualizar el efecto en el área.

Entregar otra tabla como ésta para que los niños y las niñas la completen.

Es importante escribir los datos en orden (por aumento del ancho o del largo, por ejemplo) de modo tal que se resalte la disminución del área (o aumento, como en la tabla del ejemplo).

Resuelven problemas que requieren el cálculo de áreas y perímetros, verbalizando sus estrategias de solución y verificando que sus respuestas sean razonables.

Ejemplos:

1. "Don Carlos necesita cercar un terreno recién sembrado para protegerlo de los animales. Si el terreno tiene forma rectangular y mide 50 m. de largo y 20 m. de ancho":  
¿Cuántos metros de alambre necesita?
2. "La señora María vive en una casa de un piso que tiene  $72 \text{ m}^2$  construidos".  
¿Qué superficie es mayor: la de tu sala de clases o la de la casa de la señora María?  
¿Cuántos metros cuadrados tienen de diferencia, aproximadamente?
3. En una escuela han organizado una campaña de invierno de confección de frazadas a partir de cuadrados de lana de 20 cm por 20 cm. Si desean hacer frazadas que midan 2 metros de largo y 1 metro 60 cm de ancho:  
¿Cuántos cuadrados de lana se necesitan para una frazada?

Si logran reunir 1.000 cuadrados de lana ¿cuántas frazadas se pueden confeccionar?, ¿sobran cuadrados?

En la resolución de problemas es importante que puedan utilizar estrategias diversas, hagan representaciones gráficas y fundamenten sus soluciones.

En este caso, es importante discutir con los niños y las niñas sus respuestas. Por ejemplo, si sólo calculan el perímetro del terreno y consideran una corrida de alambre, llévelos a reflexionar sobre la posibilidad práctica de dicha solución (normalmente las cercas tienen dos o tres corridas de alambre).

Se trata de que se vayan haciendo una idea de lo que significa. En este caso,  $72 \text{ m}^2$ , ¿es muy grande?, ¿es poco?

Para resolver el problema pueden, primero, estimar una respuesta y, luego, medir el largo y el ancho de la sala y calcular el área.

Pueden, también, recopilar información sobre casas y departamentos en los diarios e imaginar cuán grandes o pequeños son, en su opinión.

Una posibilidad es que representen las frazadas en papel cuadriculado y determinen cuántos cuadrados de lana resultan por cada lado de la frazada (10 y 8 respectivamente).

Otra posibilidad es calcular el área de cada cuadrado ( $400 \text{ cm}^2$ ), el área de una frazada ( $32.000 \text{ cm}^2$ ) y luego dividir. No obstante, en este caso, existe la dificultad adicional de las unidades de medida.

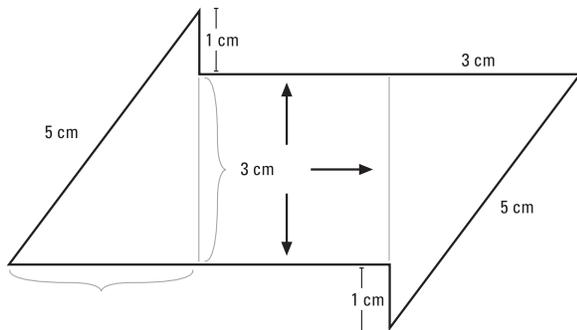
Se trata de interpretar el resto.

## Actividades de evaluación sugeridas

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que el docente puede incorporar en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo. En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

Ejemplos de actividades y problemas	Indicadores / observar que:
<p>Los alumnos y alumnas, organizados en grupo, reciben una cantidad determinada de cuerpos geométricos y redes:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Predicen a cuál cuerpo geométrico corresponde cada una de las redes entregadas.</li> <li>Fundamentan su predicción frente a los demás grupos.</li> <li>Comprueban sus predicciones armando las redes.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Efectivamente las redes corresponden a cada uno de los cuerpos geométricos;</li> <li>utilizan características de los cuerpos relativas al número; por ejemplo, forma de las caras;</li> <li>pueden armar los cuerpos a partir de las redes y, si se han equivocado en sus predicciones, pueden detectar el o los errores.</li> </ul>
<p>Leen y comentan la siguiente descripción de un cubo: “Cada arista de este cubo mide 10 cm, tiene 2 caras opuestas de color rojo, 1 cara verde opuesta a una cara amarilla. Las otras caras son azules”.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Elaboran en una cartulina la red del cubo descrito.</li> <li>Determinan sobre la red el color de cada cara, pintándolas según corresponda a la descripción.</li> <li>Intercambian su red con otro grupo. Arman el cubo de la red recibida.</li> <li>Devuelven el cubo al grupo que elaboró la red con comentarios escritos con relación a: <ul style="list-style-type: none"> <li>La red: ¿permite armar un cubo?</li> <li>Asignación de los colores a cada cara: ¿Corresponde a la descripción dada?</li> </ul> </li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cada cara corresponde a un cuadrado de 10 cm por lado;</li> <li>la red permite armar un cubo;</li> <li>la asignación de colores corresponde a la descripción;</li> <li>verifican que corresponde a la red de un cubo;</li> <li>fundamentan que corresponde al cubo descrito en relación a medida y colores.</li> </ul>

Observan la siguiente figura:



- Encuentran el perímetro de la figura y explican el procedimiento utilizado.
- Deciden la forma más conveniente de dividir la figura y recomponerla para calcular su área, y fundamentan su elección.
- Calculan el área de la figura y describen el procedimiento utilizado.

(Es importante que la figura contenga medidas reales con el fin de que los alumnos y las alumnas puedan recortar y superponer, medir).

- Calculan el perímetro: 24 cm; Explican su procedimiento: la suma de la medida de sus lados, uno a uno; agrupando antes de sumar, etc.
- Dividen la figura en cuadrados y rectángulos, forman rectángulos o cuadrados a partir de triángulos, etc. Fundamentan que, por ejemplo, con los dos triángulos se forma, efectivamente, un rectángulo.
- Calculan el área ( $21 \text{ cm}^2$ ). Explican su procedimiento (área total igual a la suma de las áreas de los cuadrados y rectángulos que resultan al dividir y recomponer la figura original).





