

# Programació Lineal

*Francesc Calbet i Salvat*

Programa d'Informàtica Educativa, 1997

## **1. Característiques generals**

- 1.1 Títol i autor
- 1.2 Tema
- 1.3 Assignatura i nivell escolar
- 1.4 Coneixements previs
- 1.5 Localització i noms dels fitxers

## **2. Instruccions de funcionament**

- 2.1 Instal·lació i posta en marxa
- 2.2 Entrada de dades

## **3. Opcions bàsiques**

- 3.1 Representació gràfica. Menú *Gràfic*
- 3.2 Resolució de les inequacions. Menú *Solucions*
- 3.3 Els problemes. Menú *Fitxer*
- 3.4 Impressió d'un exercici. L'opció *Imprimir*
- 3.5 L'ajuda. Fitxer d'ajuda

# **1. Característiques generals**

## **1.1 Títol i autor**

Programació Lineal

Francesc Calbet i Salvat

## **1.2 Tema**

El programa permet estudiar els problemes de Programació Lineal de dues variables. Accepta un màxim de vuit inequacions i les representa gràficament. Permet modificar l'escala, ofereix els resultats de les interseccions de les rectes i el valor de la funció objectiva en aquests punts. El programa senyala la regió solució i permet una còpia en paper dels resultats i del gràfic del problema.

## **1.3 Assignatura i nivell escolar**

Pot adreçar-se a alumnes de l'assignatura de

- Matemàtiques II de COU
- Matemàtica Administrativa de Batxillerat
- Crèdit variable d'ampliació o d'aplicació dels continguts matemàtics en els darrers cursos de l'ESO

## **1.4 Coneixements previs**

Els requeriments conceptuals previs es limiten a la representació de rectes, d'inequacions i al càlcul de valors de funcions lineals de dues variables.

## **1.5 Localització i noms dels fitxers**

El fitxer executable és PRGLIN.EXE. Conté també un fitxer de dades PRGLIN01.MDB i un fitxer d'ajuda PL.HLP

## 2. Instruccions de funcionament

### 2.1 Instal·lació i posta en marxa

El programa funciona sota un entorn Windows, versió 3.1 o posterior, pantalla VGA i processador 386. Un coprocessador matemàtic accelera els càlculs. Està preparat per imprimir els resultats en una impressora gràfica de mida de pàgina A4.

Per instal·lar PRGLIN cal executar, des d'un entorn Windows, el fitxer INSTAL.EXE. Per defecte instal·la l'executable i els fitxers auxiliars en el directori C:\PRG\_EDUC\MATES\PRGLIN, si bé aquest es pot canviar

L'aplicació copia també el fitxer d'ajuda PRGLIN.HLP

### 2.2 Entrada de dades

En començar, el programa presenta una pantalla amb una línia de menús desplegable.

La finestra situada a l'esquerra, sota els menús, està preparada per escriure la funció objectiva.

L'opció *Dades/Nova inequació* va afegint finestres de text on poden entrar-se les inequacions que ha de verificar la funció objectiva que s'ha d'estudiar.

The screenshot shows a window titled "Programació lineal" with a menu bar containing "Fitxer", "Dades", "Gràfic", and "Solucions". Below the menu bar, there is a section for the objective function labeled "Funció objectiva.-" with a text input field containing "x+y". Below this is a section labeled "Restriccions" containing a list of five constraints, each with a number and a text input field:

Restriccions	
1	$x \geq 0$
2	$y \geq 0$
3	$x \leq 7$
4	$x < 2y + 1$
5	$2/3x + y > 3y$

L'entrada de nombres i variables pot realitzar-se en qualsevol ordre, una vegada introduïdes i en prémer RETURN, el programa mostra a la seva dreta l'expressió ordenada.

Aquest és el cas de la quarta inequació de l'exemple, inicialment va ser  $x < 2y + 1$ , i ordenada  $x - 2y < 1$ .

Les dades numèriques es poden introduir en forma decimal o fraccionaria. El programa suma i resta expressions literals. Aquest és el cas de la cinquena inequació. Al primer RETURN el programa mostra l'expressió canònica.

