

Funció afí. Rectes.

M. À. De Miguel Perez; M. Gisbert Briansó; S. Manrique Catalán
Programa d'Informàtica Educativa, 1990.

1. CARACTERÍSTIQUES GENERALS

- 1.1 Títol
- 1.2 Autors
- 1.3 Tema
- 1.4 Assignatura
- 1.5 Nivell escolar
- 1.6 Coneixements prèvis
- 1.7 Localització
- 1.8 Noms dels fitxers

2. INSTRUCCIONS DE FUNCIONAMENT

- 2.1 Posta en marxa
- 2.2 Opcions bàsiques
- 2.3 Diagrama estructural
- 2.4 Instruccions. Interacció

3. ASPECTES PEDAGÒGICS

- 3.1 Objectius
- 3.2 Metodologia d'ús
- 3.3 Opcions i exemple d'ús

1. CARACTERÍSTIQUES GENERALS

1.1 Títol

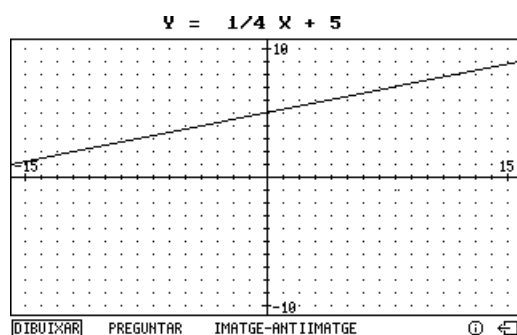
FUNCIÓ AFÍ. RECTES

1.2 Autors

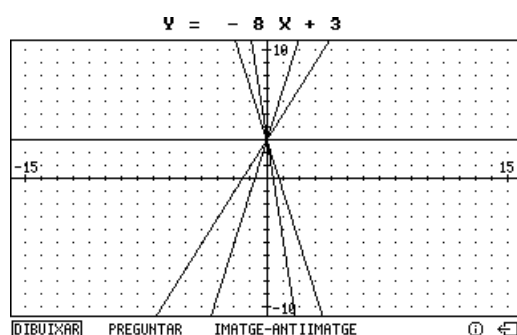
M. À. de Miguel Perez
M. Gisbert Briansó
S. Manrique Catalán
Col.labora: Grup ABAX

1.3 Tema

Aquest programa permet representar rectes i estudiar diferents aspectes de la funció afí.



Aquest estudi, permet observar la influència dels diversos paràmetres de l'equació de la recta sobre la seva representació en el pla. A més, estableix l'equació d'una recta que passa per dos punts. La unitat facilita l'estudi de la relació entre imatges i antiimatges d'una funció afí.



El programa dibuixa rectes, ja sigui a partir dels paràmetres indicats per l'usuari, ja essent el mateix ordinador qui, a l'atzar, els genera. A més de dibuixar la recta, n'escriu l'equació (explícita o implícita).

1.4 Assignatura

Matemàtiques.

1.5 Nivell escolar

Segona etapa d'E.G.B.

Primer de B.U.P.

Primer i segon curs de F.P. -I-

1.6 Coneixements previs

Per començar és aconsellable conèixer els conceptes associats al pla cartesià i la seva representació gràfica, coordenades, eixos, ... El programa de totes maneres ajuda a la comprensió d'aquests conceptes.

1.7 Localització

Aquesta unitat es troba en el disc amb l'etiqueta

FUNCIÓ AFÍ. RECTES

1.8 Noms dels fitxers

La unitat 2 està formada pels següents arxius:

Programa:

GRAFU2.EXE

Altres arxius:

PORTADA.BIN LETD U2-STANG.SCG U2P1.SCT U2P2.SCT

Arxius de les pàgines d'ajut i documentació:

U2D1.SCT	U2D2.SCT	U2D3.SCT	U2D4.SCT	U2D5.SCT
U2D6.SCT	U2D7.SCT	U2D8.SCT	U2D9.SCT	U2D10.SCT
U2D11.SCT	U2D12.SCT	U2D13.SCT	U2D14.SCT	U2D15.SCT

2 Instruccions de funcionament

2.1 Posta en marxa

Per executar la unitat 2 es pot triar alguna de les següents possibilitats:

- Disposar d'un disquet a la boca A amb tots els arxius assenyalats.
A continuació executar el programa GRAFU2.EXE
- Copiar al disc C tots els arxius en un subdirectori. Cal accedir al subdirectori i executar el programa GRAFU2.EXE
- Instal·lar al disc C.

Instal·lar el programa i els seus arxius, a continuació, a través del Sèsam accedir a l'opció corresponent dels menús que apareixen a la pantalla.