## Unidad 6

# Fracciones

### Contenidos

#### **Fracciones en situaciones correspondientes a diversos significados (partición, reparto, medida...):**

- Lectura y escritura.
- Comparar y establecer equivalencias.
- Ubicar una fracción entre dos naturales, utilizando la recta numérica.
- Ordenar e intercalar fracciones, con referencia a la recta numérica.
- Encontrar familias de fracciones equivalentes:
  - con material concreto;
  - utilizando unidades del sistema métrico decimal (longitud, peso, capacidad);
  - amplificando y simplificando.
- Calcular numéricamente el valor de fracciones en colecciones.

#### **Adición y sustracción:**

- Realizar cálculos, sustituyendo fracciones por otras equivalentes, cuando sea necesario.

### Aprendizajes esperados

Las alumnas y los alumnos:

1. Justifican procedimientos de fraccionamientos concretos y comprueban equivalencia entre las partes.
2. Representan situaciones que contienen magnitudes diversas (longitud, capacidad, tiempo) y colecciones, en forma concreta, gráfica y numérica, que impliquen:
  - establecer relaciones de orden entre fracciones;
  - expresar datos y/o resultados como fracciones propias e impropias.
3. Realizan fraccionamientos de colecciones a nivel concreto y gráfico y determinan la fracción de un número.
4. En situaciones problema resuelven adiciones y sustracciones de fracciones, hacen estimaciones y evalúan resultados.

### Orientaciones didácticas

El propósito del trabajo que se propondrá en esta unidad está referido a continuar el ya iniciado en el nivel anterior, cuyos objetivos eran que las niñas y los niños se familiarizaran “con aspectos de las fracciones que se derivan de manera directa de las acciones de fraccionamiento, con el lenguaje asociado a ellas –que está, en parte, incorporado al lenguaje familiar– y a que puedan resolver problemas en los que intervienen las fracciones”.

Sobre estas bases, se trata de ampliar y profundizar el uso y el conocimiento sistemático de las fracciones como signos que permiten dar cuenta de acciones de fraccionamiento, como razones y con un status de números; es decir, que se pueden ordenar y se puede operar con ellas, avanzando progresivamente a la asociación, en términos generales, de un entero a la unidad (uno).

En lo que se refiere a la ampliación de NB2, se propone la incorporación de fracciones como séptimos, octavos, novenos y otras de uso corriente, y de las fracciones impropias. Se insiste en un trabajo contextualizado, en el que las regularidades, el lenguaje, las equivalencias se visualizan en la resolución de problemas numéricos y geométricos, con apoyo de materiales concretos y de representaciones gráficas.

Para establecer criterios de orden y equivalencia entre fracciones se sugiere usar como apoyo representaciones concretas de una recta numérica, que posteriormente es representada gráficamente. Es en ese contexto en que se asocia la idea de entero a la noción de unidad.

Se propone, también, apoyarse en las unidades del sistema de medidas (de longitudes, pesos, capacidades y tiempo), en los múltiplos y submúltiplos de ellas, las cuales, por su uso habitual, constituyen una base sólida para establecer y comprender equivalencias entre fracciones ( $\frac{2}{4}$  de hora y  $\frac{1}{2}$  hora, por ejemplo) y entre las expresiones fraccionarias y enteras ( $\frac{1}{2}$  kilo y 500 gr, por ejemplo). Es importante que los alumnos y alumnas realicen actividades variadas que les den ocasión de observar, sistematizar, discutir sobre los diferentes aspectos de las fracciones.

La tarea de sistematización de las observaciones de los niños y las niñas, de sus procedimientos y resultados, tanto por parte de ellos mismos como del profesor o profesora constituyen las bases para ir estableciendo síntesis sobre regularidades, propiedades y procedimientos estándares como, por ejemplo, para determinar fracciones equivalentes por simplificación o amplificación.

En cuanto a las operaciones con fracciones (adición y sustracción) se trata de que sean realizadas con y sin apoyo de materiales concretos y representaciones gráficas, poniendo el acento en el uso de fracciones equivalentes, en la estimación de resultados y su evaluación y comprobación.

Como se ha propuesto en todo este programa y en los programas de los niveles anteriores, se trata de dar oportunidades a los niños y niñas de descubrir, reflexionar y discutir sobre regularidades de las fracciones y procedimientos para resolver problemas y operaciones, de manera contextualizada; es decir, en situaciones en las cuales puedan percibir el sentido de lo que hacen: por qué y para qué.

A continuación se propone una serie de actividades de aprendizaje para los estudiantes acompañadas de comentarios para los profesores y profesoras, a través de los cuales, junto con complementar estas orientaciones, se explicitan aspectos relevantes de la actividad o se dan sugerencias para elaborar otras. Finalmente, se sugieren algunas actividades y problemas de evaluación.

### Actividades de aprendizaje sugeridas

Realizan fraccionamientos de diversas regiones, de diferentes formas y tamaños, de huinchas y cordeles de distintas longitudes para:

- investigar procedimientos adecuados de fraccionamientos, a través de tanteo y/o utilizando instrumentos de medición;
- verbalizar y dar nombre a las partes obtenidas con referente explícito.

Ejemplo:

- Cortan, de al menos dos formas diferentes, papeles lustres (10 cm por 10 cm), trozos de papel de forma circular (todos del mismo tamaño) y cordeles de diferentes longitudes (5, 10, 15, 21, 24 y 30 centímetros) en:

- medios
- cuartos
- tercios
- quintos
- séptimos
- octavos

- Comparten y discuten en grupos sus procedimientos y resultados a partir de preguntas como:

¿Todos estos elementos se pudieron cortar de dos maneras diferentes en medios, tercios, etc.?, ¿qué pasó con el cordel?

¿Cuál de los fraccionamientos resultó más difícil?

¿Cómo pueden comprobar la equivalencia de las partes, por ejemplo, entre “medios” de diferentes forma de un papel lustre?

### Comentarios

**Actividades de sistematización de NB2, donde se inició el trabajo de fraccionamientos.**

Al fraccionar, hacer hincapié en la comprobación de la equivalencia de las partes.

En el caso del papel lustre se pueden obtener medios con diferentes formas (por ejemplo, plegándolo por una diagonal o por el centro de uno de sus lados).

En cada situación verbalizan procedimientos, reflexionan sobre aquellos fraccionamientos que implican una mayor dificultad, los que requirieron de la utilización de instrumento de medición, aquellos que no pudieron resolver.

En este caso se puede comprobar por superposición y comparación.

