

6. Mathematik

Die Leistungsfähigkeit von Excel 4 liegt vor allem in zwei Bereichen: im Rechnen und in der grafischen Darstellung von Zahlen. Das macht Excel 4 interessant für mathematische Anwendungen, obwohl Mathematiker eigentlich mit Rechnen nichts zu tun haben. Aber es handelt sich hier auch nicht um theoretische Mathematik, sondern eher um angewandte Mathematik.

Zwei Schwerpunkte lassen sich hierbei unschwer ausmachen. Zum einen die grafische Aufbereitung von Zahlenmaterial, wo das, was sich mit Excel 4 erreichen läßt, weit über das hinausgeht, was sich mit einem vertretbaren Aufwand am Zeichenbrett bewerkstelligen ließe.

Zum anderen ist es die Verwendung von Näherungsverfahren. Es gibt für zahlreiche Berechnungen mathematische Näherungsverfahren, die Sie häufig vor ein Dilemma stellen: Entweder das Verfahren ist einfach, verlangt dann aber eine sehr große Anzahl an Näherungsschritten. Oder das Verfahren kommt mit wenigen Näherungsschritten aus, ist dafür aber ziemlich kompliziert.

Nun spielt die Zahl der Näherungsschritte für ein Programm wie Excel 4 kaum eine Rolle. Selbst ein paar tausend Rechnungen sind in wenigen Sekunden erledigt, so daß es sich geradezu anbietet, auch da mit Näherungen zu arbeiten, wo andere Wege denkbar wären.

6.1. Graphen zu Funktionen

Die grafische Darstellung numerischer Daten ist sozusagen eine der Spezialitäten von Excel 4. Sie brauchen im Prinzip nur die Daten aufzulisten und können dann mit dem Diagrammassistenten die zu diesen Daten gehörende grafische Darstellung generieren.

Doch praktisch ergeben sich dabei zwei Probleme. Das erste besteht darin, daß Excel 4 nur einen Diagrammtyp hat, der über zwei wirklich numerische Achsen verfügt: das xy-Diagramm (in mehreren Darstellungsweisen). Das andere ergibt sich aus einer Eigenheit eben dieser xy-Diagramme: Sie verarbeiten die Werte genau in der Reihenfolge, in der sie eingegeben wurden.

Es werden außer den x-Werten (0 bis 12) zwei Datenreihen für die positive und die negative Wurzel benötigt. Der ganze Block (also alle drei Spalten) wird dann markiert, und ein Durchlauf mit dem Diagramm-Assistenten führt zum abgebildeten Diagramm. Als Diagrammtyp wurde das Liniendiagramm gewählt, da es ohne weitere Veränderung zu Linien führt, also ohne Punktmarkierungen.

Beim Durchlauf des Diagrammassistenten muß lediglich beachtet werden, daß die erste Spalte des markierten Bereichs nicht die erste Datenreihe ist, sondern die Achsenbeschriftungen liefert. Die Farbe der Linien, die ohne weiteres Zutun zunächst Rot und Grün sind, läßt sich leicht ändern. Ein Doppelklick auf das Diagramm öffnet das Diagrammfenster und macht damit das Diagramm für alle Bearbeitungen zugänglich.

Diagrammgestaltung

Die ganzen Bearbeitungsmöglichkeiten für Diagramme hier zu besprechen, würde den Rahmen dieser Darstellung weit überschreiten. Deshalb hier nur einige Hinweise. Generell sind die Menübefehle im Diagrammfenster kontextabhängig. Nehmen Sie z. B. den Befehl Format Muster. Wenn kein Teil des Diagramms markiert ist (die Markierungen erkennen Sie immer an den kleinen Kästchen), dann ist der Befehl nicht zugänglich. Sobald Teile des Diagramms markiert sind, führt der Befehl zu ganz unterschiedlichen Dialogfeldern, je nachdem, welcher Teil des Diagramms markiert ist. Daher empfiehlt es sich, im Diagrammfenster grundsätzlich mit den Kontextmenüs zu arbeiten. Ein Klick mit der rechten Maustaste auf eine der beiden Linien öffnet ein Kontextmenü, der Befehl Muster führt zu einem Dialogfeld, in dem sich die Farbe der Linien verändern läßt.

Die zahlreichen Gestaltungsmöglichkeiten, die sich für das Diagramm ergeben, lassen sich am besten durch umfangreiches Experimentieren ermitteln.

Trotz alledem hat das Diagramm einen Schönheitsfehler: Die Spitze im Nullpunkt ist fern von den tatsächlichen Gegebenheiten. Die erste Idee, wie da Abhilfe zu schaffen sei, liegt auf der Hand: Im kritischen Bereich zwischen Null und Eins müssen mehr Werte erzeugt werden.

Eine neue Tabelle mit anderen x-Werten verspricht Abhilfe.