2.2 Opcions bàsiques

Un cop en marxa el programa espera que premeu qualsevol tecla. Ens oferirà un menú amb tres opcions que permeten començar, accedir a una breu documentació o sortir.

Les tres opcions surten a la pantalla així:

COMENÇAMENT
DOCUMENTACIÓ
SORTIDA

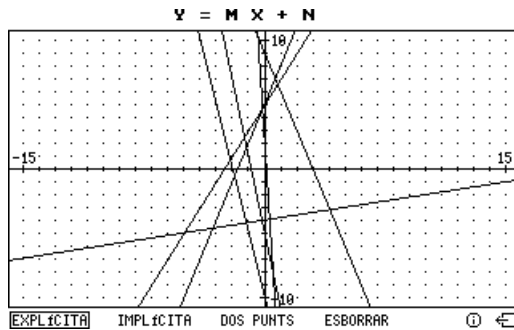
Queda assenyalada una opció, i activant l'opció COMENÇAMENT, dona pas a l'execució del programa. (Vegeu la interacció apartat 2.4). Les tres opcions generals del programa són:

DIBUIXAR

Dibuixa la(es) recta(es) a partir dels paràmetres indicats per l'usuari.

Les dues possibilitats que ofereix són:

RECTES: L'ordinador ens demana els paràmetres per dibuixar una recta: la dibuixa i n'escriu l'equació.



FAMÍLIA DE RECTES: Permet observar l'efecte de la variació dels paràmetres de l'equació d'una recta.

Les dades que ens demanen per dibuixar la recta poden ser:

EQ. EXPLÍCITA: $Y = MX + N$

M= pendent de la recta

N= ordenada de l'origen

EQ. IMPLÍCITA: $AX + BY + C = 0$

A, B, C

DOS PUNTOS de la recta:

X_1, Y_1 ; X_2, Y_2

Un cop triat un dels modes:

EXPLÍCITA / IMPLÍCITA / DOS PUNTOS,

aquest mode queda fixat fins que l'usuari no el canviï.

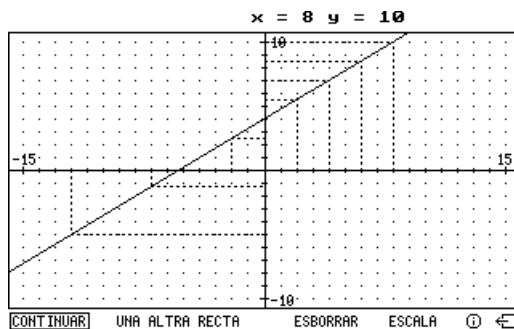
DEMANAR

L'usuari ha de deduir l'equació de la recta que és dibuixada (a l'atzar) per l'ordinador, de la qual **no** escriu l'equació fins que no li sigui demanada per l'alumne. Es pot escollir la manera d'escriure l'equació: explícita o implícita.

IMATGES-ANTIIMATGES

Es pot visualitzar la imatge o antiimatge que correspon a un valor determinat.

Dibuixa una recta (a l'atzar) i ens indica l'equació, mentre espera que l'usuari teclegi un valor de X o bé un valor d'Y.



Aquesta opció es limita a l'estudi de determinats aspectes de la funció afí.

A més d'aquestes opcions bàsiques durant l'execució del programa hom ofereix en diferents moments una altra opció, l'opció d'ESCALA.

ESCALA

Abans de començar qualsevol d'aquestes opcions bàsiques, l'usuari haurà de decidir si utilitza l'escala ESTÀNDARD que se li ofereix, o bé si prefereix una altra escala. No obstant, en diferents fases del programa és possible modificar l'escala que s'estigui utilitzant. Per canviar d'ESCALA es pot fer amb les següents possibilitats:

CANVIAR

Es demanen els valors dels extrems del pla que es veurà en el monitor. Pot ser sol·licitada qualsevol regió del pla. No és imprescindible que hi estiguin inclosos els eixos.

En el cas de no ser visualitzats els quatre semieixos, l'ordinador ens indica prou informació per conèixer els valors de les unitats de l'escala. (Vegeu-ne alguns casos en la secció 2.3).