Representan en forma gráfica situaciones que implican un fraccionamiento para:

- investigar procedimientos adecuados;
- verbalizar y dar nombre a las partes obtenidas, escribiendo la fracción correspondiente.

Ejemplos:

1. Representan gráficamente:

“Un cuarto del mural tiene fotos del curso”

“Dos tercios de la bandera argentina son de color celeste”

“Me demoré tres cuartos de hora en ordenar mi pieza”

“Me tomé la mitad del jugo de la botella”

“Faltan dos sextos del camino para llegar a mi casa”

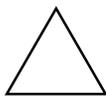
- Comparan sus representaciones con sus compañeros y compañeras y escriben las fracciones correspondientes.
- Buscan formas de expresar el complemento en cada una de las frases, por ejemplo: ¿Qué parte del mural no tiene fotos?
- Crean otras situaciones, las representan gráficamente y escriben las fracciones correspondientes.

Se trata de orientar para determinar fracciones complementarias llegando a escribir, por ejemplo:  $\frac{1}{4}$  del mural tiene fotos, entonces,  $\frac{3}{4}$  del mural no tiene (porque  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{3}{4}$  corresponden al mural completo).

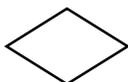
En la síntesis de la actividad, llevar a los estudiantes a reflexionar sobre las diversas formas de representar una fracción.

Esta actividad requiere de la aplicación de habilidades espaciales y geométricas para la ubicación de las piezas.

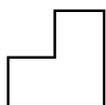
2. Arman rompecabezas con figuras geométricas equivalentes, a partir de una pieza y de su relación con el rompecabezas completo. Reproducen la pieza en la cantidad necesaria.



- a) Esta pieza corresponde a  $\frac{1}{4}$  de un rompecabezas con forma de triángulo.



- b) Esta pieza corresponde a  $\frac{1}{9}$  de un rompecabezas con forma de rombo.



- c) Esta pieza corresponde a  $\frac{1}{6}$  de un rompecabezas con forma de rectángulo.



- d) Esta pieza corresponde a  $\frac{1}{6}$  de un rompecabezas con forma de cuadrado.

Realizan fraccionamientos de colecciones en diversas situaciones de reparto equitativo de varios objetos, representando el reparto en forma concreta (con fichas, porotos, botones) y/o gráfica para:

- Investigar números de partes equivalentes en que es posible fraccionar una determinada colección;
- Determinar el número de elementos que corresponden a una fracción de un conjunto;
- Verbalizar y dar nombre a las partes obtenidas con referente explícito.

Ejemplos:

1. Resuelven los siguientes problemas:

- a) ¿Qué parte del total recibe cada persona, si se reparten 18 dulces entre dos personas?  
 ¿Si se reparten 18 dulces entre 3 personas?  
 ¿Si se reparten 18 dulces entre 6 personas?

De manera complementaria, se puede trabajar la representación, lectura y escritura de fracciones utilizando la “Caja rompecabezas de fracciones”.

Buen contexto para trabajar divisores y divisibilidad. Orientarlos para que asocien la cantidad de dulces repartidos entre las personas y el número de personas como los divisores de 18.

Llevar a observar a los niños y las niñas que la pregunta “¿qué parte...?” se refiere a fracciones; en cambio, “¿cuántas...?” se refiere a la cantidad expresada en números cardinales.

b) Matías y Camilo tienen 24 láminas entre los dos;  $\frac{1}{3}$  de esas láminas es de Matías, el resto es de Camilo.

¿Qué parte del total es de Camilo?

¿Cuántas son de Camilo?

¿Cuántas son de Matías?

c) En una caja hay 30 lápices,  $\frac{2}{5}$  son rojos:

¿Cuántos son lápices rojos?

¿Cuántos no son rojos?

2. Leen y comentan la siguiente situación:

“Matías, Josefina y Ana tienen, cada uno, bolsas de dulces.

Matías tiene 12 dulces de los cuales 3 son de chocolate;

Josefina tiene 8 dulces de los cuales 2 son de chocolate;

Ana tiene 16 dulces de los cuales 4 son de chocolate”.

• Grafican la situación.

Responden:

¿Quién de los tres tiene  $\frac{1}{4}$  de sus dulces de chocolate?

3. “Como premio de una competencia se desea entregar bombones de manera que:

el primer lugar recibe  $\frac{1}{2}$  del total de bombones,

el segundo lugar recibe  $\frac{2}{5}$  del total de bombones,

el tercero recibe  $\frac{1}{10}$  del total de bombones”.

¿Se pueden entregar estos premios si lograron comprar 20 bombones?

¿Y si lograron comprar 25 bombones?

¿Y si compran 60 bombones?

Llevar a observar que, aunque los tres tienen diferentes cantidades de dulces, todos tienen un cuarto de sus dulces de chocolate.

Hacer con los alumnos y las alumnas una tabla como la siguiente:

$\frac{1}{4}$  de 8 es 2

$\frac{1}{4}$  de 12 es 3

$\frac{1}{4}$  de 16 es 4

y llevarlos a predecir cuánto es  $\frac{1}{4}$  de 20 y de otras cantidades.

Se trata de destacar la importancia del referente: aunque siempre es un cuarto, la cantidad de dulces de chocolate no es la misma.

La idea es que determinen la cantidad de bombones para cada premio teniendo 20 bombones o 60. En cambio, si tienen 25, faltarían o sobrarían bombones.

Es importante que busquen otras cantidades señalando, cada vez, si éstas permiten o no repartir los premios sin que sobre, y puedan concluir que, en este caso, se requiere que sean múltiplos de 10.

Resuelven problemas de reparto equitativo de varios objetos de igual tamaño, entre una determinada cantidad de personas para:

- representar el reparto equitativo en cada caso y comparar sus respuestas y procedimientos con sus compañeras y compañeros;
- reconocer formas distintas de componer una fracción;
- comparar fracciones en relación al entero (mayor, menor o igual al entero).

Ejemplos:

1. Leen cada una de las siguientes situaciones y responden cuánto pastel le corresponde a cada niño en cada caso, si cada niño recibe igual cantidad de pastel y no sobra pastel.
  - 1 pastel entre tres niños
  - 2 pasteles entre tres niños
  - 3 pasteles entre tres niños
  - 4 pasteles entre tres niños
  - 5 pasteles entre tres niños

En este caso, cada objeto representa un entero.