En cas d'haver entrat una expressió:

com ara  $x+y < 2-2y$   
aquesta es transforma en  $x+3y < 2$

Programació lineal		
Fitxer Dades Gràfic Solucions		
<b>Funció objectiva</b>		<input type="text" value="x+y"/>
Funció $z=x+y$		
<b>Restriccions</b>		
1	<input type="text" value="x &gt;= 0"/>	$x \geq 0$
2	<input type="text" value="y &gt;= 0"/>	$y \geq 0$
3	<input type="text" value="x &lt;= 7"/>	$x \leq 7$
4	<input type="text" value="x &lt; 2y+1"/>	$x-2y < 1$
5	<input type="text" value="2/3x+y &gt; 3y"/>	$0,667x-2y > 0$

La funció objectiva i les inequacions es poden editar fent servir l'opció *Dades/Editar inequació* i *Dades/Editar funció objectiva*. Aquestes opcions són especialment útils si es vol modificar un determinat problema estudiant-ne algunes variacions. Les inequacions del problema es numeren i aquests nombres serviran per a identificar-les en el gràfic i les solucions.

Els nombres racionals es transformen en format decimal.

així una inequació com ara  $2/3x-6/5y > 3$   
es transforma en  $0,667x-1,2y > 3$

En introduir les inequacions detecta l'absència de signes de desigualtats així com l'existència de més de dues variables.

Els signes que poden entrar-se com desigualtats són:

[>] major      [≥] major o igual  
[<] menor      [≤] menor o igual

Si una inequació conté sumes i/o restes el programa agrupa les variables i l'escriu en forma canònica.

El programa detecta i controla algunes possibles incorreccions en les entrades de dades. Per exemple:

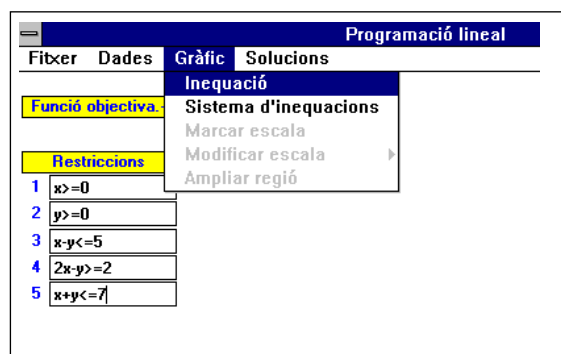
- si s'introdueixen més de dues variables
- si les variables de les inequacions són diferents de les de la funció objectiva
- si s'introdueixen fraccions de denominador zero

### 3. Opcions bàsiques

#### 3.1 Representació gràfica. Menú *Gràfic*

Aquest menú permet representar una inequació o el conjunt de les inequacions que formen el problema amb diferents possibilitats de modificar l'escala.

Si demaneu el menú *Gràfic* es veuen actives les opcions *Inequació* i *Sistema d'inequacions*. La primera de les possibilitats és útil si es vol veure com es representen cada una de les rectes del sistema, diferenciada de les altres.

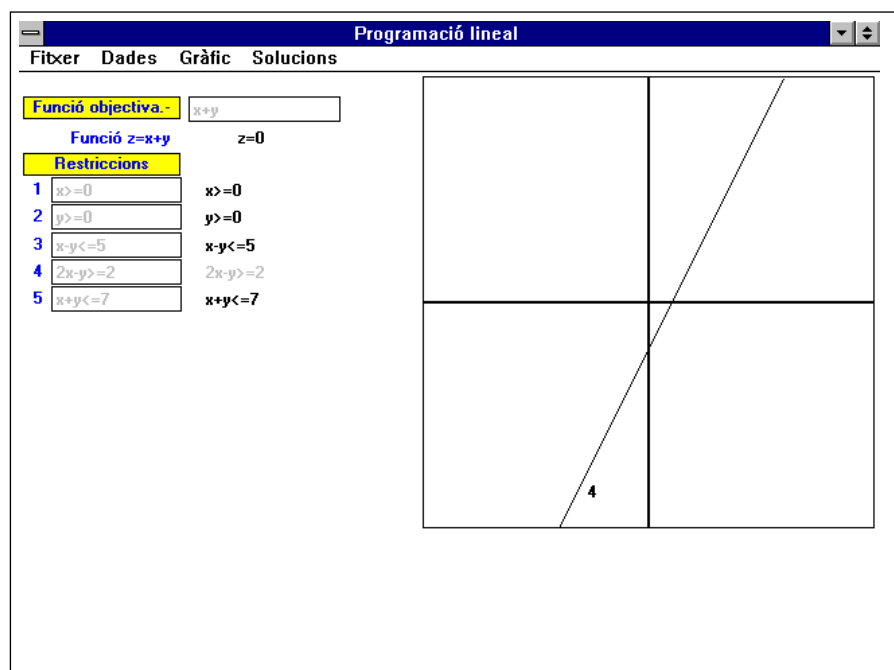


En activar l'opció *Inequació*:

