

Boles

Josep Alsinet i Caballeria; Carles Barceló i Vidal; Antoni Gomà i Nasarre
Programa d'Informàtica Educativa, 1988.

1. ESPECIFICACIONS GENERALS

- 1.1. Nom del programa
- 1.2. Autor
- 1.3. Temàtica
- 1.4. Assignatura
- 1.5. Nivell escolar
- 1.6. Descripció Tècnica

2. INSTRUCCIONS DE FUNCIONAMENT

- 2.1. Dinàmica de funcionament
- 2.2. Opcions

3. ASPECTES PEDAGÒGICS

- 3.1. Objectiu del programa
- 3.2. Coneixements previs
- 3.3. Fonamentació teòrica
- 3.4. Metodologia d'ús

4. GRÀFICS

1. ESPECIFICACIONS GENERALS

1.1. Nom programa

BOLES I ATZAR

1.2. Autors

Seminari Permanent d'Estadística de l'I.C.E. de la Universitat Autònoma de Barcelona:

- Josep ALSINET i CABALLERIA, professor de l'I.E.S. del Vallés, Sabadell.
- Carles BARCELÓ i VIDAL, professor de l'I.B. "Salvador Espriu", Salt.
- Antoni GOMÀ i NASARRE, professor de l'I.B. "Joanot Martorell", Esplugues de Llobregat.

1.3. Telemàtica

Estudi pràctic de la Llei Empírica de l'Atzar mitjançant la simulació de successives extraccions de boles d'una bossa, fetes amb reemplaçament, i l'observació del color de la bola.

1.4. Assignatura

Matemàtiques.

1.5. Nivell escolar

El programa serà útil en qualsevol moment en què hom vulgui introduir el concepte de probabilitat i preparar el camí per l'explicació de les tècniques de mostreig.

Creiem que el plantejament que es fa en aquest programa el fa ben assequible a les edats de 14 a 16 anys (i, fins i tot, si es creu convenient introduir el tema, de 12 a 14).

També serà una bona eina de repàs quan, per alumnes de major edat (COU, per exemple) calgui reprendre l'estudi de les probabilitat.

1.6. Descripció tècnica

L'arxiu que conté el programa es denomina BOLES.EXE i és escrit en llenguatge GW-BASIC i compilat posteriorment. Requereix poder accedir a l'arxiu BRUN20G.EXE des del disquet o subdirectorí des d'on es cridi el programa, que caldrà executar amb la comanda BOLES.

2. INSTRUCCIONS DE FUNCIONAMENT

2.1. Dinàmica de funcionament del programa

El programa, essencialment, consisteix en la simulació de l'extracció successiva de boles d'una bossa on hi ha 20 boles verdes, vermelles o grogues, i la visualització en un gràfic de l'evolució de les freqüències relatives dels nombres de boles de cada color que han sortit. Es tracta, doncs, fonamentalment, d'un programa d'observació.

El gràfic núm. 1 mostra la forma con s'ha dissenyat la pantalla per tal de tenir-hi la informació convenient.

S'ha situat a la zona esquerra la bossa i s'hi fan visuals les successives extraccions de boles. També es manté sempre en pantalla el gràfic de les freqüències relatives: hom hi veu com es van generant una corba verda, una de vermella i una de groga que representen, naturalment, les freqüències relatives d'extraccions de boles de cada color. Cada 8 extraccions és pintat un punt d'aquestes corbes i aquesta cadència ens ha semblat suficient per poder anar veient l'evolució de l'experiment.

Quan l'usuari vol conèixer una informació més detallada, pot obtenir-la polsant la tecla F1, cosa que s'havia dut a terme en el gràfic esmentat. Això ens ha permès de conèixer el nombre de proves, les freqüències absolutes i el valor numèric de les freqüències relatives. Hom pot pensar que seria bo que aquesta informació estigués sempre present a la pantalla i això seria ben raonable. Tanmateix, voler actualitzar i fer visuals totes aquestes dades a cada extracció alenteix innecessàriament el programa: hem cregut més oportú que sigui l'usuari que decideixi quan la vol conèixer. Quan ho cregui convenient,

llavors, farà que continuï l'execució del programa amb la tecla F2.

Indiquem, finalment un detall que, en algun moment, detura l'acció del programa: les boles de la bossa "es remenen". Això, que en un experiment real segurament faríem ben sovint té la finalitat de compensar les possibles desviacions que tingui la llista de nombres aleatoris incorporada al GW-basic, perquè no és solament un efecte "visual" sinó que es té en compte, en el programa, per als sorteigs posteriors.