Es importante llamar la atención sobre las distintas posibilidades de representar el reparto equitativo en cada situación. Ellas representan diversas maneras de componer una fracción.

Por ejemplo, para el caso de 4 pasteles entre 3 niños se puede: partir cada pastel en tercios y dar a cada uno cuatro partes ( $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{3}$  hace  $\frac{4}{3}$  del pastel).

Dar a cada niño 1 pastel y luego un tercio del restante (1 pastel y  $\frac{1}{3}$ ).

Aunque aritméticamente representan lo mismo ( $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ ), en la práctica no representan necesariamente acciones idénticas.

2. Realizan otras actividades similares que impliquen reparto equitativo, en las que se hace variar la cantidad de objetos por repartir (pizzas, sandwiches, chocolates, etc.) manteniendo constante el número de personas.
- Elaboran tablas representando los repartos equitativos, en las cuales se identifiquen aquellos en que las personas reciben más del entero, menos del entero o exactamente un entero.
  - Observan la tabla y, después de resolver estas situaciones, buscan cómo pueden anticipar la cantidad que recibirá cada persona.

Interpretan situaciones en las que se utilizan fracciones y las expresan en lenguaje cotidiano para:

- visualizar las fracciones impropias como la adición de otras;
- asociar números mixtos a fracciones impropias y viceversa;
- interpretar números mixtos como adición de fracciones y enteros.

Ejemplo:

- Explican con sus propias palabras qué significa cada una de las siguientes expresiones y buscan otra manera de expresar lo mismo.
  - a) "Compré un kilo y medio de carne", dice Camila "y yo compré  $\frac{3}{2}$ ", dice Joaquín.
  - b) "Trabajé  $\frac{5}{4}$  de hora".
  - c) "Tengo 2 litros y medio de leche".
  - d) "Comimos tres pizzas y  $\frac{4}{6}$  de otra".
- Crean otras expresiones de este tipo y desafían a sus compañeras y compañeros a interpretarlas.

Proponer tablas como la siguiente:

Nº de pizzas	Nº de personas	partes para c/u
1	2	$\frac{1}{2}$
2	2	$\frac{2}{2} = 1$
3	2	$\frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$
—	—	—

Es importante destacar la relación entre numerador y denominador en cada caso.

Estos ejemplos fueron adaptados de La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria (1995). Taller para Maestros 2. SEP, México.

Llevarlos a ver las equivalencias entre 1 kilo y medio y tres medios kilos; entre  $\frac{5}{4}$  de hora y 1 hora y cuarto; 2 litros y medio y 5 medios litros; entre 3 pizzas y  $\frac{4}{6}$  con 3 pizzas y 2 tercios, y también con  $1\frac{1}{3}$  de pizza.

En todos los casos, establecer en la síntesis la equivalencia de escritura de fracciones impropias y números mixtos, permitiendo el uso de procedimientos variados para pasar de una escritura a otra.

Realizan fraccionamientos sucesivos, concretos y gráficos, para:

- reconocer fracciones equivalentes;
- determinar procedimientos para encontrar fracciones equivalentes: amplificación y simplificación.

Ejemplos:

**1. Trabajan con papel lustre;**

- Doblando sucesivamente un papel lustre, obtener medios, cuartos y octavos.
- Doblando otro papel lustre, obtener tercios y sextos.
- Doblando otro papel lustre, obtener tercios y novenos.
- Con otro, obtener quintos y décimos.
- Reflexionan y establecen equivalencias a partir de preguntas tales como:

¿Cuántos cuartos cubren un medio del entero?

¿Cuántos octavos cubren un medio del entero?

¿Cuántos octavos cubren un cuarto del entero?

¿Cuántos sextos son equivalentes a dos tercios?

¿Cuántos novenos son equivalentes a dos tercios?

Con cuatro décimos de un papel lustre ¿cuántos quintos puedes cubrir?

**2. Trabajan con 6 cuerdas o tiras de papel de igual longitud**

a) Utilizando 3 huinchas:

En una marcan 0;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{2}{2}$ ;

en otra 0;  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{2}{4}$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $\frac{4}{4}$ ; y

en otra 0;  $\frac{1}{8}$ ;  $\frac{2}{8}$ ;  $\frac{3}{8}$ ;  $\frac{4}{8}$ ;  $\frac{5}{8}$ ;  $\frac{6}{8}$ ;  $\frac{7}{8}$ ;  $\frac{8}{8}$ .

- Determinan las fracciones equivalentes comparando las huinchas de papel y escriben las equivalencias.
- Reflexionan a partir de preguntas tales como:
  - ¿Con cuántos cuartos se cubre la mitad de la huincha?
  - ¿Con cuántos octavos se cubre la mitad de la huincha?

Es necesario expresar numéricamente los fraccionamientos y las relaciones entre ellos, por ejemplo:

$$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{4} \rightarrow \frac{4}{8}$$

Hacerles observar la relación entre numeradores y denominadores, asociándolos a la acción de doblar sucesivamente.

Para esta actividad puede utilizar un material transparente (huinchas de plástico) y, si son de papel, utilizar lápices de colores diferentes para cada fraccionamiento.

Se trata de encontrar las fracciones que son equivalentes por superposición.

Destacar que la huincha representa 1 entero.

En este caso están comparando longitudes.

- b) Utilizando los otros 3 cordeles o huinchas:  
 En una marcan los tercios ( $\frac{1}{3}$  y  $\frac{2}{3}$ );  
 en otra los sextos ( $\frac{1}{6}$ ;  $\frac{2}{6}$ ; etc.) y  
 en la última marcan los novenos ( $\frac{1}{9}$ ;  $\frac{2}{9}$ ; etc.).
- Determinan las fracciones equivalentes comparando las huinchas de papel y escriben las equivalencias.
  - Reflexionan a partir de preguntas tales como:  
 ¿Con cuántos sextos se cubre un tercio de un entero? (huinga)  
 ¿Con cuántos novenos se cubre un tercio del entero?
- c) Buscan fracciones equivalentes comparando las huinchas con medios, cuartos y octavos con las que tienen marcados los tercios, sextos y novenos:
3. Utilizando las conclusiones de una actividad como la anterior, buscan otras equivalencias entre fracciones (quintos y décimos).
- Registran en tarjetas las familias de fracciones equivalentes que encontraron. Por ejemplo, en una tarjeta escriben  $\frac{1}{2}$  y todas las equivalentes a ella.
  - La tarjetas son compartidas en el curso. Agregan a sus tarjetas otras fracciones equivalentes a la elegida como representante.

