

Kepler

Josep Galceran i Nogués; Anna Maria Vercher i Capell
Programa d'Informàtica Educativa, 1991.

TEMÀTICA

POSSIBLES INSERCIIONS CURRICULARS

DESCRIPCIÓ TÈCNICA

INSTRUCCIONS DE FUNCIONAMENT

- 1.- Formes d'interacció
- 2.- Introducció de dades i calculadora
- 3.- Opció del Menú Principal
 - 3.1.- Òrbites
 - 3.2.- Àrees
 - 3.3.- Períodes
 - 3.4.- Recursos avançats
 - 3.5.- Fórmules
 - 3.6.- Instruccions
 - 3.7.- Marxem del programa Kepler
- 4.- Opcions del Menú Recursos Avançats
 - 4.1.- Lluna fixa (sinòdic)
 - 4.2.- Entrada de dades
 - 4.3.- Fórmules
 - 4.4.- Mirem la trajectòria enregistrada
 - 4.5.- Enregistrem la trajectòria
 - 4.6.- Imprimim la trajectòria
 - 4.7.- Recuperem la pantalla
 - 4.8.- Tornem al Menú Principal

ASPECTES PEDAGÒGICS

EXEMPLES D'UTILITZACIÓ

LIMITACIONS

BIBLIOGRAFIA

AGRAÏMENTS

ANNEX1. Exemple d'utilització d'ús elemental

ANNEX2. Exemple d'utilització d'ús avançat

Temàtica

KEPLER pretén simular les tres lleis de Kepler sobre un satèl·lit de massa unitat al voltant de la Terra. Hom parteix d'unes condicions inicials i, mitjançant el càlcul numèric, es va resolent l'equació diferencial i es van representant gràficament les noves posicions. S'intenta, així, atènyer la comprensió intuïtiva de les lleis per part de l'usuari.

Com a complement s'hi adjunta:

- a) La simulació d'òrbites en presència de la Lluna (les quals no tenen solució analítica, a diferència del "problema de Kepler" del cas anterior) tant en sistema sideri heliocèntric com sinòdic heliocèntric ("problema restringit dels tres cossos").
- b) Fórmules per calcular magnituds relacionades amb els diferents experiments possibles. Es disposa d'una petita calculadora en la majoria de situacions si es prem F5.
- c) Recuperació de pantalles enregistrades en simulacions anteriors.
- d) Enregistrament i recuperació d'experiments ("trajectòries") per al seu estudi

detallat, podent-se obtenir així els resultats impressos i amb camps calculats.

Possibles insercions curriculars

Kepler va adreçat a alumnes de Física de COU (o equivalent), on les lleis de Kepler constitueixen un tòpic indefugible.

S'inscriu a la lliçó: "Camps gravitatori i electrostàtic", a la part de notes concretes sobre gravitació.

Cal que els alumnes hagin comprès el tema de dinàmica d'una partícula (forces, acceleració, moment angular, etc.) i els de camps i energies (teoremes de conservació, energia potencial gravitatòria, etc.) per copsar bé les tres lleis. La comprensió dels fenòmens amb la Lluna és més elàstica: convindria haver entès el tema de moviment relatiu i sistemes no inercials, però gairebé no hi ha límit per dalt. L'habilitat per fer córrer el programa és mínima. Cal comprendre la notació científica i prémer les tecles que tothora s'indiquen o apareixen en prémer F1 (ajuda). Els menús imiten els del FrameWork per facilitar-ne el maneig als que ja han passat per l'aula d'informàtica (inclosos els professors).

A tall de demostració podria arribar a treure-se'n algun ús a les classes de:

- 1.- Matemàtiques de tercer de BUP, com un exemple físic de còniques, per a les parts de l'el·lipse i les variacions d'excentricitat i semi-eix major (sobretot l'opció Períodes)
- 2.- A Física de tercer de BUP i de Segon Grau de FP com a exemple de moviment regit per les lleis de Newton.
- 3.- A Filosofia de COU com a visualització de la revolució copernicana i de la teoria dels "epícles".
- 4.- Tallers d'Astronomia en setmanes culturals o en activitats setmanals.
- 5.- EATP d'Astronomia.
- 6.- Crèdits de Reforma.

Descripció tècnica

- S'ha compilat el programa font (que no es distribueix) en Turbo Pascal versió 5: Kepler2.EXE. En el subdirectori des d'on se'l crida han d'estar presents el fitxers CGA.BGI i LITT.CHR
- Es requereix un mínim de 512K en un PC compatible. El tipus de pantalla pot comportar diversos problemes. Considerant la dotació estàndard de les aules d'informàtica dels centres d'ensenyament secundari, només s'ha posat a punt per a la tarja gràfica CGA i el monitor en color.
- El programa KEPLER crea arxius de pantalles amb extensió KPL de 64K cadascun.
- Genera fitxers de trajectòries amb extensió TRJ de longitud variable (segons el nombre de punts enregistrats, per a 50 punts ocupa 1632 bytes).
- Malgrat la seva naturalesa numèrica, es poden realitzar els cursors -i millor el ratolí- per un primer nivell d'ús del programa (tant per als menús com en la introducció de moltes magnituds: escala, angles, posicions, velocitats, semieixos, excentricitats, etc.)
- Està disponible l'arxiu CoKepler.EXE que utilitza el coprocessador matemàtic 8087 i, per tant, simula aviat per una precisió donada (de l'ordre d'uns tres cops

- més ràpid).
- L'ús de la impressora és recomanable per treure "còpies d'abocat" de simulacions lentes i vistoses. Considerant les dotacions de les aules informàtiques dels centres de secundària, s'ofereix la possibilitat d'enregistrar les pantalles en disquets flexibles i, després, treure'n "hard-copy" en la unitat que dugui la impressora.
 - Per a estudis detallats convé enregistrar l'experiment al disc i, posteriorment, dirigir la recuperació de les dades a la impressora, de manera que a la relació s'hi poden afegir també fins a cinc camps calculats (aplicant a cada registre la fórmula que s'hi hagi introduït). Encara que no tots els dígitos són significatius, s'ofereixen per poder observar petites variacions.
 - Fitxers de documentació:

Alum1KPL.FW3	guió per a l'alumne en ús elemental.
Alum2KPL.FW3	guió per a l'alumne en ús avançat.
Prof1KPL.FW3	resolució del guió elemental de l'alumne.
Prof2KPL.FW3	resolució del guió avançat de l'alumne.
Kepler-informe.FW3	aquesta documentació.
 - Fitxers exemples de pantalla

O8008.KPL	
PETALS2.KPL	
P801410.KPL	
EPIC-COP.KPL	(epicicles amb co-processor)
A8008.KPL	
 - Fitxers exemples de trajectòries

O1007.TRJ
CORIOLIS.TRJ
PETALS2.TRJ
EPICICLE.TRJ

Sempre que hi ha treball al disc, s'ofereix A: com a unitat per defecte perquè es considera que el treball òptim d'una aula d'informàtica es fa amb els discos durs amb informació pública global, mentre es distribueixen disquets per a alumnes o professors per tal de recollir informació particular.

