GEOCLIC

ACTIVITATS CLIC DE GEOMETRIA AMB ORDINADOR PER A ALUMNES D'ESO

Jaume Bartrolí Brugués
IES Manuel Carrasco i Formiguera - Barcelona
Octubre de 1998

NOVETATS DE LA VERSIÓ DE MARÇ DE 1999 RESPECTE DE LA D'OCTUBRE DE 1998

S'adverteix que el document que segueix va ser elaborat amb motiu de la primera versió de GEOCLIC (octubre 98). A la versió del març del 99 s'han fet alguns afegits i modificacions no contemplades en el document.

Els afegits i modificacions són:

- S'ha adaptat el GEOCLIC a la **versió 3.0 del CLIC**. Aquesta versió 3.0 és doncs necessària per al seu funcionament.
- La present versió té 500 activitats, 50 més que la versió anterior.
- S'ha reestructurat el menú principal. Ara té 40 opcions en comptes de 36. Els 4 paquets inserits són:
  Paquet 29 : POSICIONS RELATIVES DE RECTES I PLANS
  Paquet 36 : VOLUMS DE COSSOS (més elemental que el paquet 37)
  Paquet 38 : HISTÒRIA DE LA GEOMETRIA GREGA – 1 (Període clàssic)
  Paquet 39 : HISTÒRIA DE LA GEOMETRIA GREGA – 2 (Període alexandrí)
  Els paquets 38 i 39 recullen les activitats d'història abans disperses per diferents paquets.
- S'han exclòs dels informes les activitats que no mereixen comptabilitzar (menú, activitats d'observació, ...).
- S'ha millorat la presentació de les pantalles d'inici i de final de cada paquet d'activitats.

Aprofito aquest afegit per donar les gràcies al nen que l'any 1995 em va descobrir el CLIC, dins del munt de coses que hi havia al Sinera 95.

A més a més, després, aquest mateix nen ha tingut la santa paciència de provar totes les activitats del GEOCLIC. Encara que algunes coses no les haurà entès, alguna garantia tinc que tot "lliga" bé.

Barcelona, març de 1999

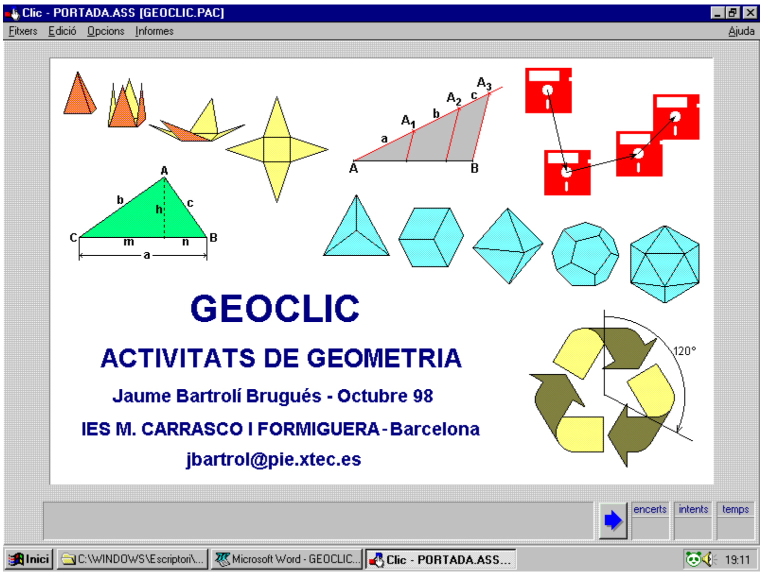
ÍNDEX

INTRODUCCIÓ

GEOCLIC ha estat desenvolupat durant el període llicència per a treballs de recerca i estudis concedida pel Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya durant el curs acadèmic 1997-98 (DOGC 2410 de 10.10.1997).

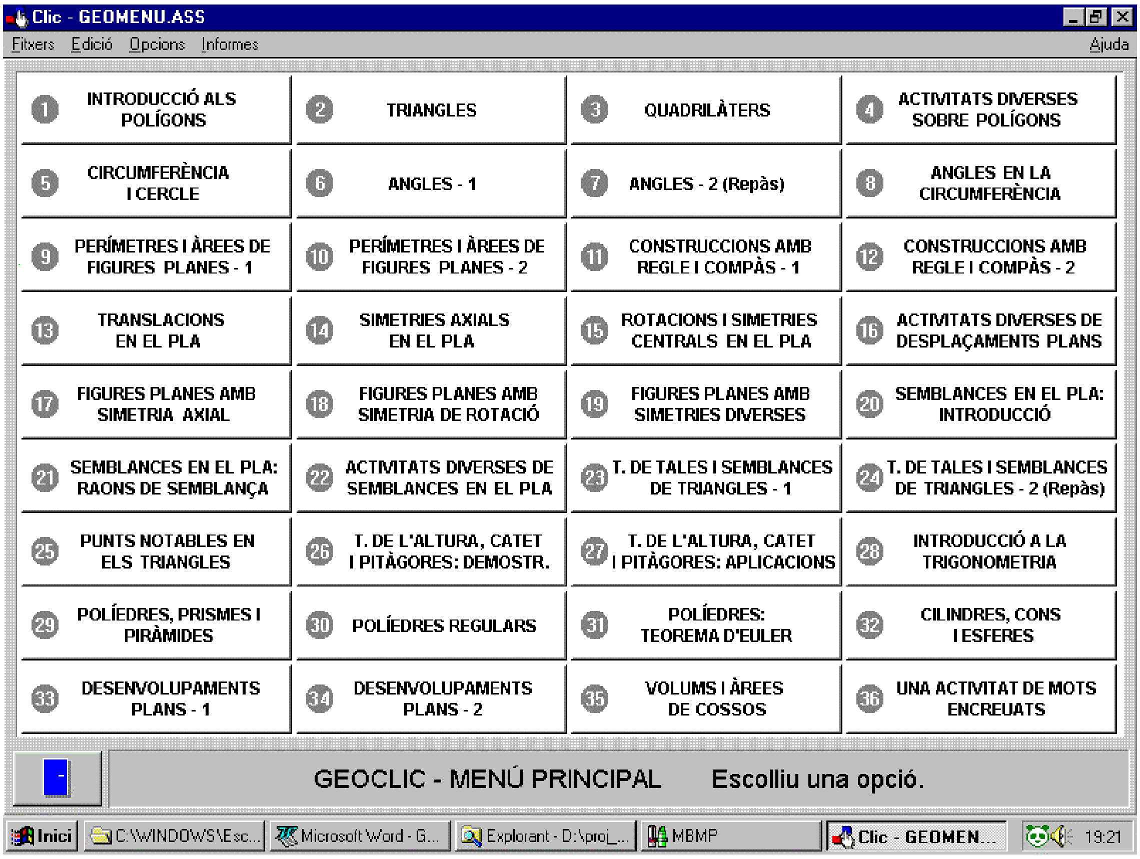
Què és GEOCLIC?

GEOCLIC (GEOmetria i CLIC) és un conjunt de 450 activitats CLIC de geometria. Estan pensades per a alumnes d'ESO, tant per al currículum comú com variable de MATEMÀTIQUES (crèdits variables tipificats L'ALTRA GEOMETRIA i MOVIMENTS EN EL PLA).



Una visió de conjunt

Les activitats estan estructurades en 36 paquets amb unes 13 activitats a cadascun d'ells. El menú principal dona una idea del contingut global:

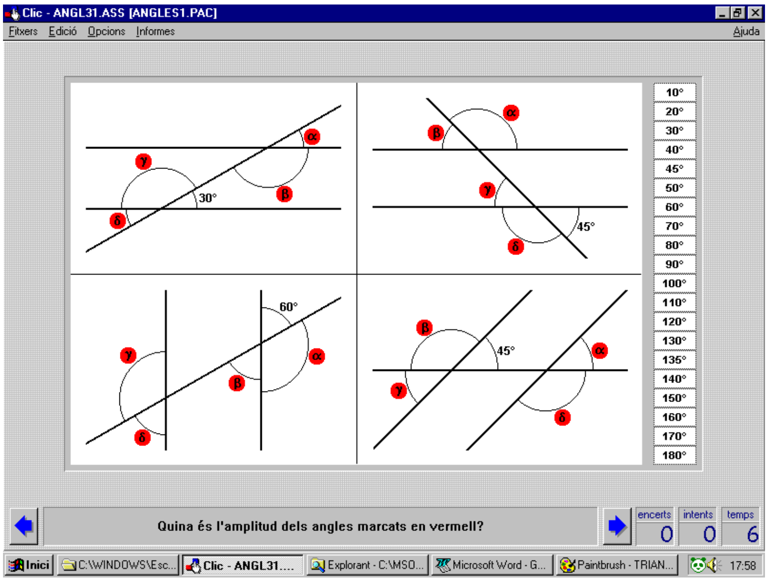


Com són les activitats GEOCLIC?

Seguidament es mostren comentades algunes activitats GEOCLIC:

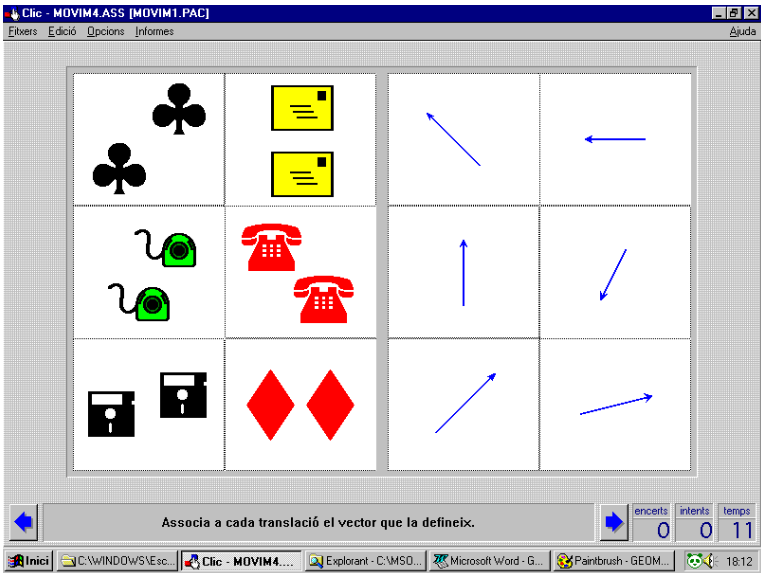
Activitat sobre angles formats per dues rectes paral·leles tallades per una tercera.

Coneguda l'amplitud de certs angles, l'alumne ha de determinar l'amplitud d'altres.