Representan y comparan fracciones con material concreto y gráfico para establecer orden y reconocer fracciones menores que  $\frac{1}{2}$ ; que están entre  $\frac{1}{2}$  y 1; entre 1 y 2; entre 2 y 3.

Ejemplos:

1. Utilizando las huinchas construidas anteriormente resuelven:
  - a) ¿Quién pintó más?  
 Entre Camila y Jaime pintaron una hoja de bloc: Camila pintó  $\frac{5}{6}$  de la hoja y Jaime el resto.
  - b) ¿Quién comió más pizza?  
 Raúl y Samuel compartieron una pizza. Raúl se comió la mitad y Samuel  $\frac{1}{4}$  de la pizza.

Proponer preguntas que ayuden a los niños y niñas a encontrar algunas generalizaciones. Por ejemplo: ¿Qué relación existe entre el numerador y el denominador de las fracciones equivalentes a  $\frac{1}{2}$ ?

Ampliar a fracciones que no fueron trabajadas en forma concreta. Por ejemplo: ¿Podemos agregar  $\frac{6}{12}$  en la tarjeta de  $\frac{1}{2}$ ?, ¿por qué?

Si es necesario, volver a utilizar materiales concretos para que los niños y niñas comprueben las equivalencias.

Aquí se está asociando 1 entero a la unidad, 2 a dos unidades, etc.

De este modo, el 1 de la huinga representa, en cada caso, 1 hoja, 1 pizza, 1 distancia determinada; 1 kilo.

c) ¿Quién van ganando la carrera?

A Cristina le faltan  $\frac{2}{6}$  del recorrido para llegar a la meta y a Soledad le falta  $\frac{1}{3}$ .

d) ¿Quién compró más queso?

Camila compró medio kilo, Jaime compró 1 kilo y  $\frac{1}{8}$ ; Felipe compró  $\frac{3}{4}$  de kilo.

2. Copian en una sola huincha todas las fracciones que marcaron en las huinchas de la actividad anterior y encuentran fracciones que cumplan con las siguientes condiciones:

Tres fracciones entre  $\frac{1}{2}$  y 1

Tres fracciones menores que 1

Tres fracciones entre 1 y 2

Tres fracciones entre 1 y  $\frac{3}{2}$

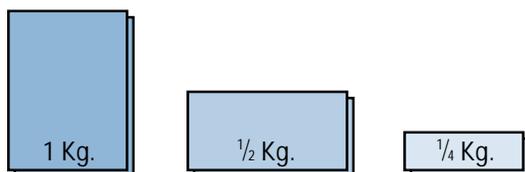
Tres fracciones entre 1 y  $2\frac{1}{2}$

Resuelven situaciones problemáticas que impliquen para su solución adiciones y/o sustracciones de fracciones, considerando:

- la utilización de diferentes procedimientos (gráficos y numéricos);
- la estimación de resultados antes de calcular y evaluar la razonabilidad de los resultados.

Ejemplos:

1. Observan envases como los del dibujo y las capacidades señaladas en cada uno:



- Utilizando cuantas veces quieran los envases señalados, respondan preguntas como las siguientes:

¿De cuántas maneras diferentes pueden reunir 1 kg. de harina? Las escriben.

Utilizando dos o más huinchas idénticas, poniéndolas una a continuación de la otra, construir una que abarque al menos 3 unidades.

Proponer, además, actividades en las que se dé como requisito un determinado numerador o denominador. Por ejemplo, “fracciones entre  $\frac{1}{2}$  y 1 con denominador 7”.

Al principio las niñas y los niños pueden escribir, por ejemplo, con el de  $\frac{1}{2}$  dos veces” o “con  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{2}$ ”.

Mostrarles que, también, se puede expresar como:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

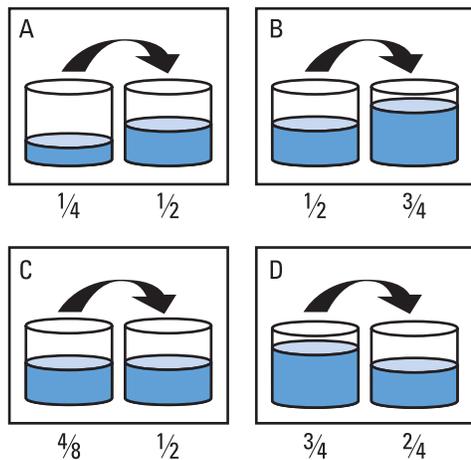
Se trata de encontrar diversas maneras de combinar los envases de  $\frac{1}{2}$  y de  $\frac{1}{4}$ . Lo central es llegar, finalmente, a expresiones como:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{2} + \frac{4}{4} = 2 + 1 = 3$$

¿De cuántas maneras diferentes pueden reunir 1 kilo y medio de harina? Las escriben.

¿Cómo pueden juntar 3 kg. de harina utilizando los envases de  $\frac{1}{2}$  kg. y de  $\frac{1}{4}$  kg.?

2. Trabajando en grupo o individualmente observan las siguientes tarjetas y responden las preguntas.



- a) ¿En cuáles casos crees que no se derramaría líquido si pasáramos el líquido del primer vaso al segundo vaso?
- b) En los otros casos ¿qué cantidad de líquido habría que dejar en el primer vaso para que no se derramara?
- Explican sus respuestas y las escriben.

3. Resuelven situaciones problema como las siguientes:

- a) Camila ha organizado  $\frac{3}{8}$  del mural de la sala de clases con noticias internacionales,  $\frac{2}{8}$  con noticias nacionales y el resto del mural lo dejó para chistes: ¿Qué parte del mural corresponde a noticias?
- b) Javier tiene  $1\frac{1}{2}$  kilo de harina. Ocupa  $\frac{3}{4}$  de kilo en un queque: ¿Cuánta harina le falta para preparar sopaipillas si necesita 1 kilo de harina?

Proponer, posteriormente, preguntas como: ¿Se pueden reunir 1 kg. y dos quintos de harina utilizando sólo estos envases?

Actividades como ésta tienen como propósito llevar a los niños y niñas a hacer estimaciones que puedan ser comprobadas.