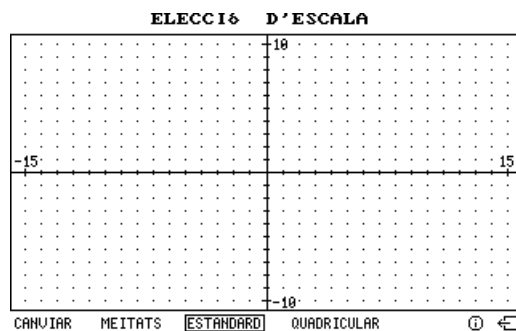
MEITATS

Permet visualitzar les meitats de les divisions del reticle que hi ha en pantalla; el seu objectiu és facilitar l'estudi de les gràfiques representades en un reticle on creguem que són insuficients les divisions visualitzades.

Poden demanar-se els valors meitat d'un dels eixos o bé dels dos.

ESTÀNDARD

L'escala que el programa considera com estàndard és:



La figura anterior correspon a aquesta escala. Els extrems d'aquesta escala són:

Eix X: -15, 15

Eix Y: -10, 10

QUADRICULAR

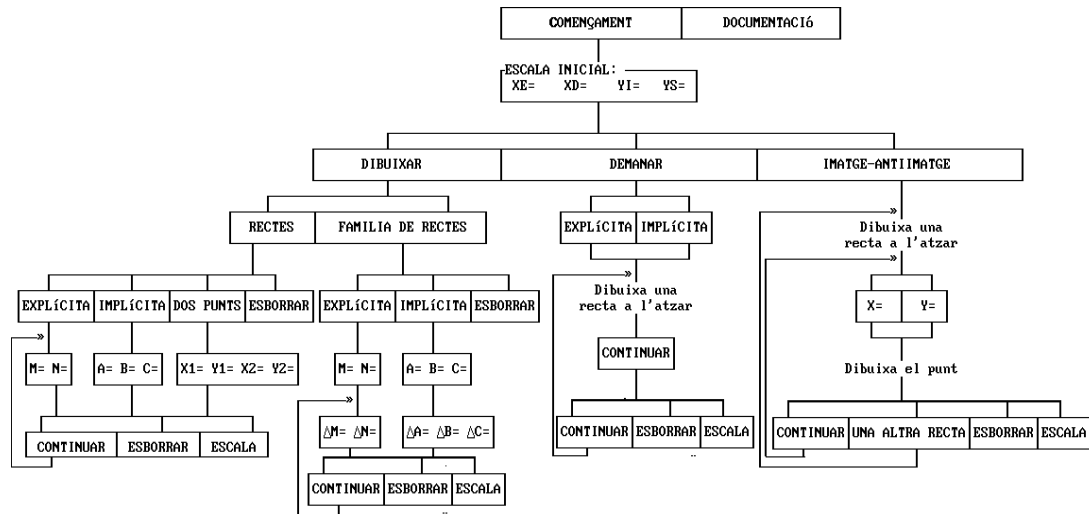
Aquesta opció ens permet obtenir en pantalla un reticulat on les unitats dels dos eixos siguin d'igual longitud. Dels quatre extrems del pla s'ha d'assenyalar aquell que serà establert per l'ordinador a fi de tenir aquest reticle amb les unitats d'igual longitud en ambdós eixos. (Vegeu exemples a l'apartat 3.3)

ESBORRAR

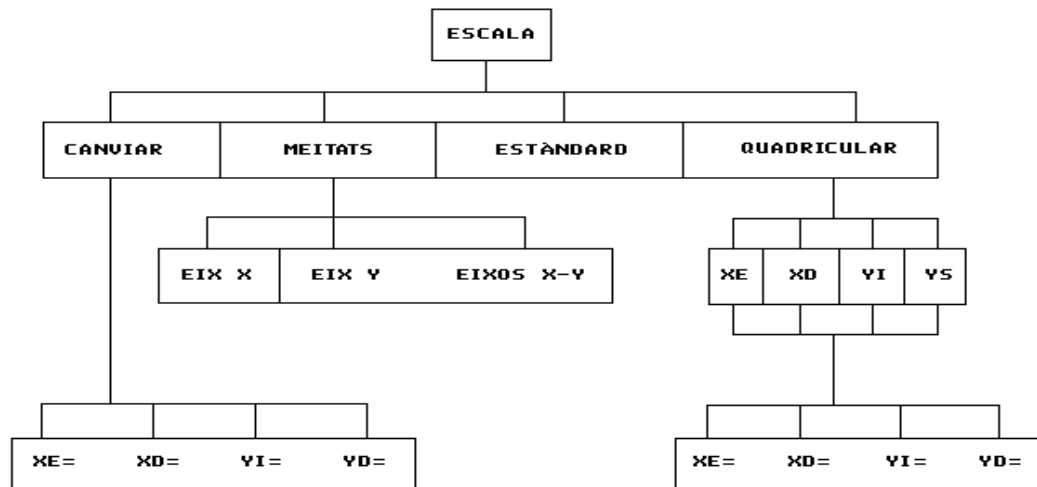
Esborra les gràfiques dibuixades i deixa els eixos de coordenades amb el reticulat i l'escala actual.

