

Parametr

Carles Barceló i Vidal

Programa d'Informàtica Educativa, 1988.

1. ESPECIFICACIONS GENERALS

- 1.1. Nom del programa
- 1.2. Autor
- 1.3. Temàtica
- 1.4. Nivell

2. INSTRUCCIONS DE FUNCIONAMENT

- 2.1. Introducció de funcions
- 2.2. Tipus de representació
 - 2.3. Escala de representació. Canvis d'escala
 - 2.4. Representació de punts particulars
 - 2.5. Trama
 - 2.6. Errors d'introducció

3. ASPECTES PEDAGÒGICS

- 3.1. Objectius generals
- 3.2. Coneixements previs
- 3.3. Metodologia d'ús

4. ANEX

1. ESPECIFICACIONS GENERALS

1.1. Nom del programa

Representació de funcions en forma paramètrica (nom d'arxiu PARAMETR.EXE)

1.2. Autor

Carles Barceló i Vidal

formant part del Grup EIX amb:

Carles Bailo i Mompart
Joaquim Castellsaguer i Guanyabens
Antoni Gomà i Nasarre
Ferran Ruiz i Tarragó
Joan Antoni Sellarès i Chiva

1.3. Temàtica

Representació gràfica de corbes del pla definides a partir de les corresponents equacions paramètriques $X=X(T)$, $Y=Y(T)$, per $T \in [T1, T2]$.

1.4. Nivell

És d'aplicació sobretot dins de l'àmbit de l'assignatura de Matemàtiques tot i que pot

resultar útil per altres disciplines com ara la Mecànica i, fins i tot, el Dibuix Tècnic.

El programa és d'aplicació en qualsevol tema -sigui de B.U.P., C.O.U. o F.P. - en que resulti necessari l'estudi d'alguna corba definida paramètricament.

2. INSTRUCCIONS DE FUNCIONAMENT

El programa consta d'un únic mòdul el qual es limita a representar gràficament en una mateixa referència cartesiana una o més corbes, fins un màxim de 10 .

Prement F2 hom pot reiniciar l'execució del mòdul sense necessitat de cridar novament el programa des del sistema operatiu. Per abandonar definitivament l'execució del programa cal prémer la tecla de funció F1 .

2.1. Introducció de funcions.

2.1.1. L'usuari ha d'introduir les equacions paramètriques $X(T)$ i $Y(T)$ de la corba a representar d'acord amb les regles exposades al plec de documentació "Normes per a l'escriptura de funcions". Hom farà servir el caràcter T (o t) per simbolitzar el paràmetre d'ambdues equacions.

2.1.2 En cas d'error en la introducció de l'expressió de $X(T)$ o de $Y(T)$, el programa reclamarà una nova entrada per part de l'usuari.

2.1.3 Una vegada introduïdes les expressions de $X(T)$ i de $Y(T)$ l'usuari introduirà l'interval $[T1, T2]$ de variació del paràmetre T. El programa es limita a controlar que $T2$ sigui major que $T1$.

2.2. Tipus de representació

2.2.1 Les representacions gràfiques són totes de tipus "proporcional", és a dir, prenent la mateixa unitat de graduació en els dos eixos de coordenades

2.2.2 No cal preocupar-se de les qüestions relatives al domini de definició o al camp d'existència de les funcions $X(T)$ i $Y(T)$. El programa es limita a representar -dins del camp d'existència comú a ambdues funcions restringit a l'interval $[T1, T2]$ introduït per l'usuari- tots els punts de la corba que resultin visibles dins la finestra.

2.2.3 La representació s'efectua punt a punt. En cada punt que es representa, el programa calcula la derivada de les funcions $X(T)$ i $Y(T)$ per tal d'avaluar la magnitud de l'element d'arc de la corba i, d'aquesta manera, decidir l'increment que cal donar al paràmetre T per tal que la gràfica no presenti "buits" notables que la desvirtuïn. Això fa que la representació pugui semblar lenta.

2.2.4 En cas que la gràfica d'una corba no tingué visible cap punt dins la finestra,

l'usuari seria informat de tal circumstància podent tot seguit canviar l'escala de representació o la referència (veure apartat següent). Encara que l'usuari no decideixi fer cap d'aquests canvis, el programa "arxiva" la corba, tenint-la en compte a tots els efectes.