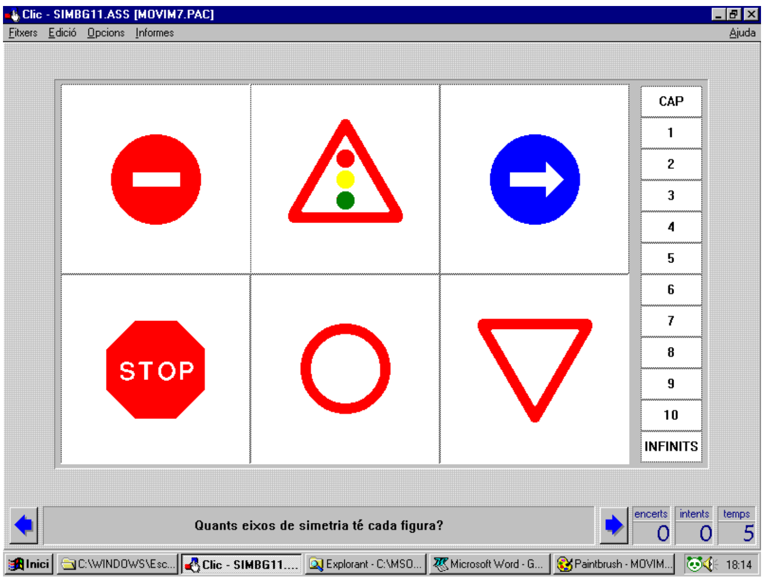
Activitat amb translacions.

L'alumne ha d'associar cada translació amb el vector que la defineix.



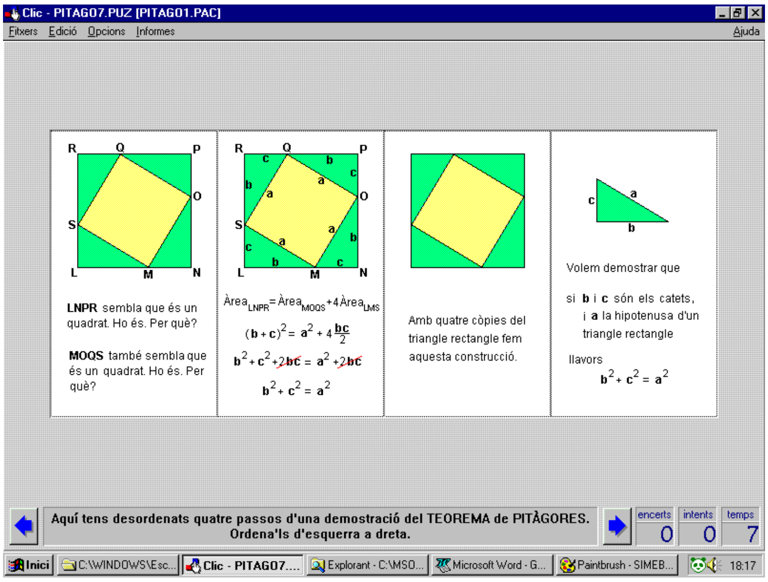
Activitat sobre figures amb simetries axials.

L'alumne ha de respondre a la pregunta de quants eixos de simetria té cada figura.



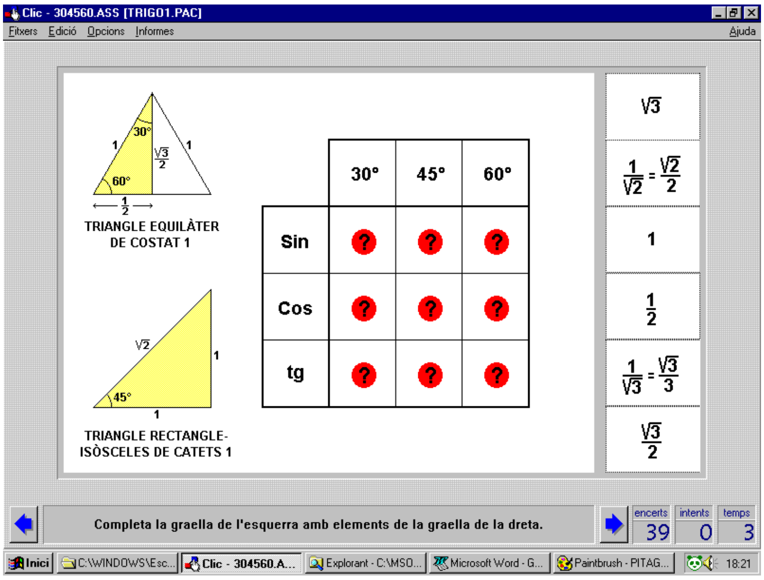
Activitat sobre el Teorema de Pitàgores.

L'alumne ha d'ordenar correctament d'esquerra a dreta aquests quatre passos corresponents a una coneguda demostració del teorema.



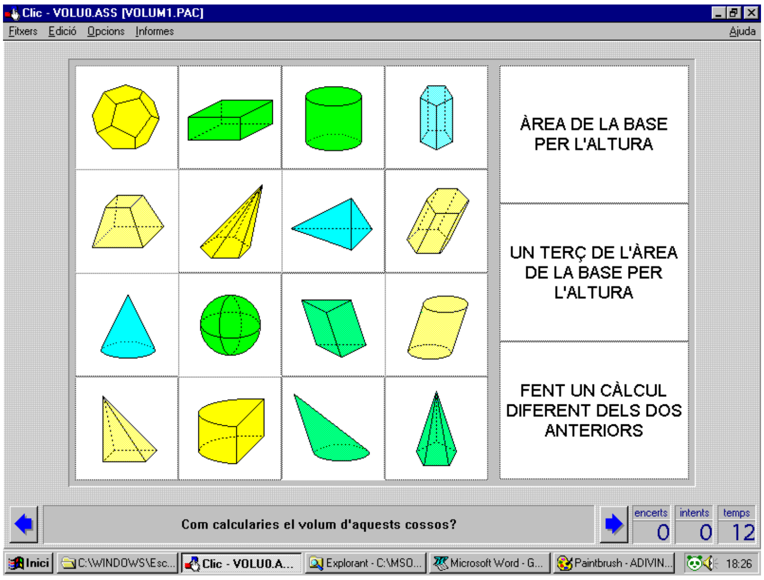
Activitat de Trigonometria.

L'alumne ha de completar la graella amb les raons trigonomètriques de 30º, 45º i 60º. Hi ha dos dibuixos per ajudar-se i els possibles valors apareixen a la dreta.



Activitat amb políedres.

L'alumne ha d'escollir com calcularia el volum dels diferents cossos que apareixen a la graella de l'esquerra.



Per què GEOCLIC?

És conegut que una de les innovacions del vigent currículum comú de l'àrea de Matemàtiques és la rellevància que dona a la geometria euclidiana "clàssica" en comparació amb els antics currículums de BUP i EGB. Rellevància que queda enfortida en establir-se dos crèdits variables tipificats amb continguts de geometria ("*L'ALTRA GEOMETRIA*" i "*MOVIMENTS EN EL PLA*", sense oblidar-se de la Trigonometria, també objecte d'un crèdit variable tipificat).

Aquesta és una situació nova per a un professorat que pateix certa manca de tradició en l'ensenyament de la geometria i que, a més a més, ho ha de fer amb un alumnat que ja accedeix als estudis secundaris als 12 anys, amb altres problemàtiques derivades de la diversitat a l'aula, etc.

En conseqüència, crec que els professionals de l'ensenyament veuran amb bons ulls qualsevol recurs que ajudi a assolir els objectius del currículum relacionats amb la geometria. La intenció ha sigut que un professor que, durant un període ampli de temps hagi d'explicar geometria a ESO, pugui fer ús d'aquest recurs de forma continuada i no només ocasional. Durant aquest període de temps, i per a cada tema de geometria, tindrà la seguretat de disposar d'un paquet adient d'activitats CLIC.

D'altra banda, el PIE distribueix des de fa anys l'entorn de treball CLIC conjuntament amb algunes activitats de matemàtiques ja desenvolupades.

En el moment de demanar la llicència, juny de 1997, pràcticament no hi havia aplicacions CLIC de geometria i vaig considerar que això constituïa un desaprofitament del les possibilitats d'aquest entorn de treball.

Com s'ha fet GEOCLIC?

La pauta que ha marcat el disseny de les activitats ha sigut cercar correspondències entre els tipus d'activitats CLIC genèriques i els infinitius que apareixen en els objectius terminals del currículum de l'àrea de Matemàtiques de l'ESO (decret 96/1992). Així, per exemple:

- Les associacions normals, complexes o d'identificació s'han utilitzat per dissenyar activitats relacionades pràcticament amb tots els objectius terminals, especialment aquells a on apareixen infinitius com "identificar", "reconèixer", "relacionar" i "interpretar".
- Si apareixen infinitius com "identificar" i "reconèixer", s'han utilitzat sopes de lletres.
- Per a infinitius com "obtenir", "calcular" i "aplicar", associacions tipus resposta escrita.
- Per a infinitius com "definir" i "enunciar", associacions tipus pantalla d'informació, associacions d'exploració i també tipus trencaclosques.
- Finalment, una taula de mots encreuats s'ha posat com a activitat de síntesis.

Per a més detalls sobre com està fet i estructurat GEOCLIC veure l'apartat GEOCLIC INTERN.

Requeriments

Encara que funciona amb qualsevol ordinador que accepti Windows 3.1, l'enorme quantitat de gràfics que manipula fa recomanable usar sistemes 386/486 i preferiblement, Pentium.

Tres coses són fonamentals:

- El programa complet ocupa 5 Mb de disc dur. En cas de no disposar de suficient espai de disc dur, es possible fer una instal·lació parcial.
- El monitor ha d'estar configurat a **600x800 pixels** i a 16 o més colors.
- Cal tenir instal·lat l'entorn **CLIC versió 2.2** (Sinera 98) o superior.

Antecedents, actualitzacions i suggeriments

GEOCLIC constitueix una ampliació d'un petit paquet anomenat "Activitats de geometria plana" desenvolupat durant el curs 95/96 i inclòs en les edicions 1997 i 1998 de Sinera en Disc. GEOCLIC el substituirà i està prevista la seva distribució tant en l'edició 1999 de Sinera com en el RACÓ del CLIC del web del PIE.

Les errades detectades i els suggeriments es poden dirigir a jbartrol@pie.xtec.es.

OBJECTIUS DE GEOCLIC

Per al disseny de les activitats, s'ha intentat cobrir tots els **continguts i objectius del currículum de l'àrea de Matemàtiques per a ESO (Decret 96/1992) relacionats amb la geometria (no analítica)**.En concret, s'han seleccionat els següents continguts i objectius terminals del citat currículum que segueixen, i s'ha intentat dissenyar activitats que els cobrissin.

Continguts:

Procediments.

3 Ús de models geomètrics.

3.1 Aplicació de models geomètrics per a la interpretació de situacions reals.

3.2 Representació plana de figures espacials i, recíprocament, comprensió de figures espacials a partir de la seva representació plana.

3.3 Generació de figures per transformacions geomètriques i altres mètodes (secció, reunió, intersecció i descomposició).

Fets, conceptes i sistemes conceptuals.