L'algorisme de Runge-Kutta emprat al nucli del programa es dedueix d'aquesta codificació:

```
repeat
  YkAnt := Yk;
  repeat
    Derivada( Yk , K1);
    for i := 1 to 4 do
      L[i] := Yk [i] + h/2 * K1[i];
    Derivada( L , K2);
    for i := 1 to 4 do
      L[i] := Yk [i] + h/2 * K2[i];
    Derivada( L , K3);
    for i := 1 to 4 do
      L[i] := Yk [i] + h * K3[i];
    Derivada( L , K4);
```

```

for i:= 1 to 4 do
  Yk[i] := Yk[i] + h/6 *(K1[i] + 2*K2[i]+ 2*K3[i] + K4[i]);
vel := sqrt( sqr(Yk[3]) + sqr(Yk[4]) );
EnergiaNova:=sqr(vel)/2 - GMT/sqrt(sqr(Yk[1]) +sqr(Yk[2]));
Dif :=abs( ( EnergiaNova - EnergiaAnt ) /EnergiaAnt );
if Dif > Marge
  then
    if h > Marge
      then
        begin h := h /2 ; Dacord := false; Yk:=YkAnt; end
      else
        begin
          Dacord := true;
          t := t+h (* per evitar penjades llocs de gran gradient *)
        end
      else
        begin
          Dacord := true;
          t:=t+h; if(Dif < marge/1000) and (h <1e10)  then h := h * 1.1;
        end;
until Dacord;
EnergiaAnt := EnergiaNova;
GotoXY(1,2);
write(ra:8,' ',vel:8,' ',Energia('T'):9,' ',t:7:0);
.....

PutPixel(160+round(Yk[1]/Escala),88-round(Yk[2]/Escala),Vermell);

if Enregistrem then
  if GravemUnAltre then
    begin
      Aplec(Yk);
      write(TRAJECTORIA,registre);
      GravemUnAltre := (registre.RecNo < NumRegs);
    end;
  if ra>500*Escala then
    begin
      Advertim('Molt lluny',"true);
      prou:=true;
    end;
.....
until prou;

```

El càlcul del Hamiltonià en el sistema heliocèntric sinòdic es fa mitjançant la fórmula:

```

function Hamiltonia:real;
var

```

```

px,py:real;
begin
    px:=Yk[3]-omega*Yk[2];
    py:=Yk[4]+omega*(Yk[1]-CDM);
    Hamiltonia:=(sqr(px)+sqr(py))/2 -omega*((Yk[1]-C DM)*py -
Yk[2]*px)
                                -GMT/ra -GML/DiLi;
end; (* func Hamiltonia *)

```

Instruccions de funcionament

1. Formes d'interacció

- Els menús segueixen la mecànica habitual en programes amigables : dues maneres d'escollir una opció (o bé amb cursor o bé inicial). Hi ha un menú principal i un altre de recursos avançats. Les fórmules duen també els grups de càlcul en menús.
 - **F1** actua com a tecla d'ajutda. Qualsevol tecla serveix per seguir endavant.
 - Durant les iteracions:
 - F5 permet usar una petita calculadora
 - I informa sobre les dades inicials
 - C comunica components actuals: posició, velocitat i acceleració
 - G registra la pantalla actual
 - L ntrodueix un Lapsus fins que premem qualsevol tecla.
 La barra d'**espai** serveix per abandonar la iteració.
 - A totes les entrades és indiferent l'ús de majúscules o minúscules.
 - Els valors numèrics són validats prèviament i rebutjats fins que es donin valors adequats. Es presenta el valor per defecte (que es pren si fem RETORN).
 - Les restriccions a les entrades apareixen en cada oportunitat.
 - Productes del programa:
 1. Permet "hard-copy" per accionament manual (PrtSc).
 2. Crea un fitxer de pantalla .KPL -després de la seva confirmació- en una unitat de disc i amb el nom sol.licitat. També proposa un nom per defecte.
 3. Trajectòries recollint les posicions i velocitats d'un número de punts prèviament seleccionat.
 - Els noms per defecte dels fitxers (pantalles o trajectòries) es formen a partir de la inicial de les opcions del Menú Principal: "O" (llei de les Òrbites), "A" (llei de les Àrees) etc., afegint-hi cada primera xifra dels valors inicials. Per exemple, si estem a Girant Lluna i hem donat X=0 Y=1E8 Vox=300 Voy=0 , la proposta de nom per a la pantalla per registrar serà G0130.KPL. Aquesta facilitat pot portar a esborrar accidentalment fitxers anteriors i dificultar-ne la identificació.

Recomanem posar noms propis a dades valuoses. Per exemple: Coriolis.kpl, Sara.trj, 28_3_87.kpl, etc.
 - Per abandonar el programa, des del Menú Principal s'escull "Marxem".
- Per abandonar el menú de fórmules cap al qui l'ha cridat: ESC o opció "Deixem les fórmules".
- Per deixar una iteració cap al Menú Principal: barra d'espai. Per avançar en la

introducció de dades vers iteració: RETORN (s'aniran prenent valors per defecte).
 ESC també permet plegar d'un experiment.
 Per seguir després de les ajudes i la pantalla recuperada: qualsevol tecla.

2. Introducció de dades i calculadora

Un esquema bàsic de funcionament consta de l'elecció d'una opció del Menú Principal o de recursos avançats (amb RETORN o la inicial) i la introducció de les següents dades (les columnes representen els experiments-opció: "O" per Òrbites, "A" per Àrees, etc.):

	O	A	P	L	G	Condicions
Marge	sí	sí	sí	sí	sí	$0 < \text{Marge} < 0,01$ (només per Àrees $0 < \text{Marge} < 0,001$)
Escala	sí	sí	sí	no	no	$\text{Escala} > 70.000$
AngleOLluna	no	no	no	no	sí	Cap restricció
Posició	sí	sí	sí	sí	sí	$x^2 + y^2 \geq \text{RadiTerra}^2$
Velocitat	sí	sí	sí	sí	sí	$Vx^2 + Vy^2 < c^2$
Interval	no	sí	no	no	no	$\text{Interval} > 0$
SemiEixos	no	no	sí	no	no	$\text{RadiTerra} < \text{SEM}$
Excentricitat	no	no	sí	no	no	$0 \leq \text{Exc} < 1$

Les dades poden introduir-se gràficament (amb els cursors o el ratolí) o numèricament (seleccionant la tecla N).

En tot moment els valors per defecte són els anteriorment usats. De manera que per a repetir un experiment hi ha prou amb anar prement RETORN. Els valors inicials per defecte ja estan previstos. Quan entrem al menú Fórmules després d'un experiment, els valors per defecte que s'oferiran són els d'aquest darrer experiment. I els resultats obtinguts com a resposta de "Fórmules" seran oferts al proper experiment. La comprensió i l'ús d'aquest mecanisme resulta extremadament rendible quan es fa un estudi aprofundit, per exemple, amb la guia avançada. S'ha treballat molt per aconseguir un programa "rebec" a la interrupció. Es posen filtres de seguretat (divisions per zero, arrels negatives, etc.) S'han detectat i previst certs errors d'Entrada/Sortida en l'enregistrament i la recuperació. Un error no solucionat -però poc probable- és la recuperació d'un fitxer d'extensió .KPL amb una altra longitud (per haver estat generat en un entorn diferent al d'enregistrament d'aquest programa). Donada les infinites combinacions que permeten aquest programa-eina, podrien aparèixer altres errors, la solució dels quals podria ésser considerada.

Pel que fa a les entrades d'usuari, hi han filtres de validació numèrica (entera i real). Si per les condicions físiques, l'entrada és desproveïda de sentit, es rebutja el valor, s'emet un missatge i s'espera nova resposta.

En diversos entorns podem cridar una calculadora senzilla prement F5. Porta dues pantalles d'ajuda incorporades. Es poden usar els operadors : +, -, *, / i ^ (per a la potenciació). No es poden usar funcions (sinus, arrel quadrada, etc.). Es poden usar les constants (Massa de la Terra, Constant de Gravitació Universal, etc.) i els darrers valors de certes variables (posició, velocitat, temps) del programa de la segona pantalla d'ajuda específica. L'usuari pot manipular directament 25 variables

identificades amb @ seguida per una lletra de l'alfabet anglès. Podem assignar-hi valors @B = 24 i fer-hi operacions, com @B/2 que donaria 12, posteriorment. Un altre exemple fóra @G = $G * \text{MassaTerra} / (2 * \text{RadiTerra})^2$ que permetria treballar en endavant amb @G com l'acceleració gravitatòria a dos radis del centre de la Terra.