2.3 Diagrama estructural

Un cop s'ha triat l'opció **COMENÇAMENT** el programa permet continuar tal i com es detalla en el següent diagrama.



El diagrama que correspon a ESCALA s'ha inclòs a continuació per tal de fer més clar el diagrama anterior.



2.4 Instruccions. Interacció

La interacció amb el programa segueix les característiques generals de tots el programes de GRAF123, del qual forma part.

a) Selecció d'una opció.

- Les opcions accessibles es mostren en la part inferior de la pantalla.
- Un rectangle emmarca una d'aquestes opcions. Aquest marc pot desplaçar-se

cap a la dreta mitjançant la barra espaciadora.

- Les tecles de moviment del cursor <- i -> també permeten desplaçar el marc cap a l'esquerra o cap a la dreta. D'aquesta manera s'indica quina serà l'opció seleccionada.
- En prémer ↵ el programa considera seleccionada l'opció emmarcada i en prossegueix l'execució a través d'aquesta opció.

b) Informació o Ajut.

- Cada vegada que l'usuari pot interaccionar amb el programa se li ofereix la possibilitat de sol·licitar "ajut" a través de l'opció "informació", que és representada mitjançant una "i" emmarcada per una circumferència.
- La informació proporcionada està relacionada amb la situació des de la qual es demana.

c) Sortida.

- De la mateixa manera s'ofereix la possibilitat de retrocedir a opcions anteriors. Per fer-ho cal utilitzar l'opció "sortida" que apareix a l'extrem inferior dret del monitor indicada mitjançant el símbol situat més a la dreta.

d) Entrada de valors numèrics.

Pel que fa a l'entrada de valors numèrics cal assenyalar:

- El nombre màxim de caràcters que admet és de sis.
- Només admet aquells caràcters que puguin tenir sentit en el moment de ser avaluats.
- La coma decimal s'indica mitjançant un punt (".").
- Admet fraccions. Per exemple: 5/3, -6/7, etc.
- El marc indica a quina coordenada o variable s'assigna el valor introduït.
- En cas que es vulgui esborrar, pot fer-se mitjançant la tecla de retrocés.
També, si es torna a una entrada quan es tecleja un valor, queda automàticament esborrat l'anterior.
- Per prosseguir l'execució del programa amb els valors introduïts, cal prémer ↵ quan el marc estigui sobre alguna de les variables del model.

e) Possibles errors.

Si en la pantalla no apareix la gràfica o el reticle, sense ser considerats els valors escrits, aquesta circumstància pot ser deguda a:

- La gràfica que es vol dibuixar queda fora dels límits del pla visualitzat.
- Els valors teclejats no són avaluables o no són correctes. Exemples: 5/0, 3/, 0./0. , 3,2
- Falten dades
- El marc no es troba sobre una de les variables.
- A l'escalat del pla els extrems d'un eix s'han teclejat amb valors iguals.

3 Aspectes pedagògics

3.1. Objectius

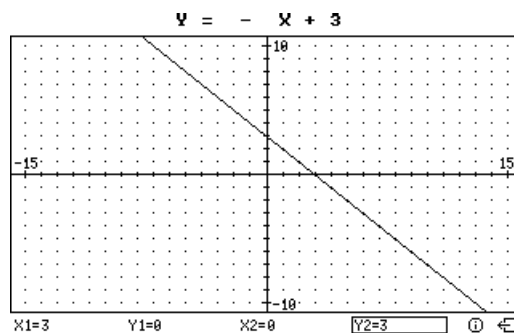
L'objectiu d'aquesta unitat és facilitar l'estudi de la representació de rectes i de la funció afí.

Es pretén iniciar i/o consolidar conceptes que han estat desenvolupats a classe com per exemple els següents:

- Pendent
- Ordenada a l'origen
- Equació de la recta
- Equació explícita
- Equació implícita
- Rectes paral·leles
- Funció
- Funció lineal, funció afí
- Imatge-antiimatge

Per exemple, de manera més específica:

- Predir i comprendre la influència que tenen sobre la recta els diversos paràmetres.
- Comprovar què tenen en comú les rectes paral·leles, així com aquelles que passen per un mateix punt.