- les finestres d'entrada de dades d'inequacions es desactiven
- no es poden editar les inequacions
- s'emmarquen i s'activen les inequacions canòniques que estan a la seva dreta

En prémer el botó esquerre del ratolí sobre una d'aquestes inequacions canòniques, la recta que la representa quedarà senyalada en el gràfic que tenim en la part dreta de la pantalla.

El programa dibuixa les rectes sense esborrar les anteriors. Per exemple, si demanem representar la quarta inequació,  $2x - y \geq 2$

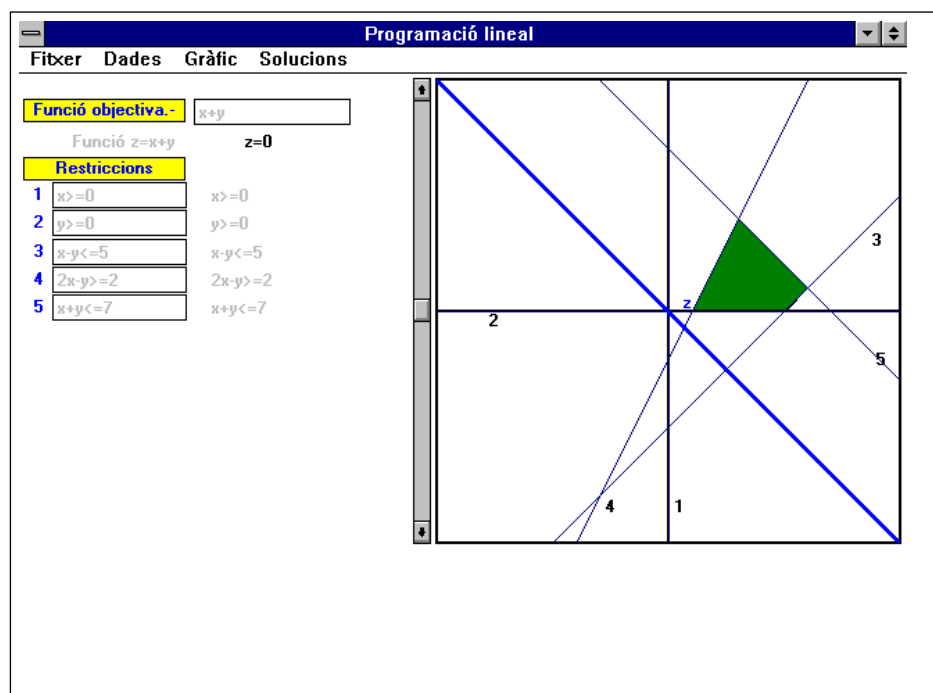


En activar l'opció *Gràfic/Sistema d'inequacions*

- es representen totes les rectes
- en un color diferent es dibuixa la funció objectiva
- la regió factible, aquella que verifiquen totes les inequacions, es senyala en color verd
- les inequacions poden tenir dues trames diferents: una recta contínua, si inclou els punts de la recta, o discontinua si no els inclou.

Aquest és el cas de la quarta inequació de l'exemple.

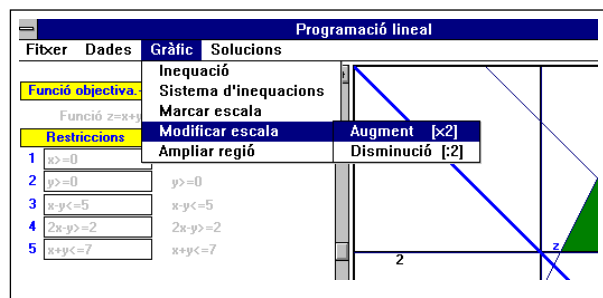
La barra de desplaçament situada a l'esquerra permet moure la funció objectiva. Els valors de la funció objectiva en cada punt s'indiquen en la part superior esquerra de la pantalla, al costat de la funció objectiva. Amb aquesta opció, l'alumne pot comprovar com un desplaçament de la recta que representa la funció objectiva permet obtenir canvis en el seu valor.