3. Opcions del Menú Principal

3.1. Òrbites

3.1.1. Entrada de dades

- En totes les entrades per ratolí o cursor, si premem alhora "Shift" de canvi a majúscules les variacions són més ràpides.
- Escala. Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda. F5 permet l'ús d'una petita calculadora. Un resum del funcionament de la calculadora el teniu a l'apartat 2 d'aquest informe. Un cop dins la calculadora, amb F1 es pot accedir a les dues pantalles d'ajuda corresponents.
- Posició inicial (Xo,Yo). Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda. F5 permet l'ús d'una petita calculadora. Es poden posar eixos prement + i treure'ls amb -.
- Velocitat inicial (Vox,Voy). Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda. La línia castanya representa el vector velocitat amb un punt d'aplicació al satèl.lit.
- Marge (entrada només numèrica). Determina l'error en cada iteració. Si introduïm $1e-6$ disminuiran els increments de temps de càlcul interns per tal que en cada pas la variació de l'Energia total (que hauria de romandre constant) no sigui superior a una part per milió.

3.1.2. Tecles durant la simulació

F1: Imprimeix les tecles que actuen durant la simulació: I,G,L,C.
F5: Permet l'ús d'una petita calculadora.
I: Informa sobre els valors inicials: posició, velocitat, energia, marge, escala.
G: Permet enregistrar la pantalla. Demana confirmació (Segur que vols enregistrar aquesta pantalla?). Per defecte no enregistra. Després proposa un nom. Si es respon "n" demana quin altre nom se li vol posar.
Es poden enregistrar pantalles que continguin la finestra esquerra inferior amb les dades inicials o els components instantanis.
L: Lapsus. No fa res fins que premem una altra tecla qualsevol.
C: Comunica components de la posició, velocitat i acceleració.
Barra d'espai: Detura i plega la iteració. La pantalla queda fixa amb la darrera situació i ofereix la possibilitat d'activar alguna de les tecles anteriors (especialment G). Qualsevol altra tecla retorna al Menú Principal.

3.2. Àrees

3.2.1. Entrada de dades

- Escala. Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda.
- F5 permet l'ús d'una petita calculadora.
- Posició inicial (Xo,Yo). Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda. F5 permet l'ús d'una petita calculadora.
- Velocitat inicial (Vox,Voy). Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda.
- Marge (entrada només numèrica). Grau d'exactitud en les operacions internes.
- Interval (entrada només numèrica). Temps constant per representar el sector escombrat.

3.2.2. Tecles durant la simulació

En la llei de les àrees estan actives les mateixes tecles que actuen durant la simulació d'òrbites (apartat 3.1.2). Als valors inicials, obtinguts amb I, també s'hi mostra l'interval.

3.3. Períodes

3.3.1. Entrada de dades

- Escala. Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda.
- Per a cadascun dels tres satèl.lits:
- ** Excentricitat. Entrada per cursors (o ratolí) o numèrica (N). F1 ajuda.
 - ** Semi-eix Major. Entrada per cursors (o ratolí) o numèrica (N). F1 ajuda.
 - Marge (entrada només numèrica)
 - Interval (entrada només numèrica). Permet fixar el temps que passa entre una representació dels tres satèl.lits i la següent.

3.3.2. Tecles durant la simulació

En la simulació de la tercera llei funcionen les mateixes tecles que actuen durant la simulació d'òrbites (primera llei, descrites a l'apartat 2.3.1.2). Als valors inicials, obtinguts amb I, també s'hi mostra l'interval, a més de les Excentricitats i semi-eixos dels tres satèl.lits, marge i escala.

3.4. Recursos avançats

Permet passar al menú secundari per realitzar experiments amb la Terra i la Lluna , alhora que disposem de facilitats especials per a estudis més profunds (recuperació de pantalles i trajectòries enregistrades, impressió de punts i "camps calculats"). Per a més informació vegeu "Opcions del menú de recursos avançats" a l'apartat 4 d'aquest informe.

3.5. Fórmules

Apareix un menú amb quatre grups de càlcul: Terra, Lluna, Ambdós, No Cap.

Terra: Presenta càlculs on només considerem l'efecte gravitatori del planeta Terra. Les opcions són:

- Càlcul de la velocitat necessària per mantenir-se en òrbita circular.
- Càlcul de l'energia total per quilogram de satèl.lit en funció de la posició i la velocitat.
- Càlcul de la velocitat necessària per assolir l'òrbita parabòlica. A causa dels errors d'arrodoniment interns de l'ordinador, l'òrbita parabòlica no s'ateny exactament.
- Càlcul de l'excentricitat d'una òrbita en funció de la posició i la velocitat inicials.
- Càlcul del camp gravitatori en un punt exterior a la Terra.

Lluna: Les mateixes opcions de càlcul que amb la Terra, però suposant que no existeix la influència d'aquesta. El resultat s'aproximarà més a la realitat dels dos astres conjunts en la mida que l'efecte terrestre sigui negligible comparat amb el lunar, per exemple, quan estem molt prop de la superfície de la Lluna.

Ambdós: Realitza càlculs considerant els dos cossos creadors del camp gravitatori.

- Càlcul del Punt d'Equilibri. Punt en què s'igualen les atraccions gravitatòria d'ambdós astres. Si els primaris (Terra i Lluna) no giressin, un cos deixat allí hi romandria indefinidament (cas de la novel·la de Juli Verne).
- Càlcul de l'Energia Total del satèl.lit (potencial gravitatòria deguda a la Terra i la Lluna sobre el satèl.lit més l'energia cinètica del satèl.lit). Aquesta energia NO és constant perquè el camp creat pels primaris en rotació no és estacionari.
- Conversió del sistema de referència sideri al sinòdic. Els valors obtinguts s'oferiran per defecte a l'entrada de valors de "Sinòdic a Sideri" (operació inversa) i a "Lluna fixa".
- Conversió del sistema de referència sinòdic al sideri. Els valors obtinguts s'oferiran per defecte a l'entrada de valors de "Sideri a Sinòdic" (operació inversa) i a "Girant Lluna".

No Cap: Permet sortir de les "Fórmules" vers el menú que l'ha cridat (sigui el principal o el de recursos avançats) i visualitzar algunes constants del programa.

F5: Permet disposar d'una calculadora amb més dígit (perquè estem en mode text), pensada per operacions més complexes (per la seva llargada).

3.6. Instruccions

Es tornen a mostrar per pantalla les tres primeres pantalles de text, com a l'inici del programa.

3.7. Marxem del programa Kepler

Demana si estem segurs de voler sortir. Qualsevol tecla diferent de "s" o "S" provoca el retorn al Menú Principal. Si responem afirmativament s'emet un missatge de comiat i retorna al sistema operatiu.

4. Opcions del Menú Recursos Avançats

4.1. Lluna fixa (sinòdic)

4.1.1. Entrada de dades

- Marge (entrada només numèrica)
- Posició inicial (X_0, Y_0). Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda. Les tecles + i - posen i treuen uns eixos de coordenades. Un cercle castany envolta la Lluna per indicar on s'igualen els mòduls dels camps lunar i terrestre.
- Velocitat inicial (V_0, V_y). Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda.

4.1.2. Tecles durant la simulació

F1: Ens recorden les tecles que actuen durant la simulació: I, G, L, C.

I: Informa dels valors inicials: posició, velocitat, hamiltonià, marge.

G: Demana confirmació (Segur que vols enregistrar aquesta pantalla?). Per defecte no enregistra. Després proposa un nom. Si es respon "n" demana quin altre nom li voleu posar.

Es poden enregistrar pantalles que continguin la finestra esquerra inferior amb les dades inicials o instantànies.

L: Lapsus. No fa res fins que premem una altra tecla qualsevol.

C: Comunica components de la posició, velocitat i acceleració .

Barra d'espai, ESC: Atura i plega la iteracció. Abans queda la possibilitat d'activar alguna de les tecles anteriors (especial ment G).

F5: Permet l'ús d'una petita calculadora.

4.2. Girant la Lluna (sideri)

4.2.1. Entrada de dades

- Marge (entrada només numèrica)
- Posició inicial (X_0, Y_0). Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda. + i - posen i treuen eixos. Un cercle castany envolta la Lluna per a indicar s'igualen on els mòduls dels camps gravitatoris terrestre i lunar.
- Velocitat inicial (V_0, V_y). Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda.
- Angle Lluna ($\text{Angle}0\text{Lluna}$). Entrada per cursors (o ratolí) o numèric (N). F1 ajuda.
- Rastre. Demana si voleu que no s'esborri la posició anterior de la Lluna. Si no premeu "s" (o "S" -majúscules i minúscules són indistintes a tot el programa -), no deixa rastre.