Otras actividades para estimar y calcular pueden plantearse en el contexto de la medición del tiempo de tal modo que, del uso cotidiano de expresiones con  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ , 1 hora y  $\frac{1}{4}$ , etc., lleguen a escribir, por ejemplo:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Orientarlos a escribir expresiones como: “En el caso de la tarjeta A no se derramaría líquido porque  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  es menos que 1”.

“En el caso de la tarjeta B sobraría  $\frac{1}{4}$  en el primer vaso”.

c) En la escuela se desarrollan las actividades del día según el siguiente horario:

Una hora y tres cuartos de clases.

Un cuarto de hora de recreo.

Un hora y tres cuartos de clase.

Veinte minutos de recreo.

Una hora y cuarto de clase.

Si la hora de entrada es 8:00 de la mañana ¿a qué hora salen de la escuela?

Se trata de llevarlos a escribir expresiones para sumar los períodos de tiempo en fracciones o en minutos.

Orientarlos a descubrir que 20 minutos corresponden a  $\frac{1}{3}$  de una hora ( $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ ) del mismo modo que  $\frac{1}{4}$  de hora corresponde a 15 minutos.

Es muy importante que discutan el sentido y utilidad de usar fracciones.

La hora de salida, en este caso, es la una y veinte minutos. Hacer notar que, aunque veinte minutos son equivalentes a  $\frac{1}{3}$  de hora, en el lenguaje habitual no se utiliza.

## Actividades de evaluación sugeridas

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que el docente puede incorporar en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo.

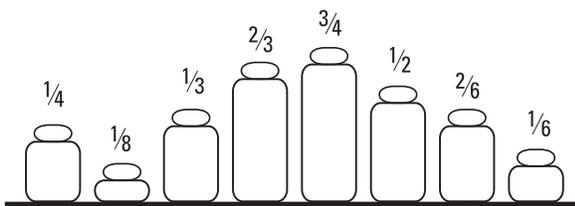
En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

### Ejemplos de actividades y problemas

Resuelven problemas que implican sumas y restas de fracciones en forma gráfica y numérica.

Ejemplos:

a) Observan el siguiente dibujo:



¿Cuáles pesas puedes usar para completar las siguientes cantidades?

Puedes utilizar una misma fracción varias veces.

$$\boxed{\quad} \text{ Kg.} + \boxed{\quad} \text{ Kg.} + \boxed{\quad} = 1 \text{ Kg.}$$

$$\boxed{\quad} \text{ Kg.} + \boxed{\quad} \text{ Kg.} + \boxed{\quad} = 1 \text{ Kg.}$$

$$\boxed{\quad} \text{ Kg.} + \boxed{\quad} \text{ Kg.} + \boxed{\quad} = 1 \text{ Kg.}$$

$$\boxed{\quad} \text{ Kg.} + \boxed{\quad} \text{ Kg.} + \boxed{\quad} = \frac{1}{2} \text{ Kg.}$$

### Indicadores / observar que:

- Eligen correctamente las pesas que les permiten completar las igualdades.

¿Cuánto tendrías que quitar para obtener lo que se pide?

$$\boxed{\frac{5}{4}} \text{ Kg.} - \boxed{\quad} \text{ Kg.} = 1 \text{ Kg.}$$

$$\boxed{\frac{4}{3}} \text{ Kg.} - \boxed{\quad} \text{ Kg.} = 1 \text{ Kg.}$$

$$\boxed{\frac{3}{4}} \text{ Kg.} - \boxed{\quad} \text{ Kg.} = \frac{1}{2} \text{ Kg.}$$

$$\boxed{\frac{4}{6}} \text{ Kg.} - \boxed{\quad} \text{ Kg.} = \frac{1}{2} \text{ Kg.}$$

- Eligen correctamente las pesas que les permiten completar las igualdades.

Resuelven problemas numéricos que implican calcular la fracción de un número.

Ejemplos:

a) Leen la siguiente situación:

“El papá de Juan tiene 48 años. La edad de Juan es un cuarto de la edad del papá y la edad de la mamá es un cinco sextos de la edad del papá”.

¿Quién es mayor, el papá o la mamá?

¿Cuántos años más que Juan tiene la mamá?

- Responden correctamente quién es mayor sin calcular las edades;
- calculan las edades y comparan correctamente.



## Unidad 7

# Espacio

### Contenidos

#### **Orientación en el espacio:**

- Interpretar planos urbanos y de caminos, utilizando los puntos cardinales como referencia.
- Identificar y crear códigos para comunicar diversos tipos de información al interior de un plano.

### Aprendizajes esperados

Las alumnas y los alumnos:

1. Efectúan recorridos orientados por los puntos cardinales. Imaginan y siguen recorridos descritos de planos no presentes.
2. Utilizan planos de ciudades y mapas de caminos para determinar recorridos y desplazarse de un lugar a otro.
3. Dibujan planos esquemáticos usando como referente los puntos cardinales y creando códigos para comunicar información.

### Orientaciones didácticas

En esta unidad el trabajo de los niños y niñas está centrado en la utilización de planos para desplazarse y para ubicar determinados lugares en una ciudad.

En el nivel anterior (NB2) han llegado a establecer que la descripción de una posición de personas u objetos depende del referente que se considera. Han practicado, también, la descripción de recorridos posibles de reproducir por otras personas.

En este nivel se introducen como referentes los puntos cardinales y se utilizan para la ubicación y descripción de recorridos y para la interpretación y elaboración de planos esquemáticos.

El trabajo con planos de ciudades –conocerlos, observarlos, analizarlos– tiene como objetivo, además, reconocer códigos convencionales.

Se profundiza el desarrollo de las capacidades de imaginar (recordar o crear) recorridos y comunicarlos incorporando el uso de coordenadas.

En el inicio del trabajo es importante que las niñas y niños desarrollen actividades que les permitan comprender el sistema de coordenadas, por ejemplo, en juegos. Posteriormente, se puede utilizar la presentación convencional del apartado de la guía de teléfonos.

A continuación se propone una serie de actividades de aprendizaje para los estudiantes acompañadas de comentarios para los profesores y profesoras, a través de los cuales, junto con complementar estas orientaciones, se explicitan aspectos relevantes de la actividad o se dan sugerencias para elaborar otras.

Finalmente, se sugieren algunas actividades de evaluación.