- Practicar i realitzar exercicis sobre,
 - Les diferents formes d'expressar una recta, i la seva representació gràfica.
 - La manera d'establir l'equació d'una recta a partir de diverses dades, com per exemple, a partir de dos dels seus punts.
 - La relació existent, en la funció afí, entre imatge i antiimatge.
- Estudiar la funció afí i la relació amb la seva representació en el pla.

Estudiar la noció d'escala, i a partir de l'opció d'ESCALA, altres conceptes com el de pendent d'una recta, la seva inclinació i l'escala dels eixos, (utilitzant diverses escales per a una mateixa recta).

De la mateixa manera es pot aprofitar per assenyalar aspectes relacionats amb les equacions i inequacions de primer grau.

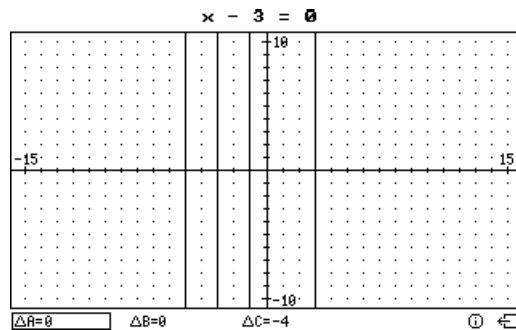
3.2 Metodologia d'ús

Creiem convenient dirigir l'alumne al començament davant de l'ordinador. Per fer-ho, suggerim que l'alumne posseeixi una petita documentació.

Creiem que és aconsellable que, en les primeres sessions, les dades que s'utilitzin siguin enteres, i que l'escala utilitzada sigui fàcilment interpretable.

Una primera proposta fa referència a la utilització de l'ordinador com a "pissarra electrònica", per a dibuixar amb els avantatges que se'n poden derivar.

Variar els diferents paràmetres i observar l'efecte d'aquesta variació en dibuixar les rectes.



La relació entre l'equació de la recta i la gràfica de la funció.

Alguns casos d'interès didàctic que es presenten en utilitzar aquesta opció DIBUIXAR són, entre d'altres:

- Rectes que passen per l'origen.
- Paral·leles a l'eix X.
- Paral·leles a l'eix Y (Equació implícita de la recta).
- Equació d'una recta.
- La influència dels paràmetres. (Per exemple fixar només el pendent i obtenir paral·leles).
- Realitzar aquest exercici: Donats els paràmetres de l'equació, predir els punts d'intersecció amb els eixos. Després, comprovar el càlcul en dibuixar aquesta recta.

L'ordinador dibuixa una recta (a l'atzar), si està activa l'opció DEMANAR, de la qual no ens n'escriu l'equació fins que no li sigui demanada per l'alumne.

D'aquesta manera es disposa del temps necessari per deduir-la.

S'ha de tenir present que, per facilitar l'establiment de l'equació d'aquesta recta, la recta dibuixada passa per dos punts del reticle i que els valors permeten deduir fàcilment l'equació.

Els alumnes poden relacionar de manera inversa la gràfica i la seva equació, i deduir-la.

A l'opció IMATGES-ANTIIMATGES, l'alumne pot estudiar la relació funció-gràfica-imatge. L'ordinador dibuixa una recta (a l'atzar) i ens n'indica l'equació, mentre queda a l'espera que l'usuari teclegi un valor de X o bé un valor de Y.

Apareixerà en pantalla el valor de X i d'Y. A més, aquestes coordenades seran assenyalades en el reticle amb línia discontinua.

Hi ha la possibilitat d'esborrar o de canviar a una nova recta.

Pot tenir especial interès didàctic l'estudi de la relació de la imatge d'un valor per la funció afí (recta) i la seva representació al pla.

ESCALA

La utilització de l'opció d'ESCALA, permet representar una gràfica en diferents escales, visualitzar diferents zones del pla, incrementar el nombre de divisions senyalades en la pantalla, etc.

Aquesta opció permet fer observar el diferent aspecte que pot tenir una mateixa recta segons els valors de l'escala.

També la modificació de l'escala a conveniència, pot ajudar a assimilar conceptes relatius a escala, pla cartesià, coordenades cartesianes, representació

en un pla, ...

Didàcticament sembla més correcte començar treballant amb escales que mantinguin la proporció entre les unitats dels eixos.

3.3 Opcions i exemple d'ús

Representació de rectes.

a) Dibuixar la recta $y = x + 3$

Una vegada que el programa està en marxa:

- Trieu l'opció de COMENÇAMENT, prement \downarrow quan estigui senyalada aquesta opció.

Apareix una pantalla que dona opció a modificar l'escala ESTÀNDARD.