4.2.2. Tecles durant la simulació

Les mateixes tecles que a "Lluna Fixa" segons l'apartat 4.1.2 d'aquest informe.

4.3. Fórmules

Opció d'efecte exactament igual a l'explicada a 3.5. La seva inclusió als dos menús simplifica la introducció de valors (casos d'utilització a fons de KEPLER) o els resultats obtinguts a "Fórmules" passen a ser valors per defecte proposats al següent experiment. En aquest cas, normalment la preparació serà per a "Lluna fixa" i "Girant Lluna".

4.4. Mirem la trajectòria enregistrada

Demana de quina unitat de discos volem recuperar la trajectòria enregistrada. Per defecte pren A:. De fet, no sols es pot indicar la unitat sinó també el subdirectori. Després apareix una relació dels fitxers d'extensió .TRJ (si n'hi ha). Amb les tecles de cursor i RETORN podem escollir-ne un. En carregar-se el fitxer es dibuixa tota la trajectòria que ha estat enregistrada (funció del número de punts que han estat enregistrats). Podem bascular d'un mode text on apareix la informació numèrica d'un punt amb molt detall i el mode gràfic, on veiem fer pampallugues el punt en qüestió d'una manera intuïtiva. Les tecles que es poden usar ja vénen indicades a les respectives pantalles. Pel mode gràfic: HOME (teclat anglès) o INICIO (teclat castellà) permet retrocedir, END/FIN permet avançar i T, passar al mode Text. Un cop al mode Text, G pot retornar al mode Gràfic, R o la tecla cursor esquerra retrocedeixen, I o HOME va a l'inici del fitxer (registre 0 amb informació global de l'experiment), F o END avança fins l'últim registre enregistrat, P o ESC permeten plegar, totes les altres tecles (incloses A i el cursor vers la dreta) permeten avançar de la fitxa d'un punt a l'altre. No tots els decimals són significatius, però s'ofereixen per seguir la pista de petits canvis.

4.5. Enregistrem la trajectòria

Només demana si s'enregistren o no els punts que es van generant en l'experiment simulat. Per a canviar de situació (d'enregistrament o no) caldrà activar novament aquesta mateixa opció. Els experiments que es poden enregistrar són "Òrbites", "Lluna fixa" i "Girant Lluna". La segona i tercera llei no té sentit enregistrar-les perquè són repeticions de la primera llei.

4.6. Imprimim la trajectòria

Primerament s'ofereix la llista de trajectòries susceptibles de ser recuperades del disc en un procediment igual al descrit per a "Mirem trajectòries" de l'apartat 4.4 d'aquest mateix informe.

Després s'obre la possibilitat de definir fins a cinc camps calculats. Per a cadascun dels camps calculats es pot introduir un nom i una fórmula per aplicar amb les dades de cada registre. La sintaxi, les dades i les variables segueixen la mateixa mecànica de la petita calculadora que sovint tenim disponible amb F5, (explicació feta a l'apartat 2 d'aquest mateix informe). Si hi ha algun error sintàctic es detectarà en intentar imprimir el camp calculat.

4.7. Recuperem la pantalla

Demana de quina unitat de discos volem recuperar una pantalla enregistrada anteriorment. Si no hi ha pantalles d'extensió .KPL ens ho comunicarà i, després de qualsevol tecla, retornarà al Menú Principal. Si premem ESC retornem al menú de recursos avançats. Si escollim (amb cursors i RETORN) un fitxer, aquest es visualitza. No es comprova la longitud del fitxer abans de ser carregat (si s'intenta carregar un fitxer d'extensió .KPL no generat per KEPLER sortiran problemes). En prémer una altra tecla retornem al Menú Principal. Pot abocar-se en "hard-copy" manual ("ImpPt", "PrtScr", etc.)

4.8. Tornem al Menú Principal

Amb aquesta opció o ESC podem passar del menú de recursos avançats al Menú Principal.

Aspectes pedagògics

1. Objectius per a COU

Com a utilització preferent es pensa en l'ús per a l'assignatura de Física de COU. Es pretén que l'alumne de COU usuari:

1. Comprengui clarament el significat de les lleis de Kepler, tant en la vessant numèrica com en la gràfico-geomètrica que possibilita la visualització de l'ordinador.
2. Conegui la utilitat de l'ordinador com a eina experimental capaç de contrastar per SIMULACIÓ un model teòric.
3. Desvetlli el seu interès pels temes astronòmics amb la seva fonamentació física i matemàtica.
4. Valori la utilitat del càlcul numèric, els seus avantatges (solucions a problemes no analítics) i inconvenients (temps a pagar per major precisió).
5. Es familiaritzi amb el mètode científic d'observació, proposta i realització d'experiments, registre de dades i elaboració de conclusions.
6. Globalitzi els seus coneixements de física a través d'un plantejament actiu, fent esment en les unitats, els ordres de magnitud, les variables rellevants, les constants dels moviments, etc.
7. S'engresqui en el plantejament del mateix o d'altres problemes numèrics similars i miri de donar-hi resposta amb els seus coneixements (bé a través del programa de matemàtiques de COU, bé a través dels coneixements de l'EATP d'Informàtica o d'algun seminari de programació).
8. Descobreixi l'estètica de les formes harmòniques que es poden generar alhora que s'acosta lúdicament a les ciències físico-matemàtiques.

2. Implementació didàctica

Són possibles tres usos diferenciats del programa "Kepler", que, en principi, no són excloents :

1. Com a motivació abans d'explicar les lleis de Kepler. Es tractaria d'estimular

l'interès de l'alumne pel problema, possiblement guiant el seu descobriment experimental per part de l'alumne. Hi hauria dues versions: invertint-hi poc temps (entre mitja i una classe) restant en una visió panoràmica, i entre quatre i vuit classes en què els mateixos alumnes haurien d'exercitar-se heurísticament.

2. Com a demostració mentre el professor explica les lleis. Podria ajudar-se de les simulacions de les tres lleis i d'algunes pantalles enregistrades, per a no haver d'invertir més temps simulant altres cassos (per exemple llei de les àrees per òrbites obertes, períodes amb òrbites el·líptiques, etc). Suposarien un bon reforç, complement i visualització intuïtiva dels desenvolupaments conceptuals físics amb aparell matemàtic. El temps extra requerit oscil·laria entre mitja i una hora.
3. Com a simulació després d'haver donat les lleis. Aquesta és l'opció que pressuposa el guió de l'alumne que s'adjunta i les notes del professor a les quals ens remetem. Al llarg de les dues classes que duren els experiments, el professor va passant pels grups i els ajuda a solucionar els dubtes sobre el seu treball. Cal que hagin de presentar un informe dels resultats i les observacions fetes pel grup, seguint el guió que se'ls faciliti; d'aquesta manera, els alumnes aprofitaran molt millor l'activitat. Si es vol, s'hi podrien arribar a dedicar fins a unes cinc classes.

3. Plantejament metodològic: la simulació

- S'ha intentat privilegiar l'ordinador com a instrument. Les explicacions tutorialistes són reduïdes. L'exercitació memorística és nul·la.
- L'usuari és qui proposa casos -conduït si s'escau per un guió- i els ha d'analitzar en un informe que presentaran al professor. Cal defugir tot plantejament "d'espectadors" i equiparar les dues o tres hores invertides a l'aula informàtica amb les que es passen al laboratori de física a COU. Es tracta d'un experiment científic que la tecnologia actual posa al nostre abast.
- Els enuncis de les tres lleis de Kepler són el contingut mínim que s'assoleix amb gran facilitat.
- Les consideracions sobre "el problema restringit dels tres cossos" ("Lluna fixa" i "Girant lluna") del programa, obren horitzons molt més amples, difícilment exhauribles en un nivell de COU (amb les hores que s'acostuma a poder-hi dedicar): sistemes de referència no inercials, acceleració de Coriolis, hamiltonians, gradients, camps no estacionaris...