2.2.5 El programa fa recórrer al valor del paràmetre T tot l'interval de representació $[T1, T2]$ decidit per l'usuari, independentment de si aquells valors corresponen o no a punts de la corba visibles dins la finestra gràfica de la pantalla. Per tant, els períodes durant els quals el programa estigui considerant valors de T corresponents a punts no visibles, pot donar la falsa impressió que el programa està aturat. Prement la tecla de funció F3 hom pot obtenir informació del valor del paràmetre T que el programa està considerant i dels valors $X(T)$ i $Y(T)$ corresponents.

2.3. Escala de representació. Canvis d'escala i de referència.

2.3.1 El programa escull inicialment una escala de representació que assigna 25 punts de pantalla a la unitat de mesura i gradua els dos eixos de coordenades de 1 en 1.

2.3.2 El programa ofereix a l'usuari la possibilitat de canviar l'escala de representació mitjançant la introducció d'un factor K de canvi d'escala -enter, decimal o fraccionari- que fa que el nombre de punts de la unitat de mesura quedi multiplicat per aquest factor K . La graduació dels eixos és adaptada convenientment per tal de tenir una visió permanent de l'escala de representació en que s'està treballant. En una de les quatre cantonades de la finestra gràfica apareix indicat el valor de les graduacions que apareixen en els eixos.

2.3.3 El programa facilita també la possibilitat de traslladar paral·lelament els eixos de coordenades a qualsevol lloc de la finestra gràfica sempre i quan el nou origen de coordenades romangui visible. El punt on aquest ha de ser traslladat s'indicarà donant les seves coordenades referides al sistema de referència existent en aquell moment.

2.3.4 El canvis d'escala i de referència s'ofereixen abans i després de la representació gràfica de qualsevol corba.

2.3.5 Després de tot canvi, es reproduïxen totes les gràfiques presents en el moment del canvi. Si durant aquest procés de reproducció alguna de les gràfiques no resultés visible, el programa demanaria a l'usuari si vol canviar novament l'escala de representació o la referència.

2.4. Representació de punts particulars

2.4.1 L'usuari pot representar un punt qualsevol de la gràfica de la funció que en aquell moment s'està tractant mitjançant la introducció del corresponent valor del paràmetre T . El programa proporciona els valors de les dues coordenades $X(T)$ i $Y(T)$ i representa gràficament el punt corresponent sempre que aquest sigui visible.

2.4.2 Aquesta possibilitat de representació de punts particulars s'ofereix tant abans com després de cada representació gràfica i fins i tot en el cas que, a resultes d'un

canvi d'escala o de referència, hagin d'ésser representades novament totes les gràfiques.

2.4.3 Tal com s'ha comentat abans, en el decurs de la representació d'una corba, prement F3 hom obté informació sobre el valor del paràmetre T que en aquell moment s'està considerant així com dels valors de les coordenades $X(T)$ i $Y(T)$ del punt corresponent. Si aquest és visible dins la finestra gràfica, és ressaltat amb la representació d'una minúscula circumferència.

2.5. Trama

El programa ofereix la possibilitat de representar una trama dins la finestra gràfica per tal de facilitar la millor localització dels punts a través de llurs coordenades. Aquest oferiment és realitza després de cada representació gràfica i sempre i quan la trama no estigui ja representada.

2.6. Errors d'introducció

2.6.1 El programa realitza un control immediat dels valors numèrics i caràcters entrats per l'usuari. Si es detecta un error en la introducció, l'ordinador emet un senyal acústic, esborra en la pantalla el valor introduït i reclama novament la introducció del nou valor o caràcter.

2.6.2 El programa no informa del tipus d'error comés per l'usuari. Els errors més habituals que es poden cometre són:

- Entrar un caràcter diferent a l'esperat pel programa.
- Escriure incorrectament un valor numèric.
- Introduir un valor negatiu o nul del factor K de canvi d'escala.
- Prémer únicament la tecla \downarrow com a resposta a la demanda d'entrada d'un valor numèric.