- Accepteu l'opció d'ESCALA ESTÀNDARD, i a continuació,
- Accediu a l'opció de DIBUIXAR. Amb el requadre a l'opció de DIBUIXAR premeu \downarrow

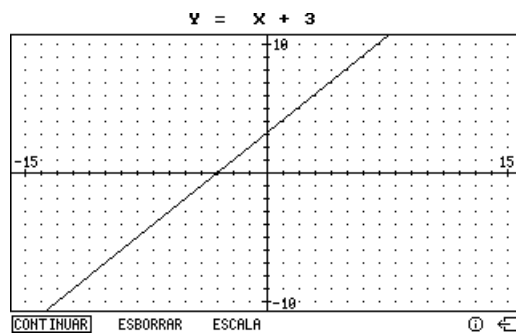
Una vegada triada aquesta opció podeu accedir a dibuixar.

- Accediu a l'opció de dibuixar RECTES. Amb el requadre a l'opció de RECTES premeu \downarrow

Un cop triada l'opció RECTES, cal escollir la forma amb què s'indicaran les dades: EXPLÍCITA, IMPLÍCITA, o bé donant-li DOS PUNTS.

- En aquest cas escolliu EXPLICITA:

$$Y = M X + N$$



Entrada de paràmetres. Per dibuixar la recta de pendent 1 i ordenada a l'origen 3:

- Heu d'introduir doncs els valors de M i N.

$$M = 1 \quad N = 3$$

Després confirmarem els valors amb \downarrow

L'ordinador haurà de presentar-nos la recta sol·licitada i, a més, n'escriurà l'equació (en aquest cas, de forma EXPLÍCITA).

Podeu observar com a continuació, després de dibuixar la recta ens dona l'opció d'escollir.

Per dibuixar més rectes en forma explícita activeu l'opció de CONTINUAR.

Si a la pantalla hi ha moltes rectes les podeu esborrar fent ús de l'opció ESBORRAR.

b) Dibuixar la recta $x + y = 0$

Podem dibuixar rectes de forma implícita, utilitzant l'opció:

$$\text{IMPLÍCITA: } A x + B y + C = 0$$

Activeu l'opció de SORTIDA fins arribar a la línia de menús:

RECTES FAMÍLIA DE RECTES

- Després d'acceptar l'opció de RECTES:
- Escolliu l'opció d'IMPLÍCITA.
- Heu d'introduir, doncs, els valors de A B i C.

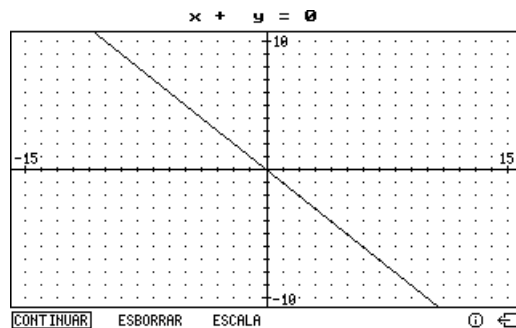
$$A=1 \quad B=1 \quad C=0$$

Després confirmarem els valors amb ↵

L'ordinador haurà de presentar-nos la recta sol·licitada i, a més, n'escriurà l'equació (en aquest cas, de forma IMPLÍCITA).

S'observa a la figura com després de dibuixar la recta dóna opció a escollir.

Per dibuixar més rectes en forma implícita activeu l'opció de CONTINUAR.



c) Dibuix d'una recta coneixent dos dels seus punts.

Punts de la recta: (-10,0) i (5,9).

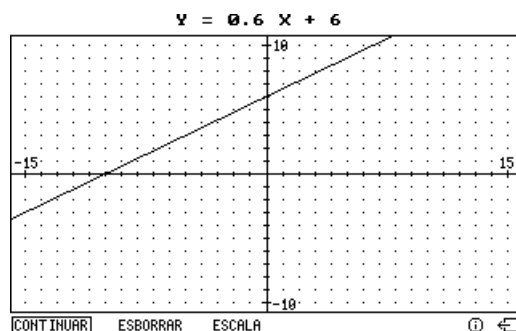
- Doneu l'opció de Sortida fins arribar a la línia de menús:

RECTES FAMÍLIA DE RECTES

- Després d'acceptar l'opció de RECTES.
- Escolliu l'opció DOS PUNTS.
- Heu d'introduir, doncs, els valors de les coordenades dels dos punts.

$$X1=-10 \quad Y1=0 \quad X2=5 \quad Y2=9$$

Després confirmarem els valors amb ↵



L'ordinador haurà de presentar-nos la recta sol·licitada i, a més, n'escriurà l'equació (en aquest cas, de forma EXPLÍCITA).