Exemples d'utilització

Fonamentalment cal que us remeteu a l'exemple d'ús elemental, com a fitxa de treball per a un ús elemental i a l'exemple d'ús avançat com a fitxa de treball per l'ús avançat, així com a les guies per professor de cada un dels exemples. Aquest material es troba en els annexos que hi ha al final de la documentació.

Limitacions

- La relativament baixa resolució de la CGA treu lluïment a les pantalles. Les lletres són massa grosses i els missatges forçosament curts i poc variats de colors (només en permeten tres).
- La velocitat dels micro-processadors és un altre factor limitant. S'han procurat optimitzar els algorismes de càlcul utilitzant Runge-Kutta. Amb co-processor guanya un 300%.
- Donada la immensa possibilitat d'introducció de valors numèrics i de situacions dels discos, impressora, etc., no pot quedar del tot descartada l'aturada inesperada. Caldrà tornar a activar el programa novament.
- Si s'intenta carregar una pantalla i s'escull un fitxer no generat per KEPLER, però que tingui l'extensió .KPL, el programa pot "penjar-se". Creiem que és una situació molt poc probable i, de moment, no hem cregut oportú establir-ne un filtre.
- La relativa lentitud a l'hora de simular no és, didàcticament un inconvenient gaire limitant si ens mantenim en uns marges raonables (de l'ordre d' 10^{-3}) i, a més, se'n pot treure profit, per fer comprendre als alumnes la naturalesa intrínseca de tota aproximació numèrica (l'error de precisió) i el seu preu (el temps d'iteració).
- Per tal d'evitar al màxim la tremolor que generen les pantalles del Bull Micral 30 i 40 amb Turbo Pascal 5 quan canviem de mode text a mode gràfic, s'ha introduït una lleugera demora en el canvi (delay 400). Tanmateix, en certs canvis de pantalla (que impliquen el pas de text a gràfic o viceversa) apareixen distorsions poc desitjables.

Bibliografia

Un complement opcional pot ser la consulta bibliogràfica:

1) Per als alumnes :

- Llibres de text, especialment: Aguilar - Doria - Rubia "FÍSICA", Anaya, Madrid 1980.
- Feynman-Leighton-Sands. "The Feynman lectures on Physics" (existeix una versió bilingüe del Fondo Educativo Interamericano, 1971).
- Carl Sagan. "Cosmos", Planeta, Barcelona 1980.
- P.Tipler. "FÍSICA. Vol.1", Reverté, Barcelona 1979.
- Xavier Portell. "Càlcul i simulació d'òrbites sota la influència de la Terra". Premi CIRIT per a alumnes. Barcelona 1987 (bona introducció al tema pels interessats des d'un punt de vista informàtic).

2) Per als professors:

- Alonso-Finn "FÍSICA" Vol.1 Mecànica, Fondo Educativo Interamericano, Madrid 1976.
- Kittel-Knight-Ruderman "Mecánica. Berkeley Physics course Vol. 1" Reverté, Barcelona 1973.
- Cano-Gómez "Mecánica Racional", Litoprint, Madrid 1959.
- K.R.Symon "Mecánica", Aguilar, Madrid 1968.
- Antoni Benseny "Contribució a l'estudi del problema restringit de tres cossos" (Tesi Doctoral Matemàtiques UB 1984).

- Victor Szebehely "Theory of Orbits", Academic Press, New York 1967.
- M.R. Ortega "Lecciones de Física. Mecánica 1" UAB Bellaterra 1982.

Un altre complement és el programa SISREF ("Òrbites i Sistemes de Referència") d'Antoni Parra i Silvestre, distribuït dins de "Software Educatiu-2" pel PIE l'any 1988. Permet estudiar els moviments de fins a nou cossos de qualsevol massa en l'espai tridimensional.

Agraïments

A més del nostre reconeixement a l'ICE-UAB de Lleida pel suport a aquest treball, volem expressar el nostre agraïment a tot un seguit de persones que han col·laborat de molt diverses maneres a fer possible aquest programa. Una relació no tancada d'aquesta llista pot ser: Antoni Benseny, Miquel Sauret, Ricard Galceran, Mercè Vercher, Ignasi Gros, Francesc Xavier Pujol, José Maria Porta, Jaume Pujol, etc. Agraïm al PIE la distribució d'aquest programa.

Hem procurat fer un programa útil per a la didàctica de la física i, també, per a l'auto-formació del professorat. Creiem, però, que encara queda moltíssim per avançar. Us preguem, doncs, a tots aquells que vulgueu ajudar-nos en aquesta tasca, que ens feu arribar els vostres suggeriments, crítiques, propostes de millores, correccions d'errors conceptuals, numèrics o estètics, fitxes de treball per a diversos entorns didàctics, valors inicials notables per a simulacions més intuïtives o especials, etc. Així, tots plegats, anirem aconseguint un programa de mecànica celest cada vegada millor.

Podeu posar-vos en contacte amb nosaltres:

J.Galceran - A.Vercher
c/ Barcelona 42, 2n, 1a
25600 BALAGUER

al telèfon (973) 44.79.80 o mitjançant la XTEC a CIBAGALCERA.

KEPLER

Annex 1

Exemple d'ús elemental

Llei de les òrbites (primera llei)

Kepler enuncia: "Els planetes descriuen òrbites el·líptiques tenint un focus al Sol". Ara simularem el comportament d'un satèl·lit al voltant de la Terra (situació anàloga a la d'un planeta girant al voltant del Sol, ja que es tracta d'un cos petit sotmès a la influència d'un altre molt més gran).

La Terra ocuparà l'origen (0,0) de les coordenades cartesianes. El programa et demanarà la posició inicial del satèl·lit en aquestes coordenades i la velocitat inicial (V_x, V_y), el factor d'escala (abast menor o major de la pantalla) i el marge d'error (si fa més càlculs, la trajectòria és més semblant a la real, però s'hi està més temps). Si a una sol·licitud responeu amb RETORN, aquella variable pren el valor per defecte que se suggereix.

Si la simulació, que es basa en les lleis de Newton, fos perfecta, l'energia romandria constant. En la mesura que varia, significa que l'error del càlcul és major.

Respon les preguntes O1, O2, etc., (cadascuna associada a una prova), acabant d'omplir la graella inferior. Us guiaré durant el primer experiment:

- Poseu en marxa el programa KEPLER segons les instruccions del vostre professor.
- Llegiu les tres planes d'ajuda i passeu-les prement qualsevol tecla.
- Premeu la tecla "O" per activar l'opció "Òrbites" del Menú Principal (o RETORN si ja està seleccionada en començar).
- Determineu l'Escala. La graella diu que ha de ser 2.5E5 (la qual cosa vol dir que cada punt de la pantalla equival a 250.000 m). Com que per defecte ja s'ofereix aquest valor només us cal prémer RETORN.
- Determineu la posició del satèl·lit. La graella diu que ha de ser $x=8E6$ $y=0$, o sigui, a 8.000.000 m = 8.000 km del centre de la Terra. Com que ja és el valor proposat només us cal prémer RETORN.
- Determineu la velocitat inicial del satèl·lit. Heu de posar-la a $V_x=0$ $V_y=9000$ m/s. Premeu "N"; així podreu fer la introducció numèrica dels valors. Feu O RETORN i 9000 RETORN. Si tot va bé (segons llegiu la posició proposada a dalt en vermell i veieu al dibuix) premeu novament RETORN per acceptar els valors proposats.
- Determineu el marge d'error permès en cada etapa de les operacions internes. La fixeu a 1E-6 escrivint-ho i fent RETORN.
- El programa començarà a calcular i representar les successives posicions del satèl·lit, les quals van formant una trajectòria. Recordeu que F1 proporciona una ajuda i que la barra espai plega. E indica l'Energia i exc l'excentricitat. Cal que aneu responent les preguntes O1.
- Premeu la BARRA D'ESPAI per acabar l'experiment O1. Llavors la imatge queda congelada fins que qualsevol tecla ens mena al Menú Principal.