En activar *Gràfic/Marcar escala* es dibuixa una graella sobre el gràfic que ens senyala les unitats.

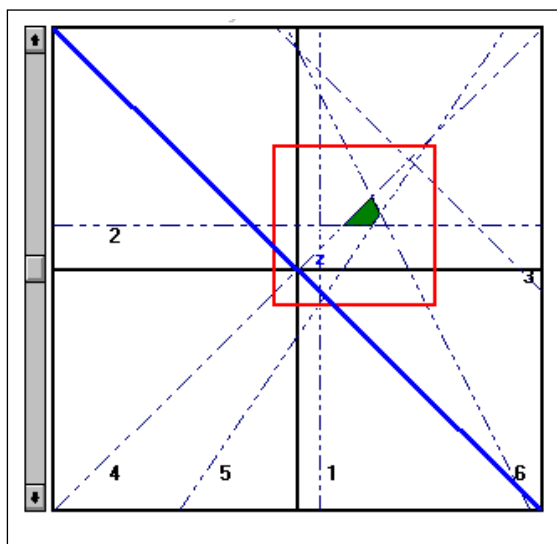
Potser que aquesta escala no sigui la més convenient per interpretar el problema. Si aquest és el cas es pot modificar l'escala del gràfic, de manera que sempre estiguem centrats sobre l'origen de coordenades.

Per desactivar la representació de l'escala del gràfic desactiveu l'opció i la graella auxiliar que indicava les unitats del gràfic desapareixerà.



En activar l'opció *Gràfic/Modificar escala* ofereix la possibilitat d'augmentar-la o disminuir-la en un factor 2. Les opcions són *Augment [x2]* o *Disminució [:2]*

L'opció *Gràfic/Ampliar regió* permet seleccionar només una part qualsevol del gràfic. Si s'activa, aquesta opció canvia l'indicador del punter dins del dibuix. Prement el botó esquerre del ratolí i mantenint aquest botó premut, es pot senyalar una nova zona quadrada per ampliar.

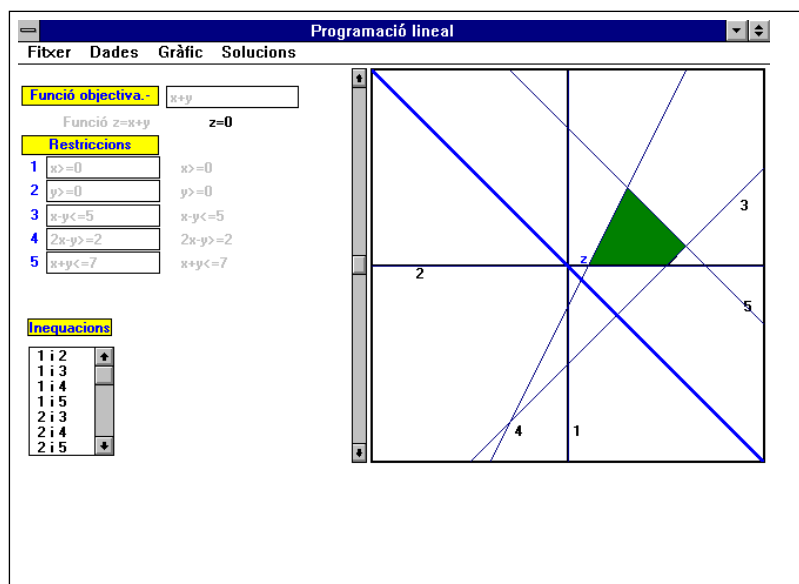


No és possible ampliar de nou una zona sobre un gràfic ja ampliat. L'opció anterior ha canviat per *Gràfic/Gràfic anterior*. Sempre es pot tornar al gràfic anterior i determinar una nova zona per a ampliar-la.

La barra de desplaçament per moure la funció objectiva segueix activa en aquestes ampliacions.

### 3.2 Resolució de les inequacions. Menú *Solucions*

En activar el menú *Solucions* es presenta una llista formada per parelles de rectes.