3. ASPECTES PEDAGÒGICS

En l'actual currículum escolar - tant de B.U.P., C.O.U. com F.P. - no es contempla en cap moment l'estudi sistemàtic de les corbes planes definides paramètricament. Tan sols a l'hora d'iniciar l'estudi de la geometria analítica del pla, hom sol introduir el concepte d'equacions paramètriques d'una recta que més tard continua amb les equacions paramètriques de rectes i plans pròpies de la geometria de l'espai. Com a màxim, l'alumne arriba a tractar - i encara molt de passada - les equacions paramètriques de la circumferència i de l'el·lipse. Per tant, des d'un punt de vista estrictament matemàtic, l'alumne desconeix certament el significat final de les equacions paramètriques d'una corba plana.

Paradoxalment, però, l'ensenyament de la Mecànica en cursos avançats de B.U.P. i en el C.O.U. comporta l'estudi de la trajectòria seguida per un mòbil o una partícula - ja

sigui al pla o a l'espai- sotmesa a determinades forces d'atracció i repulsió. En últim terme, aquesta trajectòria queda unívocament determinada per les seves equacions paramètriques. Tot i que a la pràctica les limitacions matemàtiques dels alumnes d'aquest nivell obliguen a restringir la resolució d'exercicis a situacions molt senzilles, entenem que resulta certament agosarat abordar l'estudi d'aquests temes sense assegurar prèviament que l'alumne disposa d'un mínim coneixement - encara que només sigui intuïtiu- del significat de les equacions paramètriques d'una corba. La utilització d'aquest programa, entenem, hi pot contribuir d'alguna manera.

3.1. Objectiu general

L'únic objectiu que persegueix el programa és el de facilitar la representació gràfica clara i acurada de qualsevol corba plana definida paramètricament.

3.2. Coneixements previs

L'únic requeriment és la familiarització amb les representacions gràfiques de corbes planes definides paramètricament i amb la forma d'escriure les funcions i expressions algebraïques.

3.3. Metodologia d'ús

En tractar-se d'un programa que està pensat més com una eina d'ajuda en un moment determinat que no pas per desenvolupar un tema en concret del currículum escolar, no es pot parlar d'una metodologia específica del seu ús a classe.

4. ANEX: Normes d'introducció de funcions per teclat

Alguns dels programes del grup EIX (FUNCDER, ITER, PARAMETR, GRAFICAC i POLAR) i el programa DERIVA inclouen una subrutina específica d'avaluació de funcions entrades des de teclat. Aquesta subrutina permet entrar una funció com una cadena de caràcters (string) en un programa BASIC i calcular els seus valors numèrics per als valors de la variable que siguin del domini o poder rebre un missatge explicatiu per als que no siguin del domini.

A més, aquesta subrutina possibilita:

* La inclusió de funcions que el BASIC no contempla directament.

* L'entrada de funcions amb el llenguatge "usual" de les matemàtiques, és a dir, sobre tot, escriure-les evitant signes de producte i determinats parèntesis en arguments de funció, tal com ho fem en l'escriptura ordinària quan no hi ha confusió.

ELEMENTS PERMESOS EN L'ESCRITURA DE LA FUNCIO:

Podem usar en l'escriptura de la funció els següents elements:

- * Parèntesis, oberts i tancats.
- * Signes aritmètics: + - * / ^ amb els resultats usuals (suma, diferència, producte, quocient, potenciació) però amb les possibilitats d'omissió que s'expliquen més avall.
- * La variable, escrita en majúscula o en minúscula (ja sigui X, A, T, segons ho indiqui el programa de què es tracti).
- * Noms de funcions elementals amb els codis que s'expliquen seguidament. Podran anar descrites en majúscules o en minúscules.

Trigonomètriques:	el sinus, escrit	SIN
	el cosinus,	COS
	la tangent,	TAN o bé TG

Trigonomètriques inverses:	l'arc sinus,	ASN o bé ARCSIN
	l'arc tangent,	ATN, ARCTG o bé ARCTAN

Hiperbòliques:	sinus hiperbòlic,	SINH
	cosinus hiperbòlic,	COSH
	tangent hiperbòlica,	TANH o bé TGH

Logaritme neperià:	LN o bé LOG
--------------------	-------------

Funció exponencial de base e: EXP o bé e^

Arrels:	arrel quadrada,	SQR
	arrel d'índex n, ARn	(n_N, n_2)
	exemples: AR3, AR8, AR23, ...	