Podeu seguir de manera semblant amb O2, O3, etc.

O1: Quina forma té la trajectòria? (Podeu prémer la tecla "L" de "Lapsus" quan vegeu que la trajectòria es tanca). Ara deixeu-lo recórrer 3 o 4 tombs. Nou

Lapsus. Observeu el valor de l'Energia ha anat variant aquesta Energia?, ha anat variant la forma de la trajectòria en diferents toms?

- O2: Canvieu només el marge, per fer-lo més gran. Quines diferències veieu respecte el cas anterior? Com descriuiu la forma de la trajectòria i quant val l'energia després de 3 o 4 toms? A què atribuiu aquestes diferències?
- O3: Calculeu la V_y necessària per a que la trajectòria sigui circular a 10.000 km del centre de la Terra. Us pot ajudar l'opció Fórmules del menú. (Un cop al Menú Principal premeu "F", amb les fletxes aneu a "Trajectòria Circular (v)" i l'escolliu amb RETORN. Quan demani r introduïu 1E7 i RETORN. Apunteu v, però no cal introduir-la, ja que el proper valor ofert per defecte serà el tot just calculat.) Quina és l'excentricitat de la circumferència? Varia la velocitat?
- O4: Anoteu la velocitat mínima i la màxima i descriuiu les seves posicions.
- O5: Canvieu l'escala. Creieu que la trajectòria tindria una forma el·líptica si no hagués xocat amb la Terra?. Quan dispareu horitzontalment un cos prop de la superfície terrestre diem que descriu una trajectòria parabòlica; la trajectòria parabòlica és rigorosament exacta o és una aproximació? Per què?
- O6: Observeu l'Energia. Si és positiva indica que se separa infinitament. Si $exc > 1$ és una hipèrbola (una altra cònica, però que no es tanca). ¿Quin és el seu període?
- O7: Intenteu aconseguir una paràbola (Energia total nul·la). L'opció Fórmules del menú us hi ajuda (la manera de fer-ho és com a O3 però escollint "Paràbola (v)"). Al principi va molt lent, preneu-vos-ho amb calma. Fixeu-vos en les Energies inicials i finals. Compareu-les amb les energies anteriors (experiments O1 fins O6) pel que fa a l'ordre de magnitud. Per què no dóna 0?
- O8: Proposeu i realitzeu vosaltres mateixos un experiment de simulació. Anota els valors i alguna observació si ho creieu oportú.

prova	Escala	Xo	Yo	Vox	Voy	Marge	Eo exc
O1	2.5E5		8E6	0	0	9000	1E-6
O2	2.5E5	8E6	0	0	9000	1E-2	
O3	2.5E5	1E7	0	0	1E-3		
O4	2.5E5	3E7	0	0	2600	1E-5	
O5	1E5		0	8.6E6	3200	0	1E-8
O6	2E6		1E7	0	0	-9400	1E-4
O7	2E6		1E7	0	0	1E-2	
O8							

Llei de les àrees (segona llei)

Kepler enuncià: "El radi vector que uneix cada planeta amb el Sol escombra àrees iguals en temps iguals".

Tot funciona com fins ara, però a més us demana l'interval de temps per dibuixar cadascun dels sectors (que tindran igual àrea). Haureu de triar "Àrees" del Menú Principal, i anar introduint les magnituds que us demanen. Si us equivoqueu

arribareu al final amb "ESC" o RETORN i torneu a començar.

Interessa que, en acabar la graella, pugueu respondre aquestes dues preguntes generals:

Àrees1: On va més de pressa el satèl·lit si en cada part de la trajectòria triga el mateix?

Àrees2: Creieu que la llei de les àrees s'aplica només a òrbites tancades (el·lipse i circumferència) o també a les còniques obertes (paràbola i hipèrbola)?

prova	Escala	Xo	Yo	Vox	Voy	Marge	interval	Energia	exc
A1	1E6	1E7	0	0	8000	1E-5	4000		
A2	2.5E5	1E7	0	0	8000	1E-5	2000		
A3	1E6	1E7	0	0	-9000	1E-5	4000		
A4									

Llei dels períodes (tercera llei)

Com ja recordareu del curs passat, una el·lipse té un semieix major a "a" igual a la meitat de la major distància més gran entre els vèrtexs de l'el·lipse. Kepler enuncià: "El quocient entre el quadrat del període d'un planeta qualsevol i el cub del semieix més gran (SEM) de l'el·lipse que descriu té el mateix valor per a tots els planetes".

Deixarem anar tres satèl·lits alhora en trajectòries el·líptiques (o circulars per al cas particular d'exc=0 que implica radi=SEM). Té sentit estudiar el període de trajectòries obertes (hipèrbola i paràbola)? A mesura que tanquen l'òrbita apareixeran els seus períodes i la relació T^2/a^3 que haurà de ser constant. (¡Mentre ho siguin la massa de la Terra i la constant de gravitació universal!)

L'interval és el temps que passa entre un punt representat i el següent.

Trieu "Períodes" del Menú Principal. Llegeix les dues planes d'instruccions i el repàs sobre les el·lipses.

Preneu Escala=2.5E5 Marge=1E-5 i Interval=200.

Completeu aquests quadres (on T és el Període) per poder, responeu les preguntes globals que els segueixen.

	satel	SEM	exc	T	T^2/SEM^3	Energia
P1	1	8E6	0			
	2	9E6	0			
	3	1E7	0			
P2	1	1E7	0			
	2	1E7	0.1			
	3	1E7	0.3			

Períodes1: Ordeneu, per a cada prova (P1 i P2) els satèl·lits per velocitat angular creixent. (Ordre invers al d'arribada.)

Períodes2: Com depèn l'energia del semieix i com la de l'excentricitat?

Períodes3: Busqueu als apunts o en un llibre a quina relació de constants equival T^2/SEM^3 i comproveu que us dona el mateix. (La calculadora F5 de Fórmules us pot ajudar a fer-ho.)

Exemple d'ús elemental. guia del professor

Llei de les òrbites (primera llei)

- O1: Quina forma té la trajectòria? (Podeu prémer la tecla, "L" de "Lapsus" quan vegeu que la trajectòria es tanca.) EL.LÍPTICA.
Ara deixeu-lo recórrer 3 o 4 tombs. Nou Lapsus. Observa el valor de l'Energia, ha anat variant aquesta Energia?, NO VARIA. Ha anat variant la forma de la trajectòria en diferents tombs? NO VARIA.
- O2: Canvieu només el marge, per a fer-lo més gran. Quines diferències veus respecte el cas anterior? VA MÉS DE PRESSA. PUNTS CALCULATS MÉS ESPAIATS. Com descriu la forma de la trajectòria i quant val l'energia al cap de 3 o 4 tombs? LA TRAJECTÒRIA VA CANVIANT EN SUCCESSIUS TOMBS TENDINT EL SATÈL.LIT A ACOSTAR-SE A LA TERRA. L'ENERGIA VARIA (VA DISMINUÏNT). A què atribueixes aquestes diferències? L'ERROR DE CÀLCUL PERMÈS ÉS MÉS ALT.
- O3: Calculeu V_y necessària per a que la trajectòria sigui circular a 10.000 km del centre de la Terra. 6315,58 m/s. ¿Quina és l'excentricitat de la circumferència? ZERO. ¿Varia la velocitat? NO VARIA.
- O4: Anoteu la velocitat mínima i la màxima i descriu les seves posicions.
MÀXIMA AL PERIGEU (PROP DE LA TERRA) $R=10.000$ Km $V=7.600$ m/s
MÍNIMA A L'APOGEU (LLUNY DE LA TERRA) $R=30.000$ Km $V=2.600$ m/s
- O5: Quina forma creieu que tindria la trajectòria si no hagués xocat amb la Terra? EL.LÍPTICA. Quan disparem horitzontalment un cos prop de la superfície terrestre diem que descriu una trajectòria parabòlica; la trajectòria parabòlica és rigorosament exacta o és una aproximació? ÉS UNA APROXIMACIÓ SUPOSANT g CONSTANT. Per què? ÉS UNA BONA SUPOSICIÓ SI LA DISTÀNCIA AL CENTRE DE LA TERRA VARIA POC. AMB DUES FORMES (TROS D'EL.LIPSE I TROS DE PARÀBOLA) SON FORÇA SEMBLANTS PER A FRAGMENTS PETITS.
- O6: Observeu l'Energia. Si és positiva indica que se separa infinitament. Si $exc > 1$ és una hipèrbola (una altra cònica, però que no es tanca) ¿Quin és el seu període? INFINIT (NO EN TÉ).
- O7: Intenteu aconseguir una paràbola (Energia total nul.la). Fixeu-vos en les Energies inicials i finals. Compareu-les amb les energies anteriors (experiments O1 fins O6) pel que fa a l'ordre de magnitud. LES ENERGIES ANTERIORS SÓN NEGATIVES EN MILIONS DE JOULES PER QUILOGRAM. LA QUE OBTENIM INICIALMENT ÉS UNES DEU MIL.LÈSIMES I LA FINAL VUIT CENTÈSIMES (PRÀCTICAMENT RES COMPARADES AMB LES ANTERIORS) Per què no dona 0? ERROR DE CÀLCUL INHERENT A L'ORDINADOR.
- O8: Proposeu i realitzeu vosaltres mateixos un experiment de simulació.