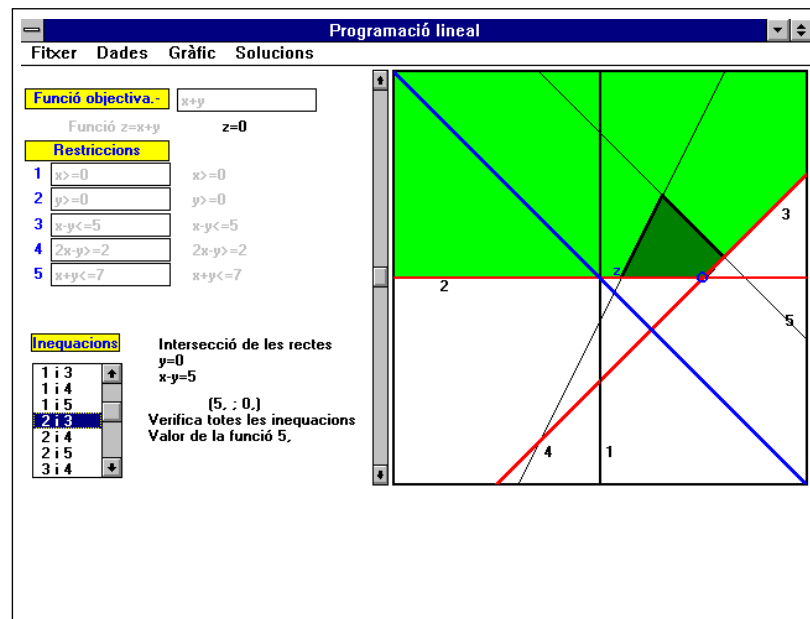
En seleccionar una de les parelles de la llista:

- es marquen en el gràfic les dues rectes
- es colora de forma més clara la regió que verifica les dues inequacions
- indica les coordenades del punt d'intersecció de les rectes



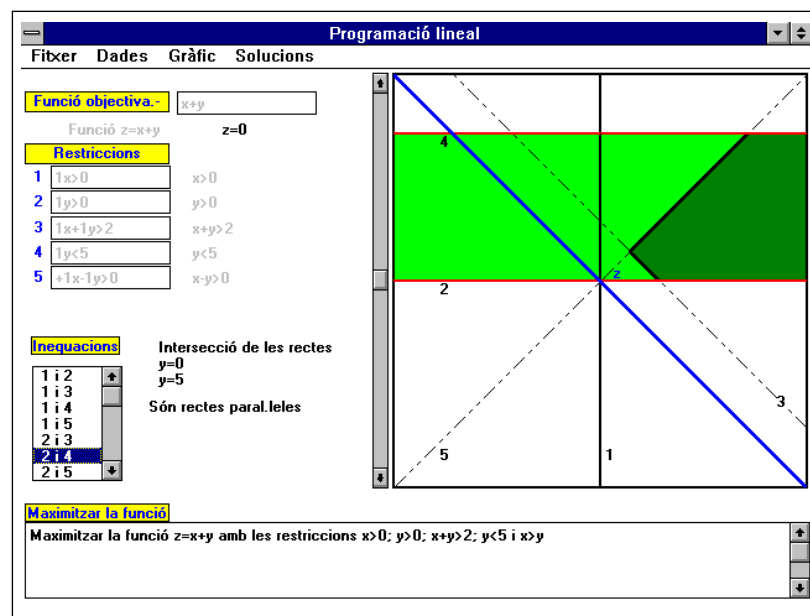
- informa si aquest punt verifica o no totes les inequacions del problema, en aquest cas dóna també el valor de la funció objectiva en aquest punt.

Aquest seria el cas d'haver activat les inequacions 2 i 3 del problema.



Si les rectes no tenen intersecció (rectes paral·leles) el programa ho indica i marca la regió dels punts que verifiquen les dues inequacions.