2 El pla i l'espai.

2.1 Elements i organització del pla.

2.2 Elements i organització de l'espai.

2.3 Translacions, girs i simetries en el pla.

2.4 La semblança en el pla.

2.5 Relacions mètriques i trigonomètriques en els triangles i rectangles.

Objectius terminals:

O.T. 25: Identificar i aplicar fórmules per al càlcul de superfícies planes (limitades per segments i arcs de circumferència) i de volums de cossos geomètrics (prismes, piràmides, cilindres, cons i esferes).

O.T. 29: Identificar figures planes (cercles, polígons i sectors circulars) i espacials (prismes, piràmides, cilindres, cons, esferes, i políedres regulars), construir-ne models a partir de criteris donats i descriure els seus elements i les relacions entre ells.

O.T. 30: Definir conceptes geomètrics elementals (incidència, paral·lelisme, perpendicularitat, angles, moviments i semblança), incorporar-los a la seva expressió i al seu raonament i enunciar relacions entre ells i propietats senzilles.

O.T. 31: Obtenir i utilitzar representacions planes de cossos geomètrics (prismes, piràmides, cilindres, cons, esferes, i políedres regulars) i també, donada una representació plana, saber-la interpretar.

O.T. 32: Reconèixer què són figures semblants i equivalents (en àrea o volum) i els mètodes que cal emprar per obtenir-les.

O.T. 33: Utilitzar correctament aparells de dibuix i mesura (regle, transportador, compàs, programes informàtics) per fer construccions geomètriques planes.

O.T. 34: Aplicar transformacions geomètriques del pla (translacions, simetries puntuals i axials, girs i homotècies) a formes planes limitades per segments i arcs de circumferència.

O.T. 35: Interpretar representacions a escala (plànols i mapes) i mesurar els elements que contenen, sabent-ne extreure les dades necessàries.

O.T. 36: Obtenir raons trigonomètriques d'angles aguts per mètodes gràfics i, donada una raó trigonomètrica saber trobar l'angle a que correspon. Aplicar-ho a la resolució de triangles rectangles.

O.T. 37: Enunciar i aplicar el Teorema de Tales i les principals relacions mètriques dels triangles rectangles (Teoremes de Pitàgores, del catet i de l'altura).

Pel que fa als objectius, el resultat apareix a la graella següent. Amb una X s'indica quin paquet dels 36 de GEOCLIC treballa un determinat objectiu terminal.

	OT 25	OT 29	OT 30	OT 31	OT 32	OT 33	OT 34	OT 35	OT 36	OT 37
Paquet 1		X								
Paquet 2		X								
Paquet 3		X								
Paquet 4		X								
Paquet 5		X								
Paquet 6			X							
Paquet 7			X							
Paquet 8			X							
Paquet 9	X									
Paquet 10	X									
Paquet 11						X				
Paquet 12						X				
Paquet 13			X				X			
Paquet 14			X				X			
Paquet 15			X				X			
Paquet 16			X				X			
Paquet 17							X			
Paquet 18							X			
Paquet 19							X			
Paquet 20			X		X					
Paquet 21			X		X					
Paquet 22			X		X					
Paquet 23										X
Paquet 24										X
Paquet 25										X
Paquet 26										X
Paquet 27										X
Paquet 28									X	
Paquet 29		X								
Paquet 30		X								
Paquet 31		X								
Paquet 32		X								
Paquet 33				X						
Paquet 34				X						
Paquet 35	X									
Paquet 36										

Com es pot veure, s'ha aconseguit desenvolupar activitats per a tots els objectius, a excepció del 35 (Interpretar representacions a escala...), cosa previsible, donades les possibilitats de l'entorn CLIC.

El paquet 36 no toca cap objectiu en concret. O els toca tots, ja que es tracta d'una taula de mots encreuats a on apareixen termes geomètrics (per a més detalls sobre aquesta activitat, veure l'apartat UNA ACTIVITAT DE MOTS ENCREUATS).

Amb més detall, els objectius treballats a GEOCLIC són:

Activitats sobre figures planes (Paquets 1, 2, 3, 4 i 5):

- Distingir entre polígons i no polígons.
- Distingir entre concavitat i convexitat.
- Identificar figures planes concretes (triangles, quadrilàters, polígons regulars, ...).
- Identificar elements de les figures planes.
- Classificar triangles segons els costats.
- Classificar triangles segons els angles.
- Classificar quadrilàters segons el paral·lelisme dels costats oposats.
- Obtenir relacions entre els elements d'un quadrilàter.
- Obtenir relacions entre els elements d'un polígon qualsevol.
- Activitats sobre polígons estrellats.
- Activitats sobre mosaics.
- Identificar elements en una circumferència.
- Identificar elements en un cercle.
- Reconèixer la posició relativa de recta i circumferència i de dues circumferències.
- Reconèixer polígons inscrits/circumscrits en una circumferència.
- Reconèixer circumferències inscrites/circumscrites en un polígon.

Activitats sobre angles (Paquets 6, 7 i 8, veure l'apartat ACTIVITATS SOBRE ANGLES):

- En figures planes amb certes simetries i certs angles coneguts, determinar altres angles.
- Utilitzant que la suma dels tres angles d'un triangle val 180º, calcular l'amplitud de certs angles interiors i exteriors a polígons.
- Activitats sobre angles oposats pel vèrtex.
- Activitats sobre angles formats per dues rectes paral·leles tallades per una tercera recta.
- Suma dels angles interiors d'un polígon.
- Activitats sobre angles inscrits i centrals en una circumferència.
- Angles formats per radis i rectes tangents a una circumferència.
- Angles centrals i interiors en polígons regulars.

Perímetres i àrees de figures planes (Paquets 9 i 10, veure l'apartat PERÍMETRES I ÀREES DE FIGURES PLANES):

- Aparellar figures poligonals equivalents en perímetre
- Determinar el perímetre de figures poligonals
- Identificar i aplicar fórmules per al càlcul de perímetres de figures poligonals.
- Aparellar figures poligonals equivalents en àrea
- Determinar l'àrea de figures poligonals.
- Identificar i aplicar fórmules per al càlcul de l'àrea de figures poligonals.
- Determinar el perímetre de figures derivades de la circumferència.
- Determinar l'àrea de figures derivades del cercle.
- Determinar el perímetre de figures formades per segments i arcs de circumferència.
- Determinar l'àrea de figures tancades per segments i arcs de circumferència.

Construccions amb regle i compàs de (Paquets 11 i 12, per a més detalls sobre aquestes activitats, veure l'apartat CONSTRUCCIONS AMB REGLE I COMPÀS):

- Mediatriu d'un segment.
- Perpendicular a una recta per un punt d'ella mateixa.
- Perpendicular a una recta per un punt exterior.
- Paral·lela a una recta per un punt exterior.
- Divisió d'un segment en parts iguals.
- Divisió d'un segment en parts proporcionals.
- Bisectriu d'un angle.
- Transport d'un angle.
- Un triangle coneguts els tres costats.
- Un triangle coneguts dos costats i l'angle que formen.
- Un triangle coneguts un costat i els dos angles adjacents.
- Un triangle equilàter conegut el costat.
- Circumferència que passa per tres punts (circumscrita a un triangle).
- Centre d'una circumferència.
- Hexàgon regular.
- Pentàgon regular inscrit en una circumferència.

Moviments en el pla (Paquets 13, 14, 15, 16, 17, 18 i 19, veure MOVIMENTS EN EL PLA):
- Identificació de moviments en el pla.
- Donat un moviment d'una figura, determinar els elements que el defineixen.
- Determinar com queda (o a on queda) una figura si se li aplica un determinat moviment.
- Identificar figures amb alguna simetria axial.
- En figures amb alguna simetria axial, comptabilitzar el nombre d'eixos de simetria.
- Identificar figures amb simetries de rotació.
- Identificar figures amb simetria de rotació i el mínim gir que les deixa invariants.
- Identificar figures amb simetria central (com a cas particular d'un gir pla de 180º).
- Classificar figures tenint en compte alhora la simetria axial i la simetria de rotació.

Semblances en el pla (Paquets 20, 21, 22, 23 i 24, veure l'apartat SEMBLANCES EN EL PLA)):
- Identificació de semblances en el pla.
- Identificació de figures semblants a una figura donada.
- Aparellament de figures semblants.
- Completar les dimensions d'una figura conegudes les d'una semblant.
- Determinar raons de semblança.
- Donada una figura, construir-ne una de semblant amb una determinada raó de semblança.
- Determinar segments interceptats entre rectes paral·leles tallades per altres rectes.
- Determinar les dimensions de triangles en "*posició de Tales*".
- Determinar les dimensions de triangles en "*posició d'anti-Tales*".
- Identificar parells de triangles semblants.

Relacions mètriques en els triangles rectangles (Paquets 26 i 27, per a més detalls sobre aquestes activitats, veure el l'apartat TEOREMA DE L'ALTURA, DEL CATET I DE PITÀGORES):
- Demostració del teorema de l'altura.
- Demostració del teorema del catet.
- Demostració del teorema de Pitàgores per doble aplicació del teorema del catet.
- Demostració del teorema de Pitàgores utilitzant el teorema de l'altura.
- Demostració del teorema de Pitàgores utilitzant equivalències d'àrees.
- Dos demostracions "visuals" del teorema de Pitàgores.
- Demostració del teorema de Pitàgores en forma inversa.
- Aplicacions dels teoremes de l'altura, del catet i de Pitàgores

Punts notables d'un triangle i introducció a la trigonometria (Paquets 25 i 28):
- Distingir entre altures, mitjanes, mediatrius i bisectrius d'un triangle.
- Reconèixer i obtenir ortocentres, baricentres, circumcentres i incentres de triangles.
- Relacions mètriques en les mitjanes respecte del baricentre.
- El circumcentre com a centre de la circumferència circumscrita.
- L'incentre com a centre de la circumferència inscrita.
- Càlcul de les raons trigonomètriques dels angles aguts d'un triangle rectangle.
- Associar una raó trigonomètrica a un angle corresponent.
- Conèixer la identitat fonamental $Sen^2x+Cos^2x=1$.
- Reconèixer i calcular les raons trigonomètriques de 30º, 45º i 60º.

Activitat sobre políedres, cons, cilindres i esferes (Paquets 29, 30, 31 i 32):
- Distingir entre políedres i no políedres.
- Reconèixer els prismes.
- Descriure els elements dels prismes.
- Reconèixer les piràmides.
- Descriure els elements de les piràmides.
- Reconèixer els paral·lelepípedes
- Reconèixer els ortòedres
- Distingir entre figures rectes i obliqües.
- Reconèixer els cinc políedres regulars.
- Descriure els elements dels políedres regulars.
- Conèixer i aplicar la relació d'Euler entre nombre de cares, d'arestes i de vèrtexs.
- Conèixer l'existència de políedres no eulerians.
- Reconèixer els cons, els cilindres i les esferes i descriure els seus elements.
- Conèixer les figures derivades de l'esfera (casquets, segments esfèrics, ...)
- Identificar figures de revolució.
- Identificar seccions còniques.