2.2. Opcions del programa

El programa presenta dues opcions diferenciades de treball que s'expliquen seguidament.

a) Amb la composició de la bossa coneguda, que pot haver estat triada (pel que fa als colors de les 20 boles) pel propi usuari o bé seleccionada aleatòriament pel programa. Aquesta és l'opció de treball de la que es mostra un bolcat de pantalla al gràfic 1.

b) Amb la composició de la bossa desconeguda; en aquest cas sempre són triats aleatòriament els colors de les 20 boles.

En aquest cas, a part de la possibilitat de coneixement en qualsevol moment dels valors de les freqüències, la tecla F3 permet a l'usuari donar la seva estimació de la composició de la bossa, tal com s'havia fet en el gràfic 2, que mostra un bolcat de pantalla d'aquesta opció de treball.

Si l'estimació de l'usuari és correcta, és a dir que de l'observació de les freqüències d'extraccions de cada color i del fet que hi ha 20 boles ha pogut deduir-ne la composició de la bossa, aquesta "es destapa" i l'experimentació continua com a l'opció anteriorment explicada.

En canvi, si l'estimació que fa l'usuari no és correcta li apareix la pregunta Vols fer una altra estimació? (S/N)

Si la resposta és afirmativa el programa continua amb la bossa tapada, fent successives extraccions i mantenint activades les tecles F1 (per conèixer els valors de les freqüències) i F3, que caldrà polsar quan hom cregui que pot donar novament l'estimació de la composició de la bossa. En cas contrari, si no volem fer un altre intent d'estimació, el programa mostra en aquell mateix moment la composició de la bossa i segueix com en la primera opció de treball.

Quan hom vol deturar l'exemple que està estudiant ho ha d'indicar amb la polsació de la tecla F9. En aquest cas (o de tota manera quan hom ha arribat a 1600 proves) el programa ofereix la possibilitat de comparar les freqüències obtingudes amb les probabilitats de treure bola de cada color. Aquests valors són representats sobre el gràfic per unes línies horitzontals, cosa que permet veure l'aproximació de les corbes del gràfic de freqüències relatives a la horitzontal que marca les probabilitats.

Diguem, finalment, que la tecla F10 està programada per acabar el treball amb el

programa.

3. ASPECTES PEDAGÒGICS

3.1. Objectiu del programa

a) Facilitar la comprensió de la Llei Empírica de l'atzar i ajudar en la introducció del concepte de probabilitat.

b) Ja assolit l'anterior concepte, començar a entrar en l'estimació de proporcions en una població mitjançant la presa de mostres.

3.2. Coneixaments previs

S'ha pensat el programa perquè serveixi, inicialment, d'introducció al concepte de probabilitat. Es per això que es requereixen ben pocs coneixements previs: cal tenir una idea de què representa un fenomen aleatori i què són la freqüència absoluta i la freqüència relativa d'un esdeveniment quan l'experiment es repeteix moltes vegades.

3.3. Fonamentació teòrica

No s'ha pretès, en cap moment, fer una "llició teòrica" sinó dotar d'una eina que permeti fer moltes repeticions d'una experiència aleatòria i, així, fer una simulació pràctica que permeti presentar la Llei Empírica de l'atzar.

L'estabilització de les freqüències relatives entorn a un valor fix no és pas difícil de veure, conceptualment i empírica, i més quan el programa permet fer un gran nombre de proves de l'experiència (fins a 1600), com en aquest cas.

Es va decidir d'adoptar una presentació visualment atractiva de l'experiència a estudiar i és per això que es va optar per les boles de colors. Pensem que una experiència amb tres esdeveniments "bàsics" com és la que es presenta, on s'estudien les freqüències de treure bola vermella, verda o groga ja permet al professor fer totes les consideracions que interessin en relació al tema.

Com que, per altra banda, també es pot triar la composició de la bossa, hom pot situar-se, si així li interessa a una experiència amb dos únics resultats amb què poder estudiar la Llei Empírica de l'atzar.

La possibilitat de fer l'experiència sense conèixer el contingut de la bossa i, a la vista de les freqüències relatives intentar esbrinar-lo ens permet afrontar un altre objectiu del programa: podem començar a entrar en l'estimació de proporcions en una població, és a dir veure com es reparteixen diversos caràcters els seus elements, mitjançant la presa de mostres.

Efectivament, el fet de fer les successives extraccions amb reemplaçament, permet entendre el conjunt de totes elles com una mostra seleccionada de la població. Ara, com

que en aquest cas se sap que sempre hi ha 20 boles, aquesta dada suplementària permet "fer el salt" de proporcions a l'estimació del contingut de la bossa, veient quina és la composició que fa que les proporcions de boles de cada color siguin més properes a les freqüències relatives observades.

3.4. Metodologia d'ús

Creiem que el programa es d'ús individual o, en tot cas, així pot ser ben útil. Tanmateix si hom pot disposar de sortida a pantalla gran, aquest programa pot fer molt bé el paper de "pissarra electrònica" amb què acompanyar les explicacions del professor.