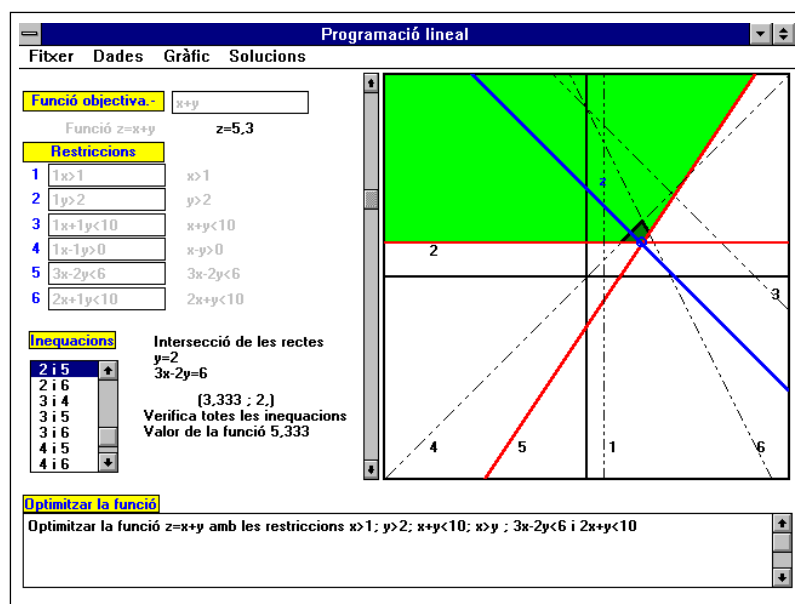
Aquest seria el cas de les dues rectes paral·leles que hi ha en el problema,  $y = 0$  i  $y = 5$



A l'exemple es pot apreciar la diferència entre la zona que verifica totes les inequacions del problema, en color més fosc, i la zona que verifica només les dues inequacions senyalades d'un color més clar.

La finestra de text, al costat de la llista dels parells d'inequacions, proporciona la informació sobre el punt d'intersecció de les rectes i si aquest verifica o no totes les inequacions del problema.

Com anteriorment s'ha indicat, la funció objectiva es pot moure amb la barra de desplaçament que hi ha al costat del gràfic.

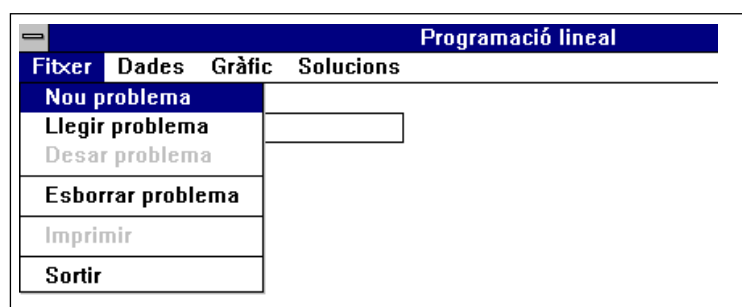


### 3.3 Els problemes. Menú *Fitxer*

El programa conté una llista de problemes de programació lineal, a la qual es pot accedir activant l'opció *Fitxer/Llegir problema*.

Disposar d'un conjunt de problemes proposats inicialment pot ser útil a l'hora de treure profit. Es poden estudiar, refer-los, estudiar possibles variacions afegint o eliminant restriccions o canviant la funció objectiva.

Aquesta llista de problemes pot ampliar-se d'acord amb les necessitats dels alumnes.



En activar l'opció es presenta la llista de problemes del fitxer en la part inferior de la pantalla, i es mostra la quantitat de problemes que hi ha. De cada un d'ells hi ha un petit comentari, que serveix d'identificador, i el número de problema.

Programació lineal

Fitxer Dades Gràfic Solucions

Funció objectiva.-

Restriccions

Lista de problemes 14

1 Màxim de funció	↑
2 Maximitzar la funció	
3 Maximitzar la funció	
4 Optimitzar la funció	
5 Mínim d'una funció	↓

Per a seleccionar-ne un cal fer un clic sobre ell. Es carrega i es pot resoldre com en els casos que s'han comentat abans, carrega:

- les restriccions
- la funció objectiva
- l'enunciat amb un comentari-títol

L'enunciat apareix en una finestra de text en la part inferior de la pantalla, el comentari està emmarcat sobre seu.

Quan un problema ja s'ha llegit, es pot resoldre fent servir les opcions *Gràfic* o *Solucions*, o bé editar les inequacions i la funció objectiva. Es pot estudiar de quina manera aquestes variacions poden actuar sobre el problema inicial.

Aquesta última possibilitat pot ser especialment útil des d'un punt de vista didàctic. Aprofitar un model d'exercici que ja s'ha solucionat i fer un conjunt de modificacions que el transformin en un nou exercici, observant les variacions que aquestes modificacions originen sobre la solució inicial del problema.