Activitats sobre desenvolupaments plans (Paquets 33 i 34):

Conèixer els possibles desenvolupaments plans de políedres, cilindres, cons i figures derivades.
Associar cossos i els seus desenvolupaments plans.
Per a un determinat cos, reconèixer més d'un desenvolupament pla.
Identificar desenvolupaments plans de cossos impossibles.

Àrees i volums de políedres, cilindres, cons i esferes (Paquet 35):

Identificar i aplicar fórmules per calcular volums de prismes, cilindres, piràmides i cons.
Calcular el volum de prismes i cilindres.
Calcular el volum de piràmides i cons.
Identificar i aplicar fórmules per al càlcul de superfícies de prismes i cilindres.
Calcular la superfície de prismes i cilindres.
Identificar i aplicar fórmules per al càlcul de superfícies de piràmides i cons.
Calcular la superfície de piràmides i cons.
Identificar i aplicar fórmules per al càlcul de volums i superfícies d'esferes.
Calcular volums i superfícies d'esferes.

Activitats d'història, alguns aspectes de la geometria grega (7 activitats en diversos paquets, per a més detalls sobre aquestes activitats, veure l'apartat ACTIVITATS D'HISTÒRIA DE LA GEOMETRIA: ALGUNS ASPECTES DE LA GEOMETRIA GREGA)

Demòcrit d'Abdera (460 a.C. - 370 a.C.): com es suposa que va obtenir la fórmula del volum d'una piràmide com a un terç de l'àrea de la base per l'altura (Paquet 35).
Euclides d'Alexandria (365 a.C. – 300 a.C.): com va demostrar el teorema de Pitàgores en forma inversa (Paquet 26).
Aristarc de Samos (310 a.C. – 230 a.C.): com va calcular, erròniament, que el Sol és dinou vegades més lluny de la Terra que la Lluna (Paquet 28).
Eratòstenes de Cirene (276 a.C. – 197 a.C.): com va calcular la longitud del meridià terrestre (Paquet 8).
Herò d'Alexandria (65 d.C. – 126 d.C.): com va demostrar la llei de la reflexió de la llum usant simetries i el principi de que la llum fa sempre el camí més curt (Paquet 16).
Ptolemeu d'Alexandria (85 d.C. – 165 d.C.): demostració del seu teorema sobre quadrilàters inscrits en una circumferència (Paquet 24).
Pappus d'Alexandria (290 d.C. – 350 d.C.): aplicació dels seus teoremes sobre volums i àrees de cossos de revolució al càlcul del volum i de l'àrea d'un tor (Paquet 35).

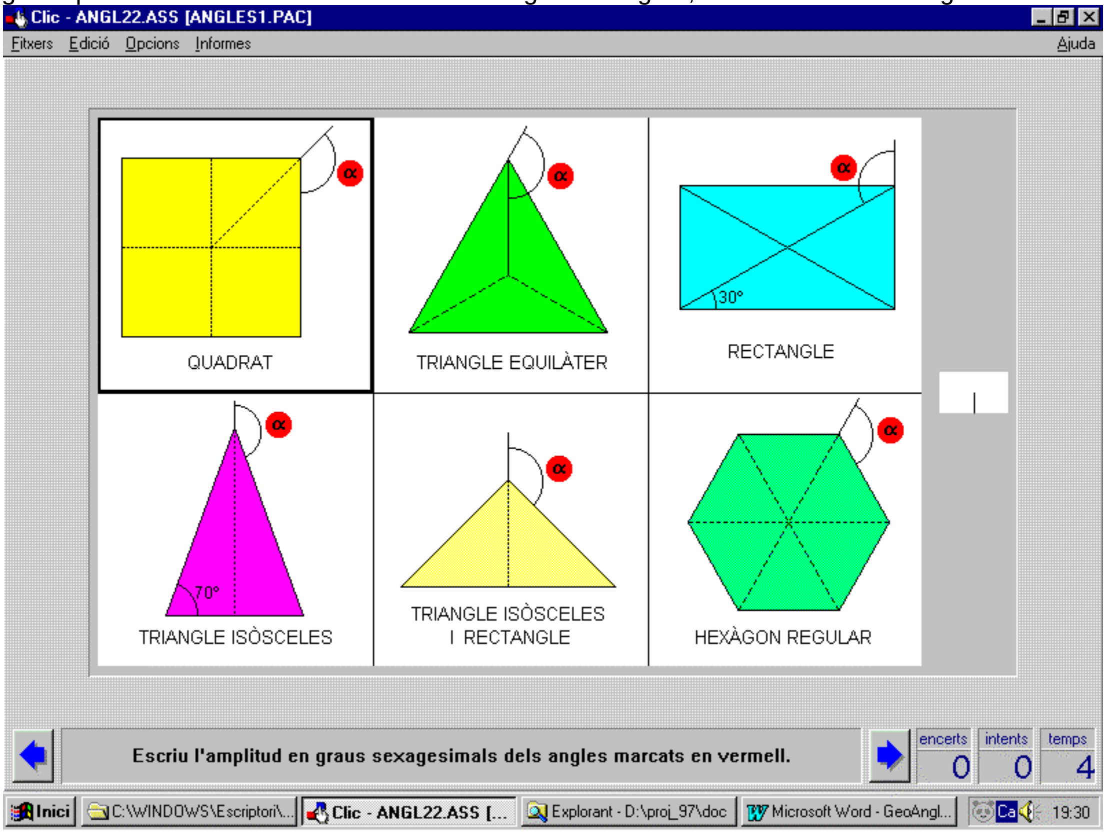
ACTIVITATS PER A PRIMÀRIA

Si bé qualsevol professor pot fer una selecció de les activitats que cregui aprofitables en Ensenyament Primari, com a orientació es fa una relació dels paquets més adients per a aquesta etapa. La llista és exhaustiva i, abans que els alumnes els facin, cal que el professor se les hagi mirat i fet una selecció d'activitats.

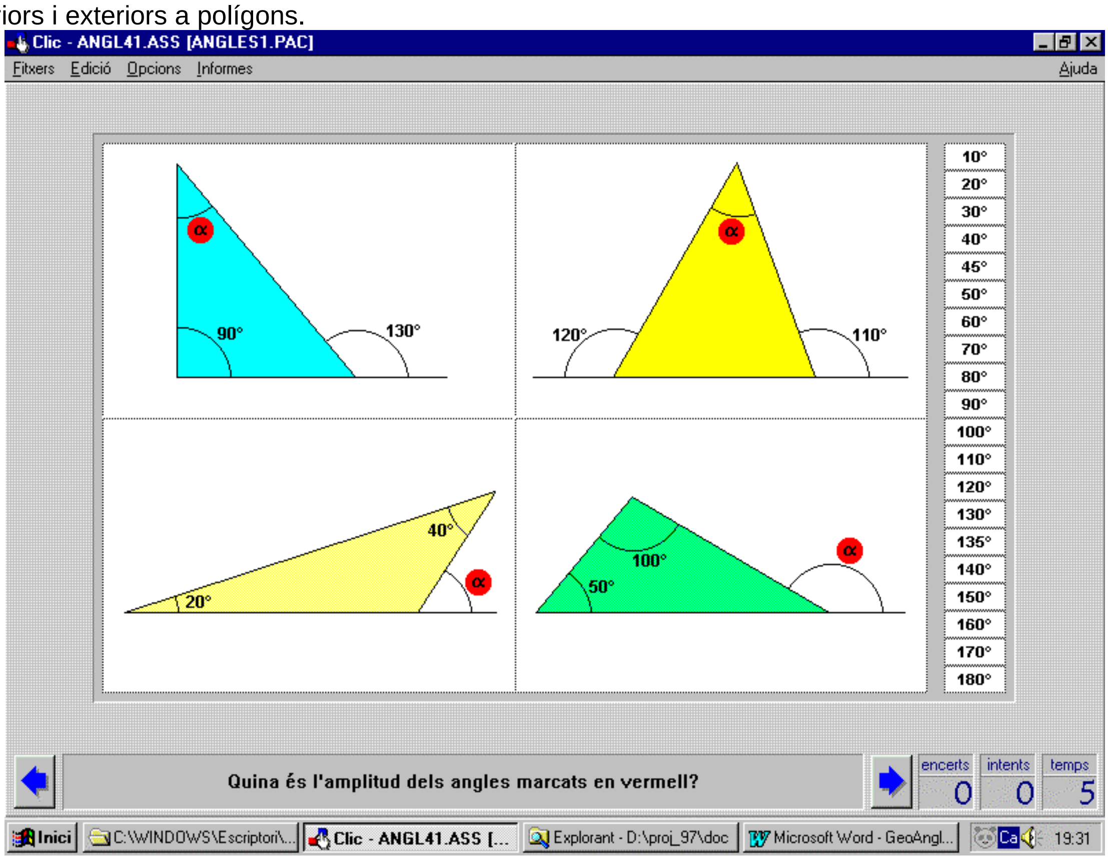
Paquets 1, 2, 3 i 5___________Polígons, triangles, quadrilàters, circumferència i cercle
Paquets 6 i 7_______________Angles 1 i 2
Paquets 9 i 10______________Perímetres i àrees de figures planes 1 i 2
Paquets 11 i 12_____________Construccions amb regle i compàs 1 i 2
Paquets 13, 14, 15 i 17_______Translacions, simetries axials i rotacions en el pla
Paquet 29 i 32______________Políedres, prismes i piràmides, cilindres, cons i esferes
Paquets 33 i 34_____________Desenvolupaments plans 1 i 2

ACTIVITATS SOBRE ANGLES (PAQUETS 6, 7 i 8)

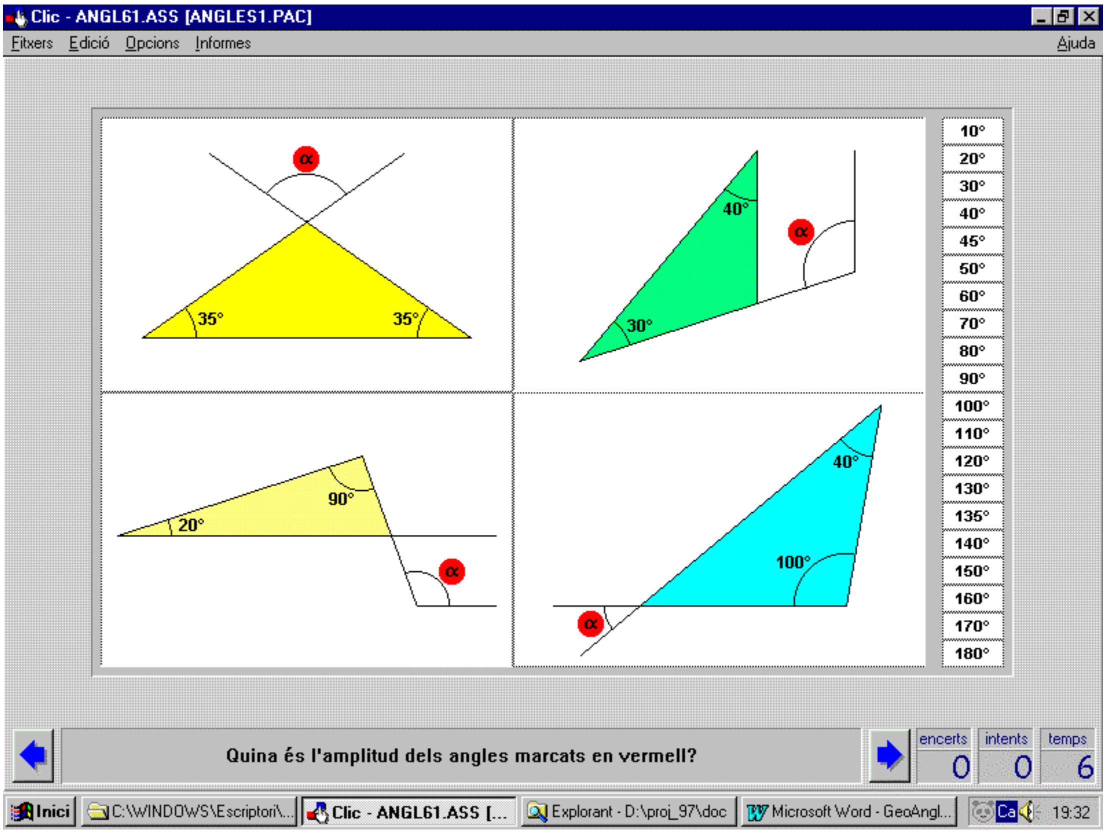
En figures planes amb certes simetries i certs angles coneguts, determinar altres angles.