El treball individual ha de ser, és clar, dirigit pel professor. Pensem que després d'una breu introducció a la idea d'experiment aleatori, d'esdeveniment d'un tal experiment i de freqüències -absoluta i relativa- es pot deixar que els alumnes treballin amb el programa.

Entenem que el primer contacte amb el programa ha de ser amb la composició coneguda. Fins i tot pot ser bo, per començar, que el professor suggereixi unes composicions iguals per a tothom i que els faci veure què d'igual i que de diferent tenen les experimentacions d'un ordinador amb les del costat.

Poden ser útils en aquest context composicions d'aquests tipus:

{ 10 boles vermelles i 10 grogues }

{ 15 boles vermelles i 5 grogues }

{ 10 boles verdes, 5 boles grogues, 5 boles vermelles }...

acompanyades de preguntes del tipus "què passa amb les freqüències si hi ha el mateix nombre de boles de dos colors?"; "_... i si n'hi ha el doble d'un color que d'un altre?", etc.

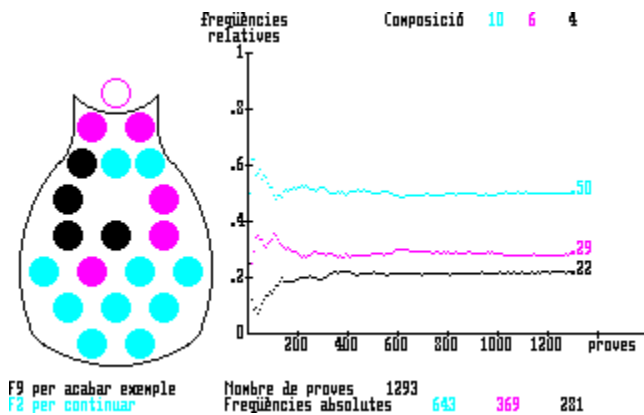
A continuació es deixarà que els alumnes experimentin amb la composició aleatòria... i després d'una estona ben segur que tindran ja una idea ben clara de la Llei Empírica de l'atzar i, possiblement, de la Fórmula de Laplace per als experiments amb esdeveniments elementals equiprobables.

Serà més endavant, potser en una altra sessió, per tal d'anar avançant en el tema de probabilitats, quan se'ls farà treballar "amb la bossa tapada" i, llavors, s'acabarà d'assentar la idea de la Fórmula de Laplace i podrà el professor començar a comentar els temes associats amb les tècniques de mostreig. D'alguna manera creiem que és aquesta possibilitat la que pot fer "diferent" aquest programa sobre la Llei Empírica de l'atzar d'altres formulacions sobre el mateix tema.

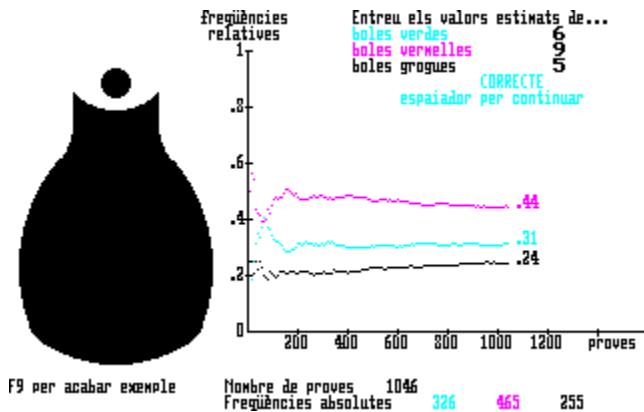
El suggeriment de treball d'estimació de proporcions s'emmarca en un tema ben interessant com és el de les tècniques de mostreig. Ens ha de permetre fer intuïr, per una banda, com és que el nombre d'extraccions (més endavant la mida de la mostra) necessàries per a poder estimar la proporció de boles de cada color és independent de la mida de la mostra. Per altra banda el professor podrà explicar que la tècnica d'extracció amb reemplaçament és la convenient en una mostra. Convé fer avinent, finalment, que si en aquest programa es pot fer "el salt" des de les proporcions, estimades en base al coneixement de les freqüències relatives, cap a la composició exacta de la bossa (és a dir

a probabilitats) i això es pot fer amb força garanties d'èxit és pel fet que coneixem una dada suplementària: hi ha 20 boles. Ben diferent seria aquest aspecte si hi hagués 200 o 2000 boles... El programa MOSTRES d'aquest mateix recull ens comenta més el risc que llavors tindríem per a estimar proporcions.

4. GRÀFICS



Gràfic núm 1. Opció primera de treball en un moment en què l'usuari ha pulsat la tecla F1 per a demanar la informació dels valor de les freqüències.



Gràfic núm 2. Opció de treball "amb la bossa tapada" en un moment en què l'usuari ha estimat (i encertat!) el nombre de boles de cada color.