Per exemple, afegir una nova inequació, canviar el valor d'alguna de les quals el problema ja té o modificar la funció.

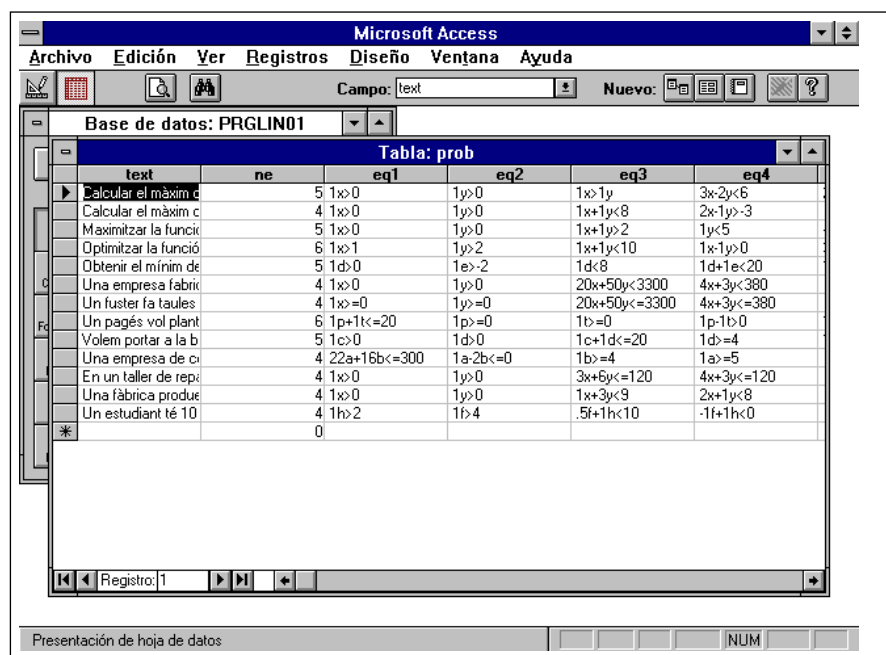
Observeu-ne un d'ells:

Programació lineal		
Fitxer Dades Gràfic Solucions		
<b>Funció objectiva:-</b>		<input type="text" value="p+2t"/>
Funció $z=p+2t$		
<b>Restriccions</b>		
1	<input type="text" value="1p+1t&lt;=20"/>	$p+t \leq 20$
2	<input type="text" value="1p&gt;=0"/>	$p \geq 0$
3	<input type="text" value="1t&gt;=0"/>	$t \geq 0$
4	<input type="text" value="1p-1t&gt;0"/>	$p-t \geq 0$
5	<input type="text" value="1p&lt;=16"/>	$p \leq 16$
6	<input type="text" value="1t&lt;=8"/>	$t \leq 8$
<b>Conreu de fruiters</b>		
Un pagés vol plantar pomeres i tarongers en les 20 Ha del terreny. Guanya el doble amb les taronges que amb les pomes i la quantitat de fruita que obté per Ha és la mateixa. Vol plantar més pomeres que tarongers però està compromès a plantar al menys 16 Ha de pomeres i 8 Ha de tarongers. Determineu la quantitat que li cal plantar de cada tipus de fruiter per fer que el benefici sigui màxim.		

També es poden incloure nous problemes a la col·lecció. Una vegada resolt un problema i en activar l'opció *Fitxer/Desar problema*, el programa queda a l'espera per introduir el comentari-títol, que servirà com identificador en la llista i el seu enunciat. El nou problema s'afegeix al final de la col·lecció.

També podeu eliminar un dels problemes de la col·lecció. Per fer-ho cal fer servir la darrera de les opcions *Arxiu/Esborrar problema de la llista*.

Els problemes estan guardats en un fitxer de nom PRGLIN01.MDB i en una taula prob. És un fitxer tipus Access, que podeu editar des del propi Access.