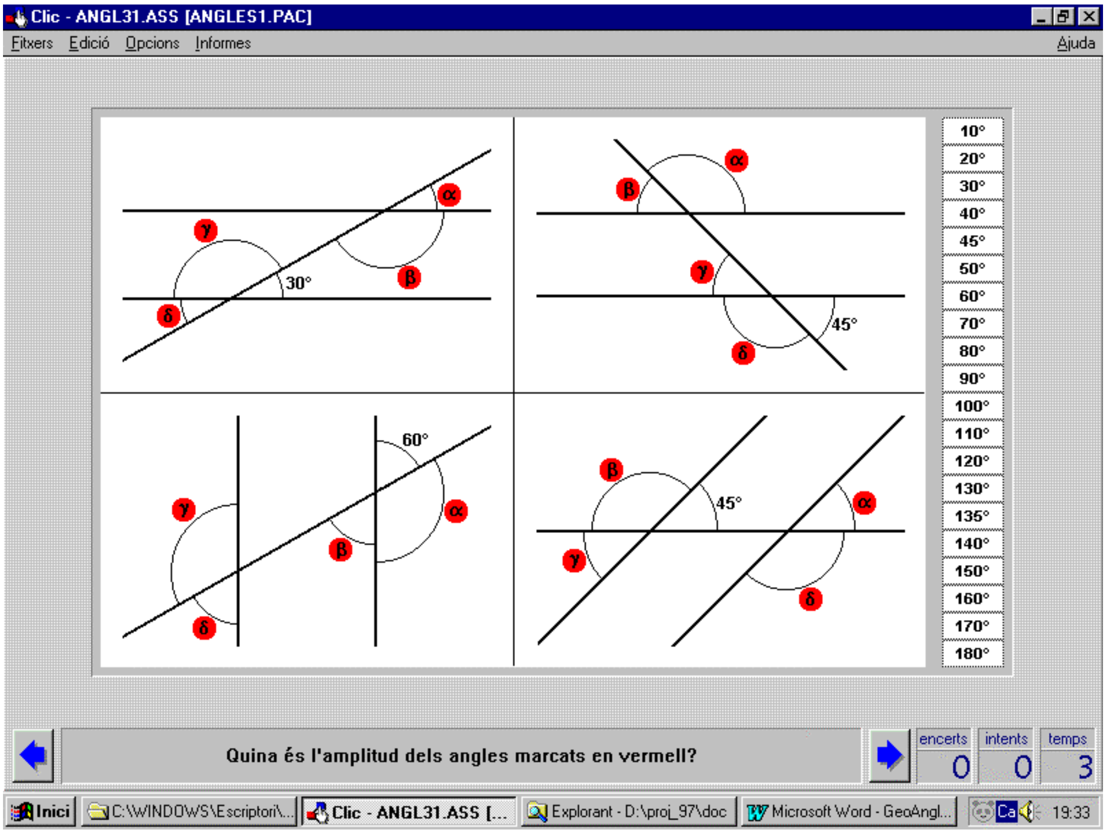
Utilitzant que la suma dels tres angles d'un triangle val 180º, calcular l'amplitud de certs angles interiors i exteriors a polígons.



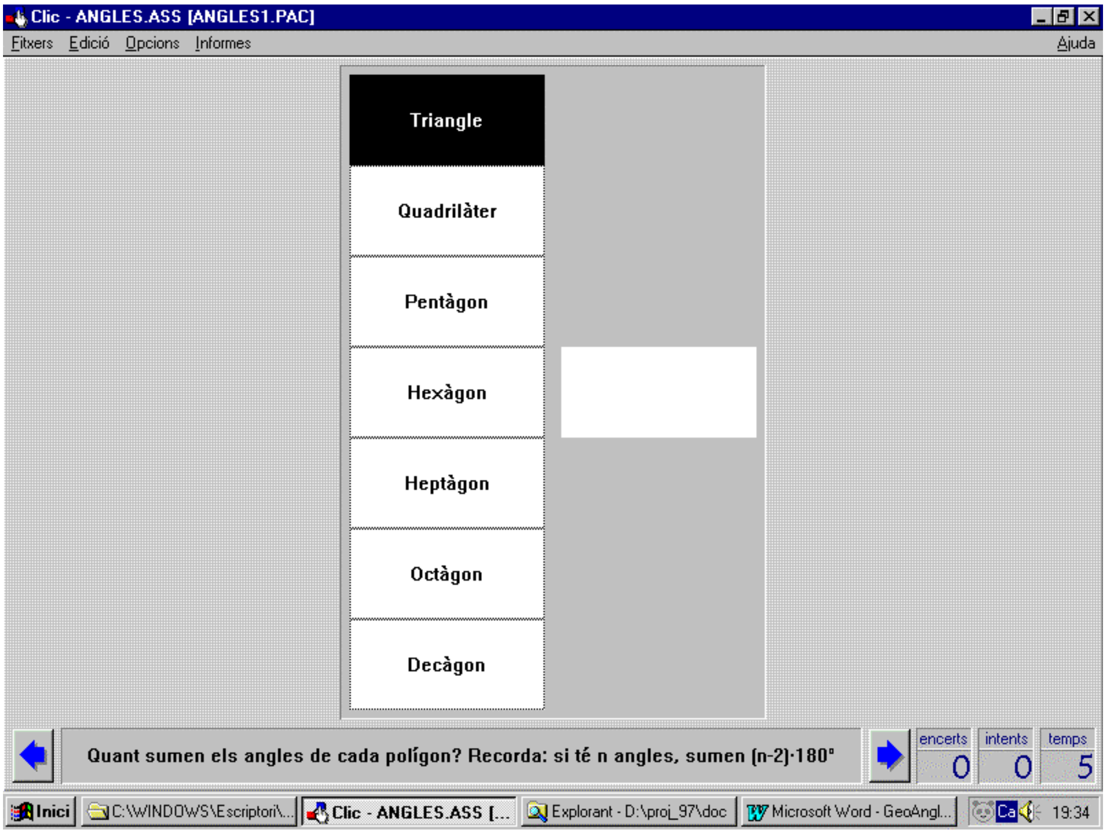
Activitats sobre angles oposats pel vèrtex.



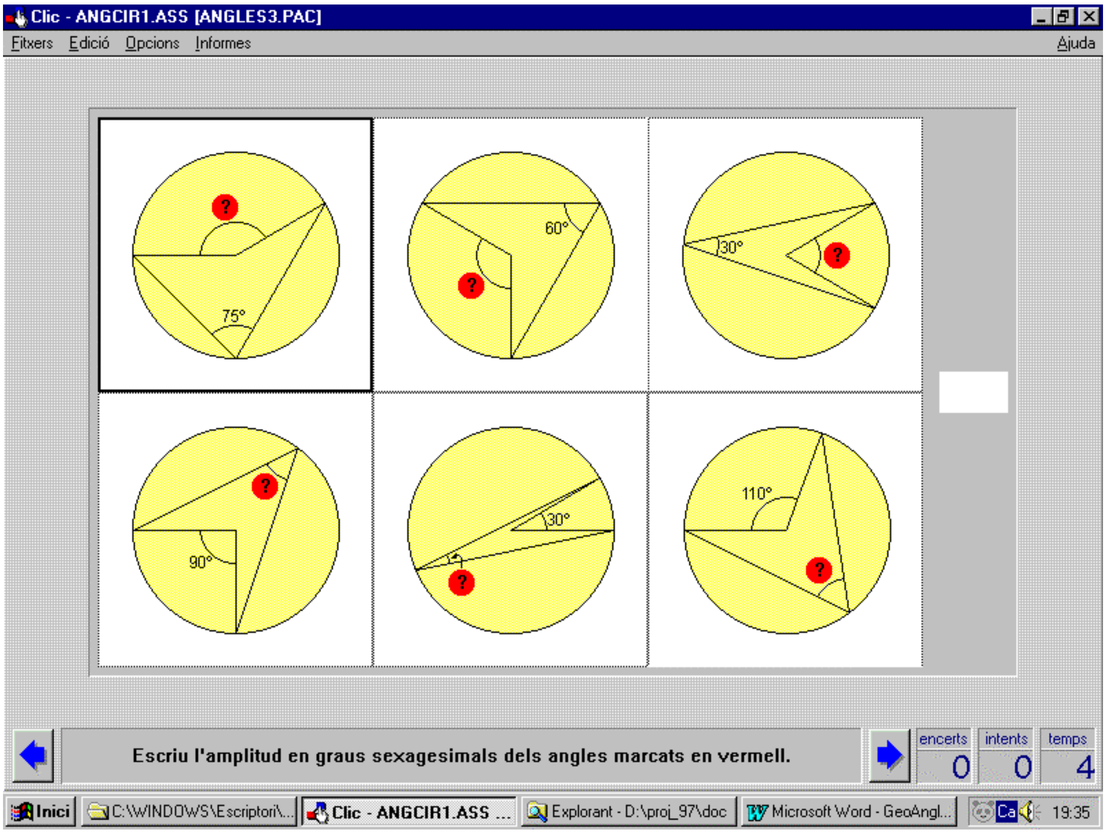
Activitats sobre angles formats per dues rectes paral·leles tallades per una tercera recta.