Estudi de la gràfica d'una recta segons la variació dels seus paràmetres.

Representació gràfica d'un feix de rectes que s'obté en modificar el pendent de la recta $y = x$.

- En activar l'opció de FAMÍLIA DE RECTES es demana el tipus d'equació.
- Hom tria l'opció d'EXPLÍCITA.

A continuació demana l'equació d'una recta. Doneu els valors:

$$M=1 \quad N=0$$

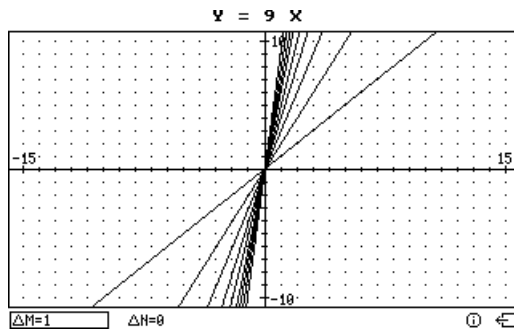
Un cop dibuixada, podem modificar el pendent (M) o/i l'ordenada a l'origen (N).

En l'exemple que segueix modifiquem només el pendent.

$$\Delta M=1 \quad \Delta N=0$$

A continuació el programa representa la recta $y = 2x$.

- Activant l'opció de CONTINUAR i confirmant els increments de M i N es van dibuixant les diferents rectes, $y = 3x$; $y = 4x$; formant un feix de rectes que en aquest cas passen per l'origen.



Conjunt de rectes paral·leles de pendent 1

Si esborrem la pantalla i repetim el procés però modificant ara només N, obtindrem rectes amb el mateix pendent, paral·leles.

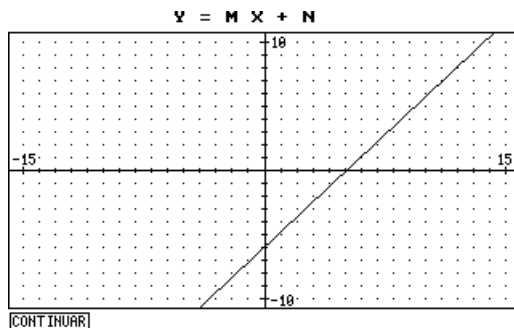
$$\Delta M=0 \quad \Delta N=1$$

Estudi de l'equació d'una recta segons la seva gràfica.

- Activant l'opció bàsica de DEMANAR rectes amb les equacions escrites en forma EXPLÍCITA, dibuixa rectes a l'atzar.

L'ordinador dibuixa una recta a l'atzar.

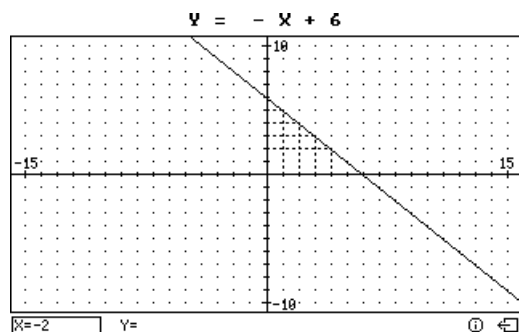
No ens en mostra l'equació.



Això permet que l'usuari l'estudiï. La recta passa per punts del reticle, amb equacions fàcils de deduir.

- El programa queda a l'espera d'activar CONTINUAR. En prémer ↵, el procés que segueix és l'escriptura de l'equació.

D'igual forma es pot procedir amb l'opció DEMANAR però de forma IMPLÍCITA.



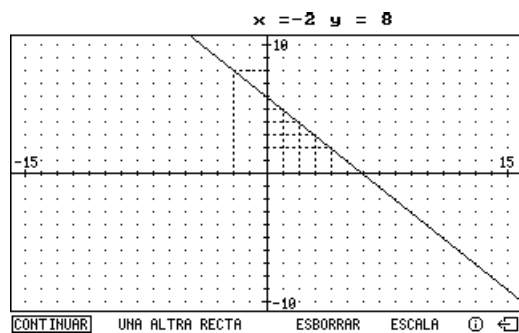
Estudi de les IMATGES-ANTIIMATGES

En activar l'opció IMATGE-ANTIIMATGE l'ordinador dibuixa una recta (a l'atzar) i ens en mostra l'equació.

Espera que indiquem un valor de X o bé d'Y (en l'exemple posem $X = -2$).

Indica a la pantalla els valors de la imatge i de l'antiimatge i escriu els seus valors. Igualment amb el valor d'Y.