### Actividades de aprendizaje sugeridas

Siguen y describen recorridos que permitan desplazarse de un lugar a otro apoyándose en la asociación de los puntos cardinales a referentes del entorno. Dibujan esquemáticamente recorridos realizados.

Ejemplos:

- Recorren un espacio abierto (patio de la escuela, plaza de la ciudad) determinando lugares y cosas posibles de utilizar como referentes para cada punto cardinal; escriben estas observaciones.
  - En parejas elaboran tarjetas señalando lugares que son referentes para cada punto cardinal. Por ejemplo:
    - “En el patio de la escuela, el pino está al norte”.
    - “En la plaza de la ciudad, la torre del reloj está al este”.
  - Intercambian las tarjetas y evalúan si es o no un referente adecuado.
  - Conversan sobre los distintos referentes encontrados para cada punto cardinal identificando los más adecuados en relación a su utilidad, al observador y al lugar donde se requiera orientación.
- Señalan la ubicación de lugares comunitarios conocidos, por ejemplo, cuartel de bomberos, parroquia, centro comunitario, posta o consultorio, centro comercial, etc., dando para cada uno su dirección cardinal en relación a la escuela.
  - Realizan la misma actividad utilizando como referente su casa.
  - Comentan y comparan respuestas observando las diferentes ubicaciones.
  - Elaboran, a partir de un lugar específico, afirmaciones en relación a su ubicación, por ejemplo:
    - “El consultorio se encuentra al este de la casa de Carolina y al oeste de nuestra escuela”.
  - Crean maneras de representar en un dibujo cada una de las afirmaciones anteriores.

### Comentarios

Existen referentes que no son necesariamente lugares y que no son fijos, como es el recorrido del sol, que en su inicio marca el este y en el ocaso, el oeste.

Algunas preguntas para apoyar estas observaciones pueden ser:

Si en la escuela acordamos que un referente útil para ubicar el norte era el pino, ¿nos servirá también como referente si estamos en la plaza de la ciudad?

Esta actividad se puede ampliar a otros lugares de la ciudad seleccionando puntos muy conocidos para el alumno o alumna pues se pide trabajar con planos imaginarios, no presentes.

Se trata de representaciones lineales que les permitan, por ejemplo, decir que el consultorio está entre la casa de Carolina y la escuela.

3. En grupo, imaginan un recorrido dentro de su escuela teniendo como punto de origen su sala de clases y como punto de llegada un lugar elegido por el grupo (la sala de otro curso, un kiosco de dulces, laboratorio, oficina de la dirección, etc.).
  - Describen por escrito el recorrido imaginado, dan las instrucciones de desplazamiento utilizando los puntos cardinales sin mencionar el punto de llegada. Intercambian los recorridos con otro grupo.
  - Cada grupo lee las instrucciones y descubre el lugar al cual debe llegar. Comprueba su respuesta realizando el recorrido.
  - Evalúan la claridad de las instrucciones entregadas y modifican los textos para aportar mayor exactitud.
  - Dibujan un plano esquemático del recorrido anterior, incluyendo algunos referentes relacionados con los puntos cardinales. Comparten estos esquemas y los corrigen si les parece necesario.

Resuelven situaciones de ubicación y desplazamientos en ciudades utilizando planos urbanos e interpretando códigos convencionales.

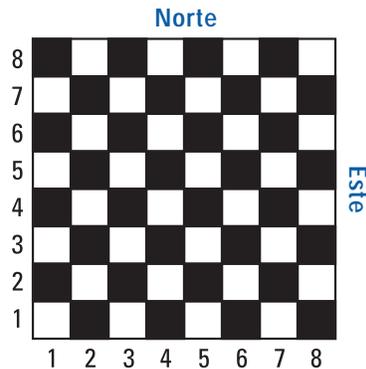
Ejemplos:

1. Recolectan diversos tipos de planos, los observan, comparan, buscan criterios de clasificación.
  - Comentan la utilidad de un plano urbano en la vida cotidiana.
  - Seleccionan planos urbanos de ciudad, comuna, barrio. Establecen semejanzas y diferencias y reconocen algunos códigos convencionales (puntos cardinales, coordenadas y otros).

Se vuelve a centrar la atención en planos imaginarios, ahora verbalizando un recorrido para que pueda ser realizado posteriormente.

Al recolectar los planos es posible que encuentren planos de caminos, mapas, etc. Aprovechar esta situación para que observen sus diferencias, y centrar la atención en los de tipo urbano.

2. Juegan en parejas en un tablero de damas el cual previamente se ha numerado como se muestra en la figura:



- Ambos jugadores ubican su ficha en "1,1", la forma de moverse en el tablero dependerá de los puntos que se obtienen al lanzar los dados. El primer dado indica los desplazamientos al este. El segundo dado indica los desplazamientos al norte.
  - Gana quien logra llegar primero a cualquier posición que incluya 8 norte (borde superior del tablero).
3. Distribuidos en grupos y con un plano de la ciudad, que tenga coordenadas de letras y números, se desafían a ubicar determinadas calles; para ello, si es necesario, trazan una cuadrícula utilizando las marcas del plano.
- Planifican la visita al centro de la comuna o de la ciudad con la ayuda de un plano turístico o del que aparece en la guía de teléfonos. Seleccionan los lugares de interés y escriben sus coordenadas. Deciden y comunican el orden del recorrido.
  - Partiendo de un lugar común, realizan el recorrido, desplazándose y confrontando lo representado en el plano con lo que van observando; modifican el rumbo del recorrido si no coincide con el trayecto planificado.

En este juego se pretende realizar desplazamientos con las fichas en una representación del plano cartesiano.

Los puntos que se obtienen en los dados son las coordenadas de ubicación. Por ejemplo, si obtiene 6 y 3 avanza seis lugares hacia el este (derecha) y 3 hacia el norte (arriba). El punto al que llega es el (6,3). Si a partir del segundo lanzamiento, se supera 8 norte, con el sobrante se avanza hacia la izquierda.

Es un momento oportuno para introducir este tipo de notación (pares ordenados).

En esta actividad el plano cartesiano y el uso de coordenadas adquiere un uso práctico facilitando la ubicación de lugares específicos.

Resuelven situaciones de desplazamientos entre ciudades utilizando mapas de caminos e interpretando códigos convencionales.