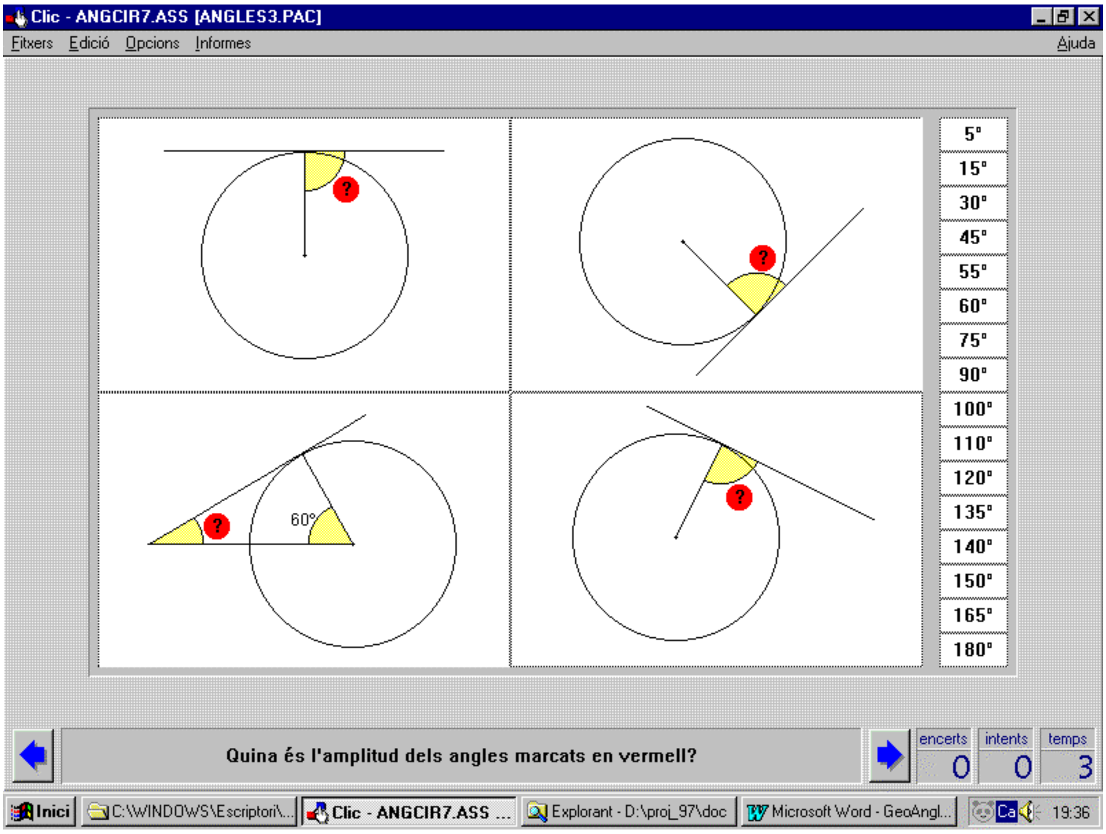
Suma dels angles interiors d'un polígon.



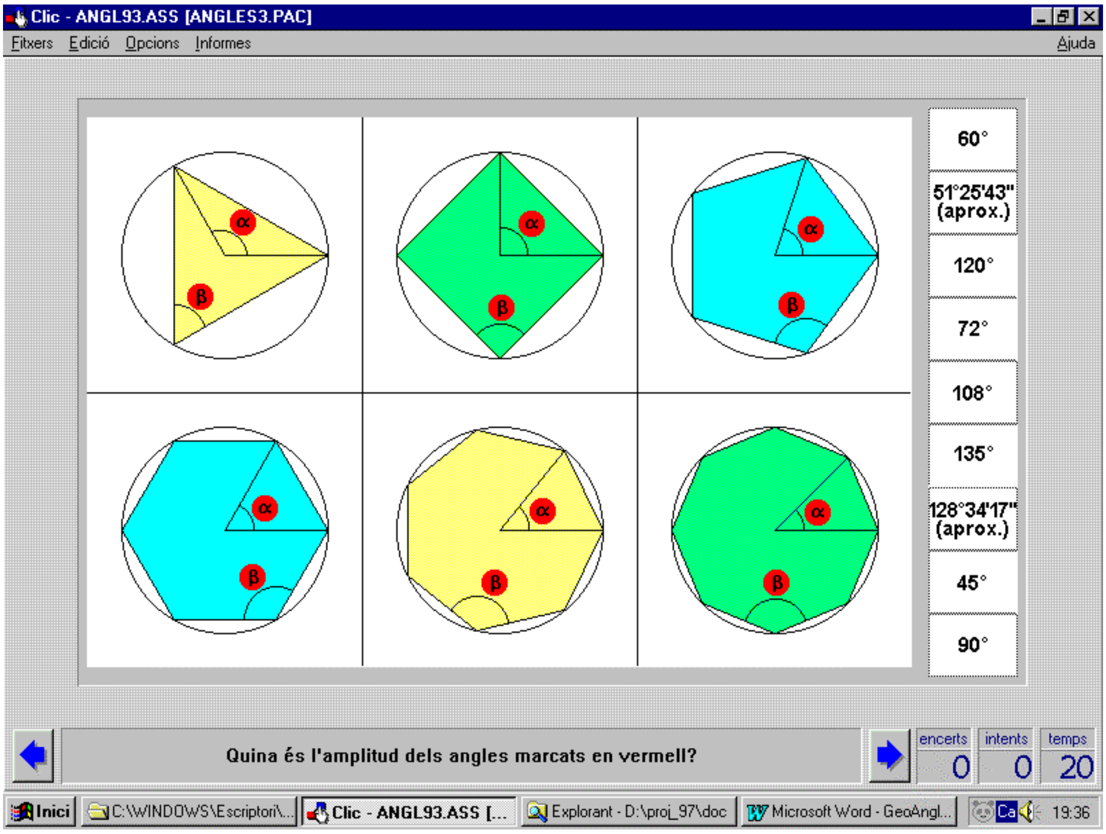
Activitats sobre angles inscrits i centrals en una circumferència.



Angles formats per radis i rectes tangents a una circumferència.

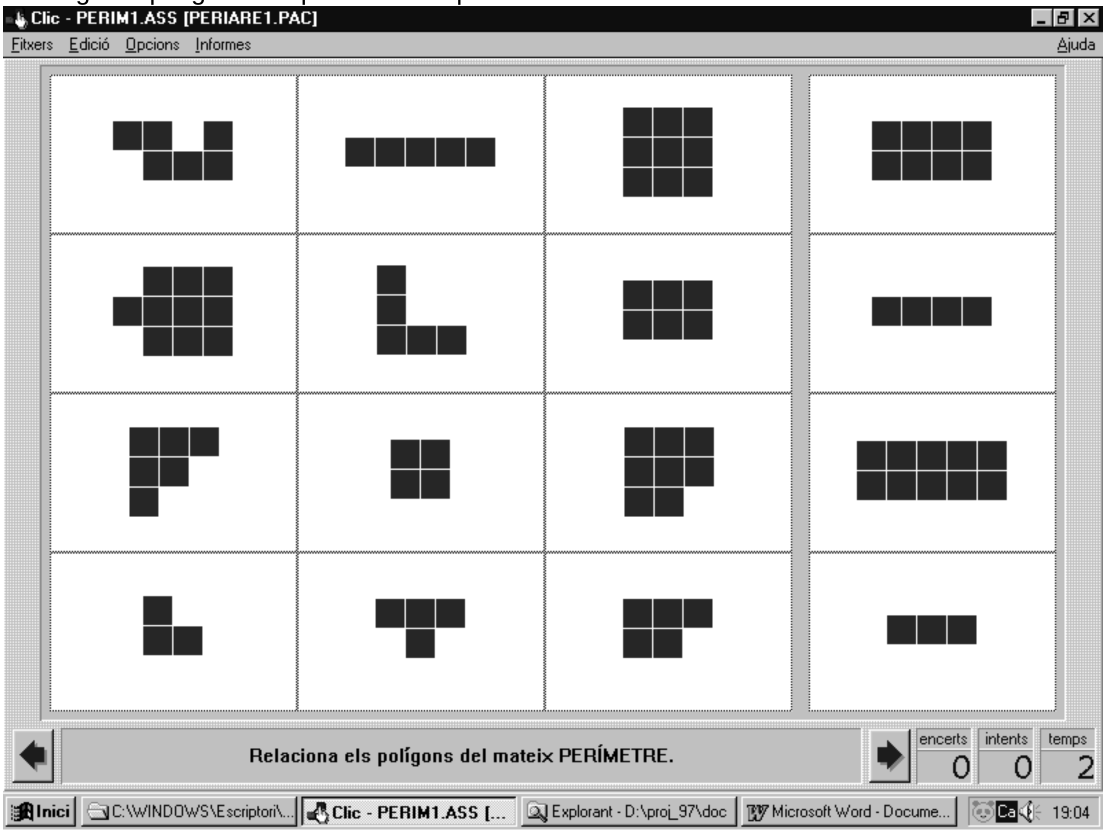


Angles centrals i interiors en polígons regulars.

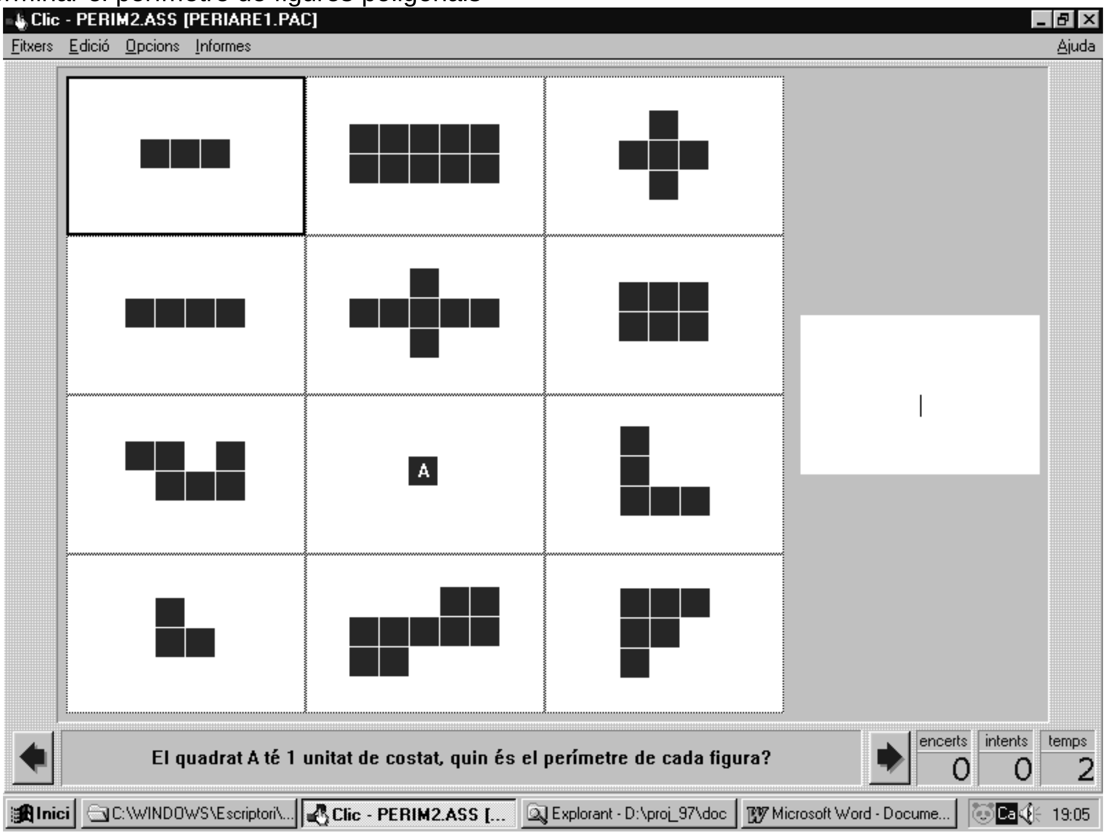


PERÍMETRES I ÀREES DE FIGURES PLANES (PAQUETS 9 i 10)