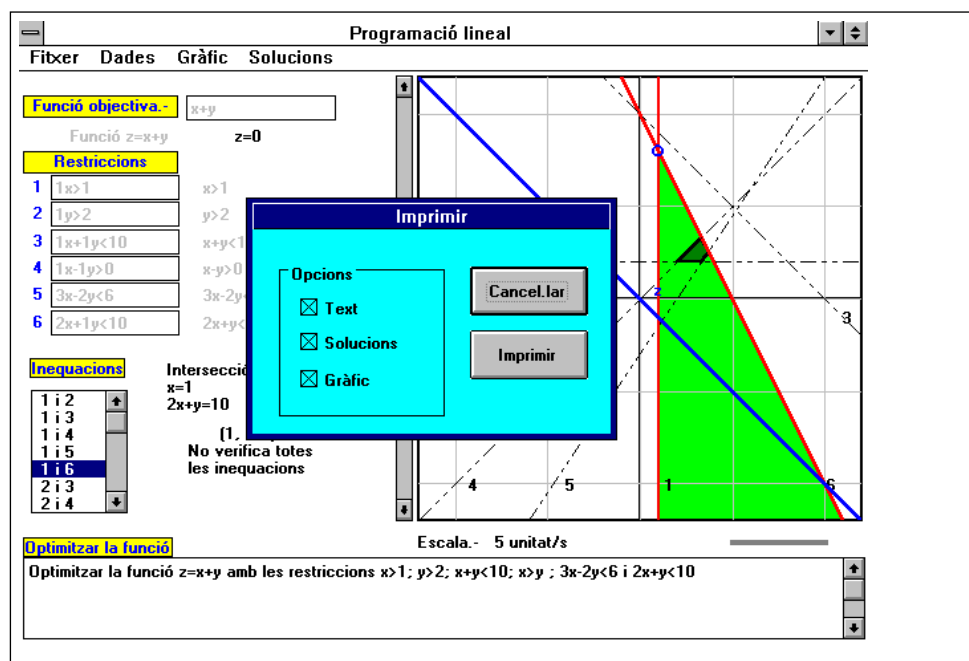
L'estructura de la taula és:

Camp	Tipus	Característica
text	memo	Text del problema
ne	numèric	Nombre d'inequacions
eq1	text	Inequació nº 1
...	...	...
eq8	text	Inequació nº 8
com	text	Comentari del problema
fo	text	Funció objectiva

### 3.4 Impressió d'un exercici. L'opció *Imprimir*

L'opció *Fitxer/Imprimir* permet obtenir una còpia en paper del problema estudiat. Es pot imprimir l'enunciat del problema, les solucions o el gràfic. Les solucions es mostren en una taula on hi figuren les interseccions de les rectes que defineixen les inequacions del problema i el valor que en aquests punts assolix la funció objectiva.

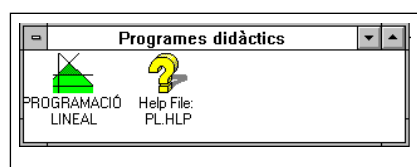
Quan es demana aquesta opció es presenta una pantalla on hi figuren aquestes tres possibilitats. Podem cancel·lar l'operació si així ho volem.



El gràfic imprès té la mateixa escala que el gràfic de la pantalla. Exemples d'aquestes còpies impreses figuren a l'annex.

### 3.5 L'ajuda. Fitxer d'ajuda

El programa conté un fitxer d'ajuda PL.HLP, accessible prement la tecla F1 des de qualsevol punt del programa.



Un índex permet accedir a la informació sobre les possibilitats de PRGLIN. En accedir a un apartat presenta l'ajuda existent sobre el tema.

Programació lineal

Fitxer Dades Gràfic Solucions

Programació lineal

Archivo

Edición

Marca-texto

Ayuda

Índice

Buscar

Atrás

Historial

Gràfic

1

2

3

4

En els problemes de dues variables, aquestes poden representar-se en un gràfic de coordenades.

Per dibuixar el gràfic hem de fer servir el menú Gràfic. Podem representar tot el problema, o la **funció objectiva**, o algunes de les **inequacions**.

Una inequació és cada una de les restriccions que han de verificar les variables del problema.

totes les inequacions. La solució del problema consisteix en trobar la regió que satisfaci totes les restriccions.

Les rectes són contínues o discontinües si inclouen o no els valors extrems (signes  $< >$ , o bé signes  $\leq$  o  $\geq$ ).

Funció  $z=x+y$

$z=0$

desplaçar funció objectiva

renir

Un filot en ass

ia i 4 de cada cada

↑

↓

15