Aritmètiques:	part entera,	INT
	signe,	SGN
	valor absolut,	ABS

L'argument de la funció no caldrà escriure'l entre parèntesis si no hi ha confusió, com s'explica més avall.

- * Números en notació decimal (però, la , i la ' són admeses com a punt decimal si hom ha controlat abans l'entrada de la cadena adequadament) o científica i, a més, e i PI s'admeten entrats així (en majúscules o minúscules) perquè representen les que segurament són les dues constants més importants de les matemàtiques.

Entre un element i un altre es poden posar espais en blanc que facilitin l'escriptura... però no en mig d'un nom de funció ni, naturalment, en mig d'un número.

NORMES PER L'ESCRITURA DE LES FUNCIONS:

L'avaluador permet entrar la funció en una forma molt semblant a com s'escriuria a la classe o l'escriuen els textos.

Tanmateix, hi ha una limitació que no podem pas salvar: la cadena de caràcters representativa de la funció haurà de ser escrita "en un sol nivell". No valdran subíndexs o exponents ni fraccions amb una expressió damunt de la línia i una altra a sota. És per això que es recomana emprar els parèntesis per a explicitar clarament qualsevol expressió on hi hagi possibilitat de confusió amb el signe ^ de potència.

En relació amb l'entrada de funcions en BASIC o altres llenguatges de programació, aquestes són les diferències fonamentals:

Podem ometre el signe * quan no hi hagi confusió però procurarem escriure en els productes on un factor sigui numèric aquest al davant.

Exemples:

Podem escriure $3x$ enlloc de $3*x$, però no $x3$ en lloc de $x*3$; podem entrar $5x^3+4x^2+7x$ per indicar allò que en BASIC seria $5*x^3+4*x^2+7*x$ o també $5x\sin(x)$ per a indicar $5*x*\sin(x)$ i, a més ...

Podem ometre els parèntesis per a l'argument de la funció quan no hi hagi confusió.

I, doncs, podem escriure $5x \sin x$ per a indicar $5*x*\sin(x)$ i, combinant tot això, podem escriure per exemple una expressió com és ara $\cos 4x + 7x \ln 3x$ per a indicar allò que en BASIC escriuríem com a $\cos(4*x)+7*x*\text{LOG}(3*x)$.

Tanmateix convé aclarir que una expressió com $\sin x \ln x$ s'interpreta com $\sin(x)*\log(x)$ i que si hom vol entrar la funció $\sin(x \ln x)$ cal emprar els parèntesis per a indicar l'argument de la funció, exactament com es faria en l'escriptura ordinària.

Podem ometre els parèntesis per a un denominador o un exponent que siguin productes.

Exemples:

No ens caldrà escriure $4/(5*x)$ o bé $4/5/x$ per a indicar (fòrmula 1) sinó que podem posar $4/5x$.

També podem escriure $2^x \sin x$ per indicar $2^{(x*\sin(x))}$. Cal observar que aquesta norma "xoca" amb la que indica que la ^ té precedència envers el producte. És per això que ja anteriorment s'ha recomanat l'ús dels parèntesis si hom veu confusió quan s'usa ^. En aquest sentit serà recomanable, per evitar confusions, escriure l'expressió que ara comentem com $2^{(x\sin x)}$.

Aquesta recomanació ja serà d'ús obligat per escriure una exponencial "de tres pisos": caldrà que usem els parèntesis que indiquin prioritats.

Pel que fa a la relació entre el signe de potència i els

arguments de les funcions convé dir que si no són permeses expressions tals com $\sin^2 x$, $\cos^2 4x$ (i tampoc $\sin^2(x)$ o coses semblants que hom pogués imaginar) per a indicar $(\sin x)^2$ o bé $(\cos 4x)^2$.

Ara, el càlcul de les funcions té precedència respecte la potenciació i, doncs, si escrivim $\sin x^2$, igual com passa en BASIC, es calcularà $(\sin x)^2$. També podrem escriure $\cos 4x^2$ per tal que es calculi $(\cos 4x)^2$.

Tanmateix, com es feia en el cas de potències i productes, és possible emprar sempre que es vulgui els parèntesis per evitar confusions.