Ejemplos:

1. Recolectan diversos tipos de mapas de caminos, los observan, comparan y establecen semejanzas y diferencias.
  - Reconocen algunos códigos convencionales (puntos cardinales, ríos, cerros, caminos de tierra, de ripio o pavimentados, cruces de trenes, túneles y otros), buscan criterios de clasificación. Comentan sus usos y recuerdan situaciones en las cuales han visto su utilización.
2. Con apoyo de un mapa de caminos trazan el trayecto a la capital de la región más cercana. Leen este trayecto interpretando los códigos convencionales.
  - Describen el recorrido, oralmente o por escrito.
  - Comparten y comparan sus descripciones con otros compañeros y compañeras.
  - Calculan la cantidad de kilómetros (si el mapa lo indica); estiman el tiempo de viaje considerando que un bus recorre aproximadamente 80 km en una hora.
  - En el curso deciden el recorrido más conveniente, fundamentando su elección.

Resuelven situaciones en las cuales es necesario construir y/o interpretar planos y códigos convencionales.

Ejemplos:

1. Dibujan el plano del lugar donde viven.
  - Escriben los puntos cardinales en el plano.
  - Ubican su casa, el camino, casas vecinas, su escuela y lugares importantes.
  - Presentan su plano a un grupo de compañeros y compañeras, los comparan e intentan incorporar a cada plano la ubicación de las casas de cada uno de los integrantes del grupo.

Orientarlos a describir señalando elementos identificables. Por ejemplo: “Si voy por este camino primero paso un túnel; después tengo que cruzar un pueblo; hay una cruz de San Andrés, etc.”.

Hay mapas que incluyen los kilómetros. Si no es así, se puede buscar en otras fuentes (tablas de distancia de las agendas, por ejemplo).

Pedirles que justifiquen por qué no fue posible señalar la ubicación de las casas de todos (por ejemplo, porque viven muy lejos, en otro barrio, etc.).

2. Trabajando en parejas, inventan un cuento que ocurre en una ciudad, de manera tal que para la comprensión de la historia sea necesario elaborar o presentar el plano de la misma.

**Actividad para la cual el docente puede coordinarse con la profesora o el profesor del subsector de Lenguaje y Comunicación.**

## Actividades de evaluación sugeridas

A continuación se proponen algunas actividades y problemas para la evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad y que el docente puede incorporar en su plan de evaluación. Algunas de las actividades están diseñadas para ser trabajadas en grupo.

En la columna de la derecha se especifican algunos indicadores que orientan las observaciones del logro de los aprendizajes.

Ejemplos de actividades y problemas	Indicadores / observar que:
<p>Dibujan y describen planos esquemáticos para indicar recorridos utilizando las notaciones convencionales de los puntos cardinales.</p> <p>Ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escriben una carta a un compañero o compañera que nunca ha visitado su casa. En ella:</li> </ul> <p>Describen el recorrido desde la escuela a su casa, de manera que pueda llegar a ella.</p> <p>Dibujan un plano esquemático del recorrido que incluya los puntos cardinales.</p>	<p>En la descripción:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• hay punto de origen y de término;</li> <li>• se indica la dirección de avance y de giro utilizando los puntos cardinales;</li> <li>• se indica la distancia a recorrer (se puede indicar un referente: “Al llegar al final de la calle” o “Seis cuadras al norte”);</li> <li>• hay concordancia con la realidad.</li> </ul> <p>El plano presentado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• corresponde a la descripción efectuada en la tarea anterior;</li> <li>• incluye los puntos cardinales en la orientación convencional usada en los planos;</li> <li>• contiene simbología creada y su decodificación.</li> </ul>

Dado un plano urbano determinan trayectorias adecuadas para recorrer, al menos, cuatro lugares cuyas coordenadas son entregadas por el profesor o la profesora.

Ejemplo:

- Utilizando el plano de una parte de una ciudad planifican una visita a lugares como los siguientes (en este ejemplo, son ficticios):  
Catedral: ubicada en el cuadrante B4.  
Museo Municipal: ubicado en el cuadrante C4.  
Estadio Municipal: ubicado en el cuadrante G5.  
Cuartel de Bomberos: ubicado en el cuadrante B7.
  - Deciden la trayectoria más adecuada.
  - Escriben el recorrido y explican por qué lo eligieron.
  - Presentan el recorrido marcándolo en el plano y usando alguna simbología para indicar el orden de visita.
- Ubican correctamente el sector;
  - identifican cada lugar según sus códigos convencionales;
  - el recorrido propuesto para trasladarse entre los lugares pedidos sea razonable (los argumentos pueden incorporar variables de tiempo, distancia, secuencia);
  - especifican el punto de partida, término y secuencia, y consideran todos los lugares en la visita.

## Bibliografía recomendada

Dickson, L., Brown M., y Gibson, O. (1991) *El aprendizaje de las matemáticas*. Editorial Labor S.A., Barcelona.

Gálvez, G., Navarro, S., Riveros, M, y Zanocco, P. (1994) *Aprendiendo matemáticas con Calculadora*. Ministerio de Educación, Santiago de Chile.

Holt, Michael (1987) *Matemáticas recreativas 2*. Ediciones Martínez Roca, Barcelona.

Holt, Michael (1987) *Matemáticas recreativas 3*. Ediciones Martínez Roca, Barcelona.

Kamii, Constance (1989) *Reinventando la Aritmética II*. Editorial Visor Distribuciones, Madrid.

National Council of Teacher of Mathematics (1991), USA. *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*.

Perelman, Y. (1987) *Matemáticas recreativas*. Ediciones Martínez Roca, Barcelona.

Riveros, M. y Pierina Zanocco (1992) *Geometría: aprendizaje y juego*. Editorial Universidad Católica de Chile.

Severo, J. y G. Ferrari (1994) *Olimpiadas matemáticas*, Ñandu, Buenos Aires.

Soto I., Ponce P., Villablanca M., Jaramillo I. (1996) *Nuestro Mundo y las Matemáticas*. Educación Básica Rural. Cuadernos de trabajo 4, 5, 6, 7 y 8. Programa Mece. Editorial Antártica, Santiago de Chile.





*“Maestro, sé fervoroso.  
Para encender lámparas haz de llevar fuego  
en tu corazón.”*

Gabriela Mistral



[www.mineduc.cl](http://www.mineduc.cl)