prova	Escala	Xo	Yo	Vox	Voy	Marge	Eo	exc
O1	2.5E5	8E6	0	0	9000	1E-6	-9.36E6	0.62
O2	2.5E5	8E6	0	0	9000	1E-2	-9.36E6	0.62
O3	2.5E5	1E7	0	0	6315.58	1E-3	-1.99E7	0

O4	2.5E5	3E7	0	0	2600	1E-5	-9.38E6	0.49
O5	1E5			0	8.6E6	3200	0	1E-8
	-4.13E7	0.78						
O6	2E6			1E7	0	0	-9400	1E-4
	+4.29E6	1.22						
O7	2E6			1E7	0	0	8931.58	1E-2
	-1.83E-4	1.00						
O8								

Llei de les àrees (segona llei)

Àrees1: On va més de pressa el satèl.lit si en cada part de la trajectòria triga el mateix?

VA MÉS DE PRESSA COM MÉS A PROP ES TROBA DE LA TERRA.

Àrees2: Creus que la llei de les àrees s'aplica només a òrbites tancades (el.lipse i circumferència) o també a les còniques obertes (paràbola i hipèrbola)? S'APLICA A TOTES LES ÒRBITES (CÒNIQUES OBERTES I TANCADAS) PERQUÈ ES TRACTA DE LA CONSERVACIÓ DEL MOMENT ANGULAR.

prova	Escala	Xo	Yo	Vox	Voy	Marge	t	Energia	exc
A1	1E6	1E7	0	0	8000	1E-5	4000	-7.89E6	0.60
A2	2.5E5	1E7	0	0	8000	1E-5	2000	-7.89E6	0.60
A3	1E6	1E7	0	0	-9000	1E-5	4000	6.13E5	1.03
A4									

Llei dels períodes (tercera llei)

Prenem Escala=2.5E5 Marge=1E-5 Interval=200

Completeu aquests quadres (on T és el Període) per a poder respondre les preguntes globals que els segueixen.

	satel	SEM	exc	T	T^2/SEM^3	Energia
	1	8E6	0	7.1E3	9.9E-14	-2.5E7
P1	2	9E6	0	8.5E3	9.9E-14	-2.2E7
	3	1E7	0	9.9E3	9.9E-14	-2E7
	1	10000	0	9.9E3	9.9E-14	-2E7
P2	2	10000	0.1	9.9E3	9.9E-14	-2E7
	3	10000	0.3	9.9E3	9.9E-14	-2E7

Períodes1: Ordeneu, per a cada prova (P1 i P2) els satèl.lits per velocitat angular creixent.(Ordre invers al d'arribada.)

P1 1 2 3 P2: TOTS IGUALS

Períodes2: Com depèn l'energia del semieix i com de l'excentricitat?

L'ENERGIA AUGMENTA AMB EL SEMIEIX, PERQUÈ ES FA MENYS NEGATIVA. L'EXCENTRICITAT NO HI INFLUEIX. (SIMILITUD AMB ORBITALS.)

Períodes3: Busqueu als apunts o en un llibre a quina relació de constants equival

T^2/SEM^3 i comproveu que us dóna el mateix. (La calculadora F5 de Fórmules us pot ajudar a fer-ho.)

$$T^2 / r^3 = 4 * \pi^2 / (G * \text{MassaTerra}) = 9.8976643E-14$$

KEPLER

Annex 2

Exemple d'ús avançat

Guia de recursos avançats

Juguem a simular un viatge amb la nostra nau des de la Terra fins a la Lluna. Un bon objectiu fóra trobar unes condicions inicials properes a la Terra (posem-hi fins a 10.000 km del seu centre) de manera que temporalment o definitivament el satèl·lit girés al voltant de la Lluna.

Lluna fixa

Escolliu "Recursos Avançats" del Menú Principal i "Lluna Fixa" un cop us trobeu a "Recursos Avançats". Llegiu atentament les instruccions. El cercle castany al voltant de la Lluna representa la separació entre les zones d'influència predominant de les atraccions lunar i terrestre.

En el sistema sinòdic ("Lluna Fixa") apareixen forces virtuals (donat que, en realitat, la Lluna es mou) que poden originar corbes molt elegants, encara que poc intuïtives. Comenceu omplint aquesta graella. Preneu $\text{marge}=1E-5$.

prova	Xo	Yo	Vox	Voy	Descripció del moviment
-------	----	----	-----	-----	-------------------------

L1	3.6E8	0	0	600
L2	3.6E8	0	0	
L3	5E6	7E6	11000	3600
L4	2.8E8	1.8E8	0	0
L5	-7E8	0		
L6	1.92E8	3.3255E8	0	0
L7				

- L1: ¿Què observeu?
- L2: Volem obtenir un moviment circular al voltant de la Lluna. Per aproximar-nos-hi suposem que la Lluna està sola, i de "Fórmules", grup "Lluna", càlcul "Trajectòria Circular (v)", trobem la velocitat a que hauria d'anar el satèl·lit si la Terra no influís i la Lluna romangués quieta. Introduïeu $r_l=2.4E7$ (ja que $Dist_{TL}=3.84e8$ i fixem la distància a la Terra $r=3.6E8$). És ben circular? Per què?
- L3: Partim des de prop de la Terra, apuntant prop de la Lluna. Què observeu?
- L4: Partim des d'un punt lluny de la Terra i la Lluna, sense velocitat (en el sistema de referència) Què observeu?
- L5: L'experiment G5 serà una "caiguda lliure" (deixem caure el satèl·lit sense velocitat inicial al sistema sideri). A partir del càlcul de transformació "Sideri A Sinòdic" del grup "Ambdós" de "Fórmules", introduïu els valors de G5 ($t=0$), obteniu les velocitats per realitzar l'experiment equivalent des del punt de vista sinòdic. Fixeu-nos-hi i compareu-lo després amb G5. Per què ha girat tant en sentit horari?
- L6: Existeixen uns punts d'equilibri en els quals s'anul·len les forces i un cos deixat allí no s'hauria de moure per a temps petits. Formen un triangle equilàter amb la Terra i la Lluna. Què hi veieu? Registreu el temps de tant en tant.
- L7: Feu les proves que la vostra imaginació us proposi. Per estalviar-vos moltes proves, "Fórmules" us pot acostar a la solució que probablement caldrà finalment trobar per "tempteig i error".