Das mit diesen Daten erstellte Liniendiagramm ist aber von dem, was erreicht werden sollte, weit entfernt. Der Fehler liegt darin, daß die Skalierung der x-Achse ganz offensichtlich falsch ist: Die einzelnen Werte sind unabhängig von ihren Größen in gleichmäßigen Abständen aufgetragen. Hier wird deutlich, daß das Liniendiagramm, auch wenn es oben so aussah, nicht über eine numerische x-Achse verfügt.

xy-Diagramme

Es gibt zwei Auswege. Der eine ist, überall gleiche Abstände für die x-Werte zu wählen, was allerdings zu riesigen Tabellen führen kann. Der andere besteht darin, das XY-Diagramm zu verwenden. Der Vorteil des ersten liegt in der Möglichkeit, alle Diagrammtypen aus Excel 4 verwenden zu können (wenn Sie das wollen, müssen Sie die unhandlichen Tabellen in Kauf nehmen). Der Vorteil des zweiten (kleine Tabellen) bedingt den Verzicht auf zahlreiche Darstellungsmöglichkeiten.

Die Punkte und die Beschriftungen der x-Achse lassen sich über das Kontextmenü leicht entfernen. Die Entscheidung, welcher der beiden Wege einzuschlagen sei, hängt also immer von den Daten und dem Ziel der Darstellung ab.

Die wichtigsten Schritte und Maßnahmen zur Erstellung von Graphen sollen an einigen Beispielen deutlich gemacht werden.

Die allgemeine Kreisgleichung ist:

$$(x-c)^2 + (y-d)^2 = r^2$$

wobei c und d die Koordinaten des Mittelpunkts sind. Ein Kreis, dessen Mittelpunkt im Ursprung liegt, hat die Koordinaten 0,0, die Kreisgleichung lautet also:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Für einen Kreis mit dem Radius 1 ergibt sich demnach als Funktionsgleichung:

$$y = \sqrt{1-x^2}$$

Um diesen Kreis grafisch darzustellen, wird eine Wertetabelle erzeugt, deren erste Spalte die x-Werte enthält. Die zweite und die dritte Spalte enthalten die positiven und die negativen Werte der Wurzel aus $(1-x^2)$.

In die ersten beiden Zellen der ersten Spalte kommen die Werte 1 und -0,9. Durch Markierung beider Zellen und Ziehen an der rechten unteren Ecke der Markierung werden die übrigen Werte automatisch erzeugt. Daß statt 0 bei diesem Verfahren häufig ein Wert wie -2E-16 (also -2 mal 10 hoch -16) erzeugt wird, ist ein Schönheitsfehler, der sich durch Überschreiben mit 0 korrigieren läßt.

In die zweite und dritte Spalte kommen in die ersten Zellen (im Beispiel B5 und C5) die Formeln $=\text{WURZEL}(1-A5^2)$ und $=-\text{WURZEL}(1-A5^2)$. Anschließend werden beide Zellen markiert und wieder durch Ziehen an der rechten unteren Ecke in die darunterliegenden Zellen kopiert.

Die Punktmarkierungen lassen sich leicht entfernen. Ein Doppelklick auf die Diagrammfläche öffnet das Diagrammfenster. Ein Klick mit der rechten Maustaste auf eine Linie öffnet das Kontextmenü. Der Befehl **Muster** gibt die Möglichkeit, die Punktmarkierungen zu entfernen und die Farbe der Linie auf schwarz zu setzen.

Der Schönheitsfehler, daß die Kurve in der Nähe von -1 und +1 zu gerade ist, läßt sich wie oben beschrieben dadurch beheben, daß die Abstände zwischen den x-Werten in diesen Bereichen geringer angesetzt werden.

Sollte das Diagramm in der Tabelle (also nicht im Diagrammfenster) eine Ellipse statt eines Kreises zeigen, dann läßt sich das leicht beheben. Markieren Sie das Diagramm durch Anklicken und machen Sie durch Ziehen an einer der Seitenmarkierungen das Diagramm schmaler oder breiter, solange, bis ein Kreis zu sehen ist.

Etwas umständlichere Operationen werden nötig, wenn die Funktion so beschaffen ist, daß es zwar zu jedem x-Wert zwei oder mehr y-Werte gibt, die Kurve dabei aber nicht symmetrisch zur x-Achse ist. So hat die Funktion

$$y = \sqrt[3]{x}$$

zu jedem x-Wert zwei y-Werte (die Wurzel kann positiv oder negativ sein), ist aber nicht symmetrisch. In diesem immer noch recht einfachen Beispiel muß die Wertetafel so angelegt werden, daß in der ersten Spalte der y-Werte $= \sqrt[3]{x}$ steht und in der zweiten Spalte $= -\sqrt[3]{x}$, wobei x natürlich durch die Adresse des ersten x-Wertes zu ersetzen ist.