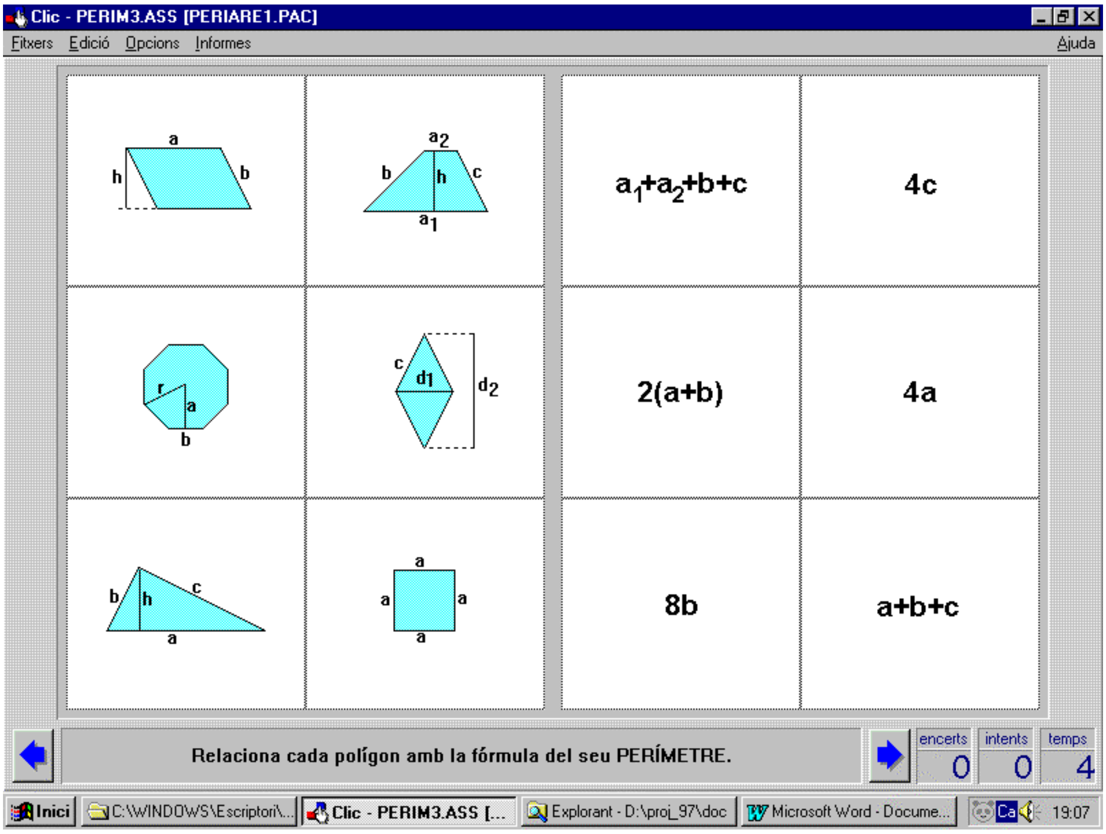
Aparellar figures poligonals equivalents en perímetre



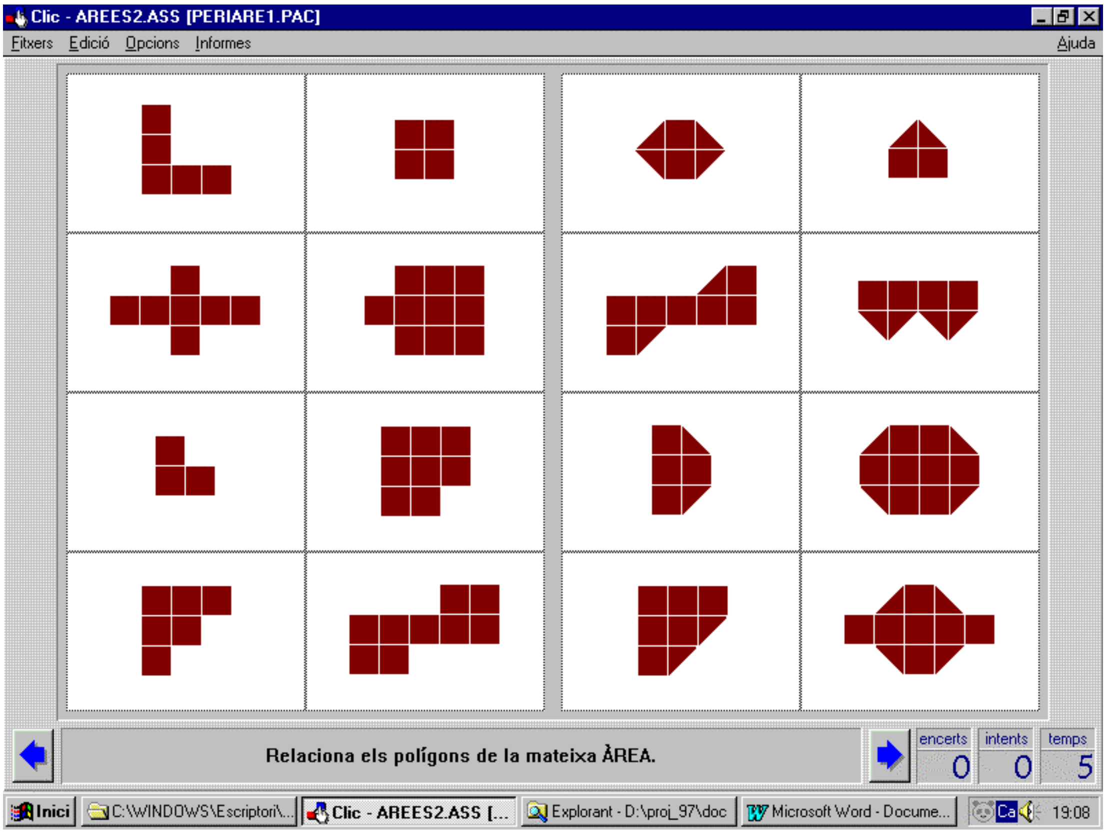
Determinar el perímetre de figures poligonals



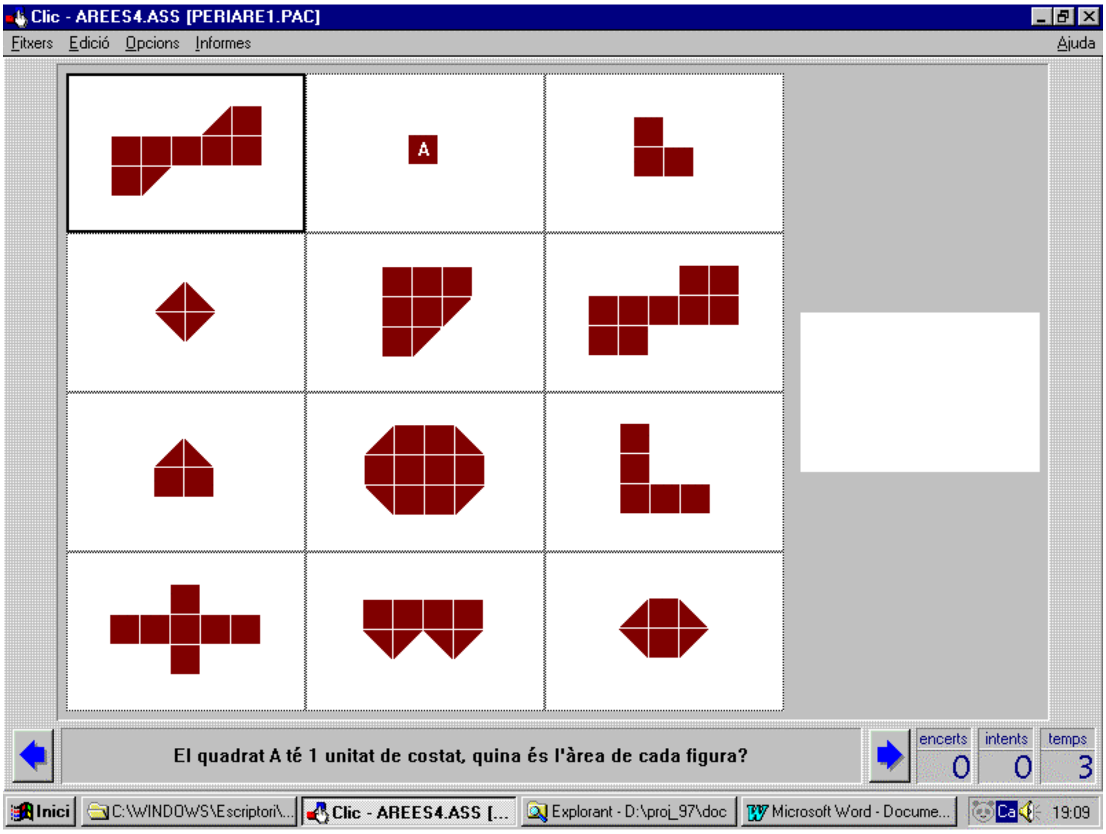
Identificar i aplicar fórmules per al càlcul de perímetres de figures poligonals.