Es pot continuar amb la mateixa recta o escollir una altra recta. El programa torna a dibuixar a l'atzar una recta.



Modificació de l'ESCALA

Aquesta opció no és una opció bàsica però pot ésser motiu d'estudi en si mateixa, si comencem fent exercicis sobre el tema de l'escalat sense dibuixar cap recta.

L'opció de COMENÇAMENT, ens condueix a una pantalla per definir la primera escala.

Si s'està d'acord amb la que s'ofereix (denominem ESTÀNDARD la que ofereix el programa la primera vegada), s'haurà de prémer ↵.

Si es vol escalar el pla amb altres valors, podrem introduir-los aquí.

FUNCIO LINEAL / FUNCIO AF1

ELECCIÓ D'ESCALA

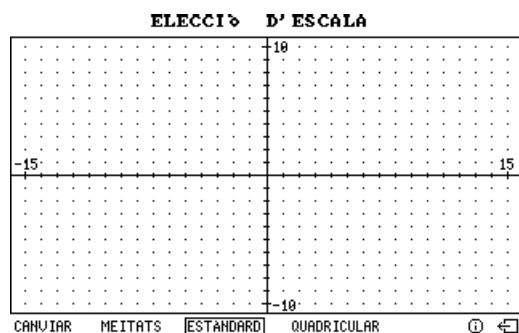
(Confirma amb ↵)

$XE = -15$ $XD = 15$ $YI = -10$ $YS = 10$ ① ↵

No obstant, també és factible canviar d'escala durant el programa.

L'escala que denominem ESTÀNDARD i que correspon als valors d'alguns dels

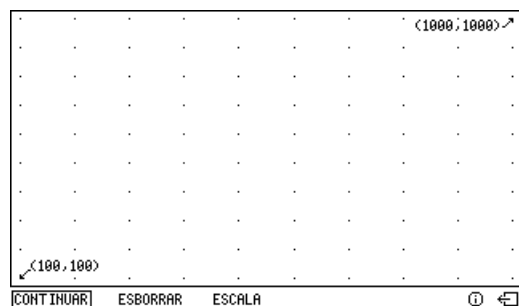
exemples anteriors permet veure a la pantalla els dos eixos i coincidint les unitats de l'eix X i Y tal com es veu a la pàgina següent.



Altres escales:

Podem escalar el pla en les formes més variades. No cal que apareguin els quatre semieixos.

Per exemple el cas de la figura.

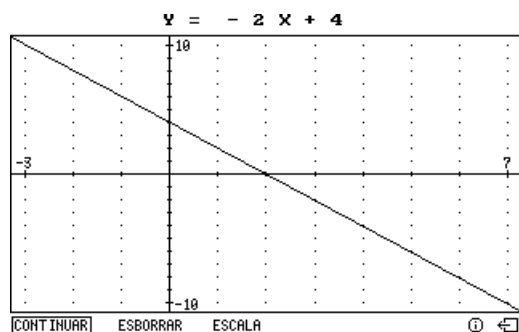


En aquests casos els punts extrems del reticle són retolats amb els valors que els corresponen.

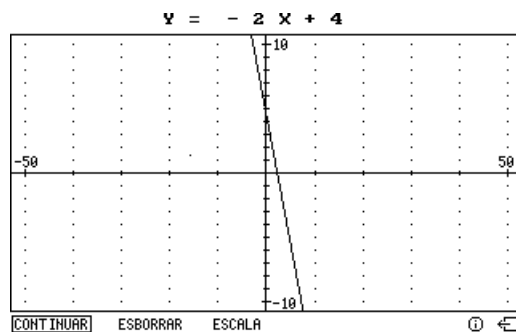
Opció ESCALA

Mitjançant l'ús de l'opció ESCALA és possible representar una recta en diversos valors d'escala, o bé visualitzant parts diferents del pla.

Per exemple, la recta $Y = -2x + 4$



la presentem en dues situacions, on es veu que la proporció dels eixos influeix en la manera com es veu la recta a la pantalla però no en el concepte del pendent. (Veure la pàgina següent)



La mateixa recta $Y = -2x + 4$ dibuixada a la pàgina anterior amb una escala diferent.

Aquest programa permet representar rectes i estudiar diferents aspectes de la funció afí.

Graf123

- N. Títol
- 1 La recta real i el pla cartesià.
- 2 Funció afí. Rectes.**
- 3 Funció quadràtica. Paràboles.
- 4 Representació gràfica d'una funció.
- 5 Composició de funcions. Deformacions gràfiques.
- 6 Resolució gràfica d'equacions.
- 7 El pla vectorial.
- 8 L'espai vectorial.