Zyklische Funktionen

Besonders interessante Kurven ergeben sich bei zyklischen Funktionen, die meist in Parameterform angegeben werden. So liefert etwa die Parameterform der Hypozykloide überaus interessante Kurven. Die beiden Parametergleichungen dieser Kurve sind:

$$x = (r_a - r_b) \cdot \cos(\phi) + a \cdot \cos(\phi \cdot (r_a - r_b) / r_b)$$

$$y = (r_a - r_b) \cdot \sin(\phi) - a \cdot \sin(\phi \cdot (r_a - r_b) / r_b)$$

Die mechanische Konstruktion dieser Funktion besteht im Abrollen eines kleinen Kreises an der Innenseite eines größeren Kreises, wobei r_a der Radius des großen, r_b der Radius des kleinen Kreises ist. ϕ ist der Winkel zwischen der x-Achse und einer Geraden, die durch den Mittelpunkt des kleinen Kreises geht.

Die Form der Kurve hängt von den Werten von r_a , r_b und a ab. Um damit zu experimentieren, bilden Sie am besten eine Tabelle mit folgenden Spalten:

Zählwert	Nimmt einen Zählwert auf, um den Winkel ϕ zu erzeugen.
ϕ	Der Drehwinkel ist Zählwert * π . Auf diese Weise lassen sich, wenn der Zählwert in kleinen Schritten von 0 bis 2 erhöht wird, die Winkelwerte
von 0	bis 2π erzeugen.
x	In diese Spalte kommt die Formel. $= (r_a - r_b) \cdot \cos(\phi) + a \cdot \cos(\phi \cdot (r_a - r_b) / r_b)$ Wobei für ϕ die Adresse der ersten Zelle in der Spalte mit den ϕ -Werten steht.
y	Hier nimmt die erste Zelle die Formel auf. $= (r_a - r_b) \cdot \sin(\phi) - a \cdot \sin(\phi \cdot (r_a - r_b) / r_b)$ Wobei wiederum ϕ durch die Zelladresse zu ersetzen ist.

Die Werte für r_a , r_b und a schreiben Sie am besten über die Tabelle in eigene Zellen. Als erste Werte sind 3, 1 und 2 ganz brauchbar. Durch die Benennung lassen sich die Werte direkt in die oben dargestellten Formeln übernehmen.

Durch Ausfüllen nach unten erhalten Sie wieder eine Wertetafel.

Mit $r_a=4$, $r_b=1$ und $a=1$ erhalten Sie eine reguläre Sternkurve, ansonsten hängt die Form der Kurve vom Verhältnis $r_a:r_b$ ab. Ist dieses ganzzahlig, dann schließt die Kurve nach einmaligem Umlauf, wobei die Zahl der gebildeten Schleifen dem Verhältnis entspricht. Ist das Verhältnis unganzzahlig, dann schließt die Kurve nicht, es sei denn, Sie erweitern den Bereich des Winkels ϕ entsprechend. Hier noch der Graph für $r_a=7$, $r_b=1$ und $a=0,5$. Für diese Kurve könnte bereits eine feinere Gliederung der ϕ -Werte nützlich sein.

Zum Abschluß dieses Abschnitts noch ein Beispiel mit einer 3D-Darstellung. Als einfache Funktion soll die Darstellung der Sinusfunktion dienen (im 9. Kapitel werden Sie noch eine etwas komplexere Aufgabe kennenlernen). Es muß jetzt nicht mehr der Sinus des x-Wertes gebildet werden, sondern der Sinus des Abstands eines Punkts in einer Fläche vom Mittelpunkt dieser Fläche.

Dieser Abstand läßt sich bestimmen als

$$c=\text{Wurzel}(a^2+b^2)$$

Die Koordinatenwerte gehen waagrecht und senkrecht von -3 bis +3. Als Formel wird in die linke oberste Zelle eingetragen

=SIN(WURZEL(B\$114^2+\$A115^2)

Durch die teil-absolute Wahl der Adressen ist gewährleistet, daß beim Kopieren der Formel in den Rest der Wertetafel der Bezug auf die Zeile 114 und auf die Spalte A, in der die x- und y-Werte stehen, immer erhalten bleibt. Die Formel wird durch Ziehen an der Ausfüllecke (rechts unten) zunächst nach unten und dann nach rechts in die ganze Tabelle kopiert.

Mit der so erzeugten Wertetafel wird dann ein 3D-Oberflächendiagramm gebildet. Die x- und y-Werte werden am besten nicht mitmarkiert, beim fertigen Diagramm lassen sich die Achsenbeschriftungen über die Kontextmenüs zu den Achsen (Text zuordnen..., Muster...) entfernen.

Wenn Sie die Farbdarstellung stört, dann läßt sich mit Optionen:FarbpaletteOptionen Farbpalette der Wert der verwendeten Farben verändern. Sie müssen im Dialogfeld der Farbpalette jeweils die zu verändernden Farben (es dürfte sich hier im allgemeinen nur um Rot, Grün, Blau und Gelb handeln) markieren und dann die Option Bearbeiten wählen. Anschließend läßt sich der Schieberegler für jede Farbe auf Weiß schieben.

Alle derartigen Veränderungen lassen sich später mit Optionen Farbpalette und Standard rückgängig machen.