Girant la lluna

El sistema sideri resulta "gairebé" inercial. Seguiu amb $marge=1E-5$. Observeu que cada quadrant recorregut per la Lluna és una setmana i una volta, un més. Podeu graduar l'angle de la Lluna per a temps zero, i si quan la Lluna gira voleu que s'esborri la seva posició anterior o que "deixi rastre". Si no s'indica d'una altra manera a les observacions de la graella, preneu Angle Inicial de la Lluna igual a zero i amb rastre.

prova	Xo	Yo	Vox	Voy	Observacions
G1	3.6E8	0	0	1555.47	
G2	3.7E8	0	0		
G3	7E6	0	10600	0	Angle=-40
G4	7E6	0	10580	0	Angle=-45
G5	-7e8	0	0	0	

G6
G7

Rastre NO

- G1: Comproveu que aquestes velocitats vénen de L1, passant de sinòdiques (Lluna fixa) a inercials (Lluna girant), utilitzant "De Sinòdic a Sideri" del grup "Ambdós" de "Fórmules". Distingiu les mateixes "fases" del moviment que a L1?
- G2: Obté Voy com a G1 (opció Fórmules), amb les dades de L2. Fixeu-vos bé que L2 i G2 representen el mateix moviment vist des de dos sistemes de referència diferents. Relacioneu l'acostament i allunyament de la Lluna amb la velocitat del satèl·lit.
- G3: Al principi anirà lent. Què observeu?
- G4: Què observeu?
- G5: Per què no és una trajectòria absolutament recta aquesta "caiguda lliure"?
- G6: Utilitzant "De Sinòdic a Sideri" del grup "Ambdós" de "Fórmules" realitzeu l'experiment equivalent a L6. És visible alguna mena d'equilibri?

Treballem amb les trajectòries

Un cop activat l'enregistrament de trajectòries (Menú Recursos Avançats, opció "Enregistrem trajectòries"), torneu a repetir l'experiment L1. Quan us demani el nom del fitxer li poseu un nom. Podria ser el vostre cognom, o el dia d'avui, o el vostre poble, però va bé posar noms que descriguin i identifiquin allò que emmagatzemen, en aquest cas, a més del nom xifrat que s'ofereix (amb les primeres xifres dels valors inicials), et proposem posar-li VARIACIONS.TRJ (l'extensió es posa automàticament). És convenient que disposeu d'un disc flexible per desar el fitxer resultant o demanar autorització al professor per ocupar el disc dur. Més endavant accepta que s'enregistrin els primers 50 punts obtinguts "experimentalment". Observa que aviat la llum del disc escollit s'encén, per indicar que la informació s'està guardant.

Un cop al menú de Recursos Avançats podeu procedir a la visualització dels resultats acabats de desar. Activeu l'opció "Mirem trajectòria enregistrada". Dieu a quin disc (i subdirectori si cal) teniu VARIACIO.TRJ enregistrat. La data i l'hora poden servir per reconèixer arxius amb noms molt semblants. Amb les tecles de cursor i RETORN esculliu VARIACIO.TRJ. Un cop representats gràficament el conjunt de punts enregistrats, passeu a l'anàlisi de punts concrets, deixant-vos en el darrer registre (mode text).

Premet la tecla "Home" (retolada de vegades com "Inicio"), mireu el primer punt enregistrat. Ha de correspondre a les condicions inicials del llançament. Podeu desplaçar-vos amb els cursors endavant i enrere. G presenta la gràfica amb el punt pampalluguejant.

Mireu el segon punt enregistrat. Com ha canviat X? Per què? Com justifiqueu la variació de la Y?

Passeu al darrer punt enregistrat (50). Com relacioneu la posició del satèl·lit amb els signes de l'acceleració de la gravetat terrestre?

Si disposeu d'impressora, podeu estudiar més còmodament una trajectòria. Escolliu "Imprimim trajectòria" del menú secundari i escolliu com heu fet abans (a "Mirem

trajectòria enregistrada") el fitxer VARIACIONS.TRJ. Podeu introduir un camp calculat, com per exemple, el de nom "Moment angular" i fórmula " $x \cdot V_y - y \cdot V_x$ ". (Si la trajectòria hagués estat amb "Òrbites", sense la Lluna, romandria constant.) Quan no vulgueu gastar més paper premeu ESC. Podeu apagar la impressora si voleu ser expeditius d'altrament continuarà fins que hagi escrit allò que té en memòria.

Treballem amb les pantalles

Si disposeu d'un disc flexible o permís per escriure al disc dur, repetiu l'experiment A3 (opció Àrees del Menú Principal, seguint el guió d'ús elemental). Un cop aturat pel seu "natural" premeu "G" i anomenau-lo SECTORS.KPL (l'extensió s'afegeix automàticament). Notareu com s'introdueix la informació de la pantalla al disc que heu triat.

Podeu visualitzar aquesta pantalla amb l'opció "Recuperem Pantalla" del menú de recursos avançats. Introduïreu el nom de la unitat de discos (i el subdirectori si cal) i seleccionareu la pantalla mitjançant RETORN.

Si disposeu d'impressora podeu fer-ne una còpia: un cop es vegi la pantalla sencera premeu alhora la tecla de canvi a majúscules (Shift) i la que diu "ImpPt", "PrtScr", o similar. Obtindreu un "abocat" o "fotocòpia" de la pantalla.

Exemple d'ús avançat. guia del professor

Lluna fixa

Un cop omplerta la graella amb $\text{marge}=1\text{E}-5$ resulta:

prova	Xo	Yo	Vox	Voy	Descripció del moviment
L1	3.6E8	0	0	600	
L2	3.6E8	0	0	451.65	
L3	5E6	7E6	11000	3600	
L4	2.8E8	1.8E8	0	0	
L5	-7E8	0	0	1857.86	
L6	1.92E8	3.3255E8	0	0	
L7					

L1: Què observeu? Tombs al voltant de la Lluna, marxa i s'hi estavella.

L2: És ben circular? ¿Perquè? Per influència de la Terra.

L3: Què observeu? Passa de llarg de la Lluna: l'atracció no és prou forta.

L4: Què observeu? Fa "pètals" o "punts de llança" al voltant de la Terra sense entrar en l'àmbit d'influència de la Lluna.

L5: Per què ha girat tant en sentit horari? En realitat és la Lluna que es desplaça en sentit anti-horari, i tot els punts semblen girar en sentit horari perquè els eixos de l'experiment roden amb la lluna.

L6: Què hi veieu? Roman en una petita regió per a molt de temps per exemple després de 130 milions de segons.

L7:

Girant la Lluna

prova	Xo	Yo	Vox	Voy	Observacions
G1	3.6E8	0	0	1555.47	
G2	3.7E8	0	0	1407.12	
G3	7E6	0	10600	0	Angle=-40
G4	7E6	0	10580	0	Angle=-45
G5	-7e8	0	0	0	
G6	1.92E8	3.3255E8	-882.62	509.59	Rastre NO
G7					

- G1: Distingiu les mateixes "fases" del moviment que a L1? Sí. Primer prop de la Lluna, després s'allunya i finalment s'hi estavella.
- G2: El satèl.lit va girant al voltant de la Lluna, com a l'experiment L2. Quan s'hi acostava, la velocitat augmenta.
- G3: Al principi anirà lent. Què observeu? El satèl.lit i la Lluna es reuneixen en una "cita". El satèl.lit retorna a la Terra després de formar un "8".
- G4: Què observeu? Lluna i satèl.lit s'acosten i el satèl.lit queda en un seguit d'òrbites el.líptiques al voltant de la Terra fins que, novament influït per la Lluna, "cau" a la Terra.
- G5: Per què no és una trajectòria absolutament recta aquesta "caiguda lliure"? Per efecte centrífug rotació real Terra i influència Lluna.
- G6: És visible alguna mena d'equilibri? El satèl.lit recorre aproximadament la mateixa òrbita que la Lluna.

Treballem amb les trajectòries

Mireu el segon punt enregistrat. Com ha canviat X?
De 3.600000E8 a 3.600058E8. Per què? Per atracció de la Lluna. Com justifiqueu la variació de la Y? De 0 a 6.14E5, per direcció velocitat inicial.
Passeu al darrer punt enregistrat (50). Com relacioneu la posició i l'acceleració de la gravetat terrestre? El punt és al primer quadrant i la força és central. $x>0$ $y>0$ $a_x<0$ $a_y<0$.