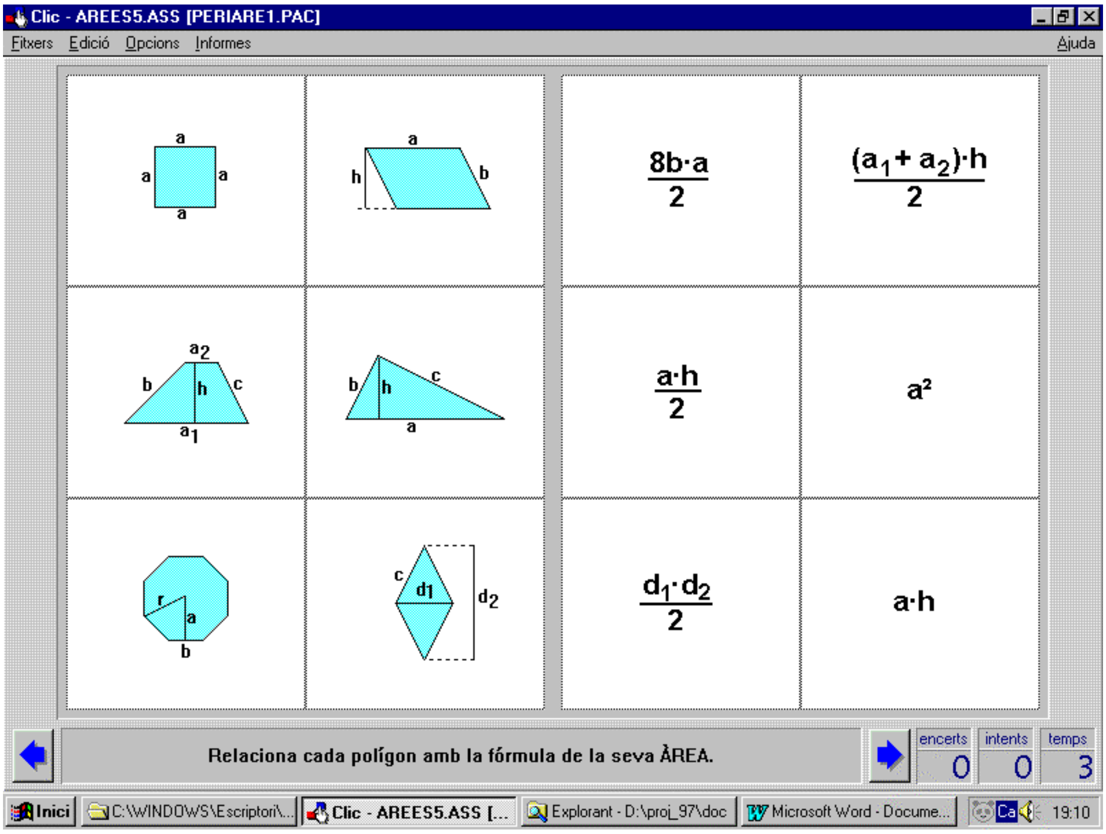
Aparellar figures poligonals equivalents en àrea.



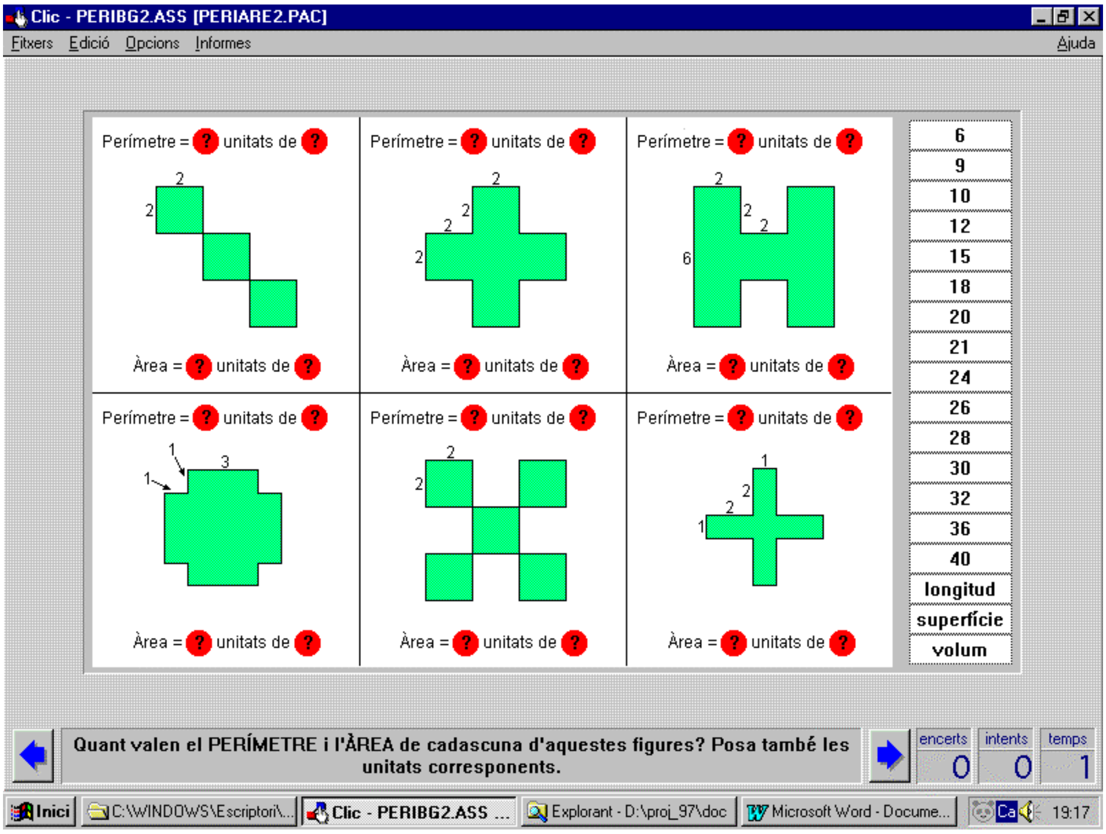
Determinar l'àrea de figures poligonals.



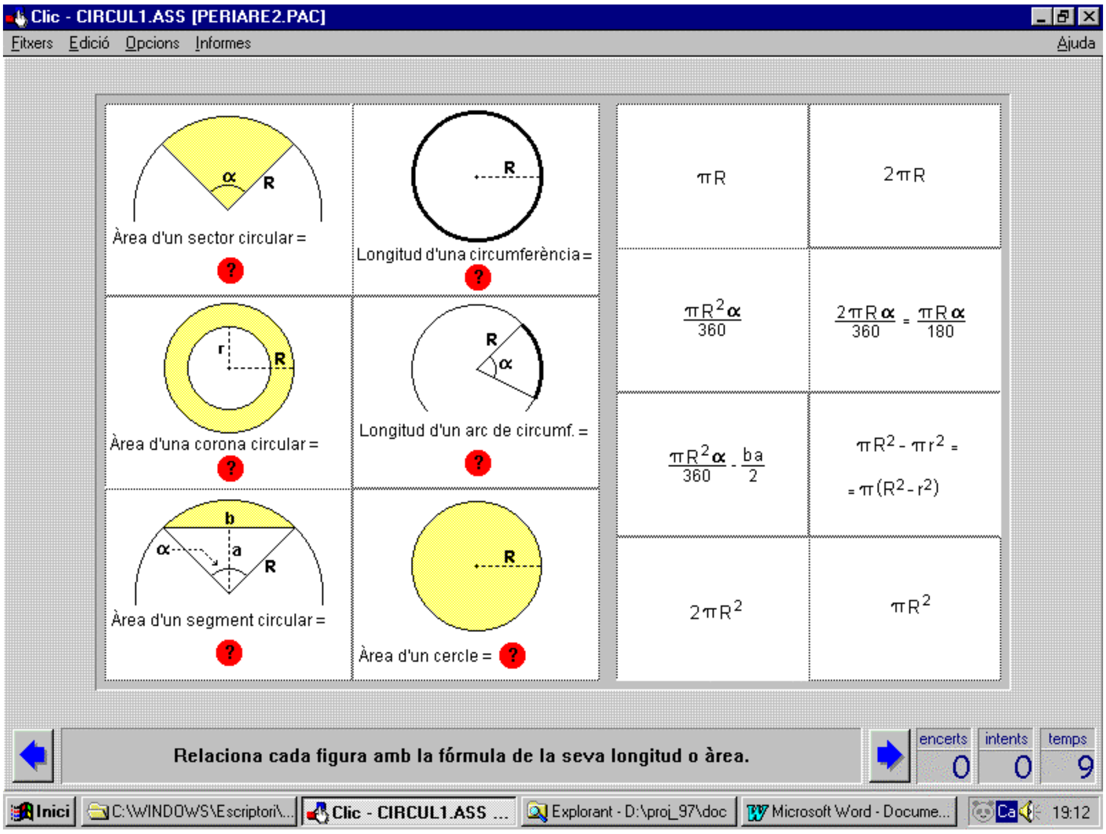
Identificar fórmules per al càlcul de l'àrea de figures poligonals.



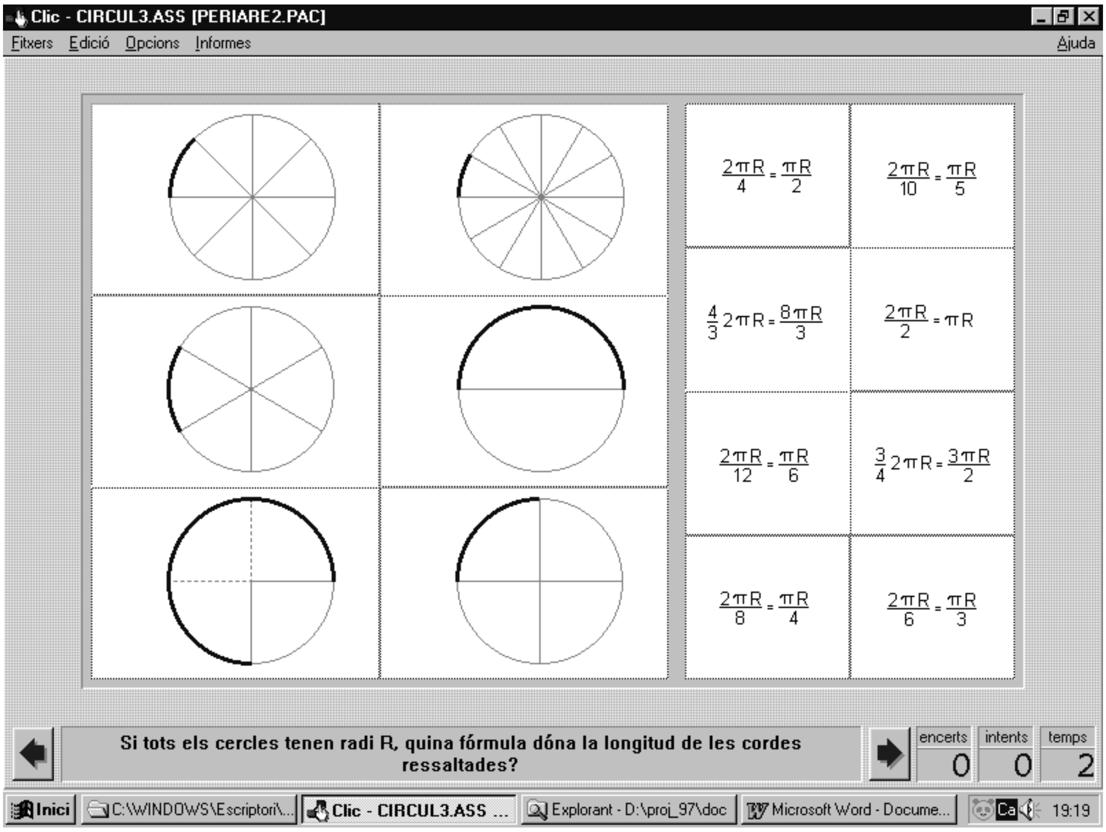
Calcular el perìmetre i l'àrea de figures planes poligonals diverses.



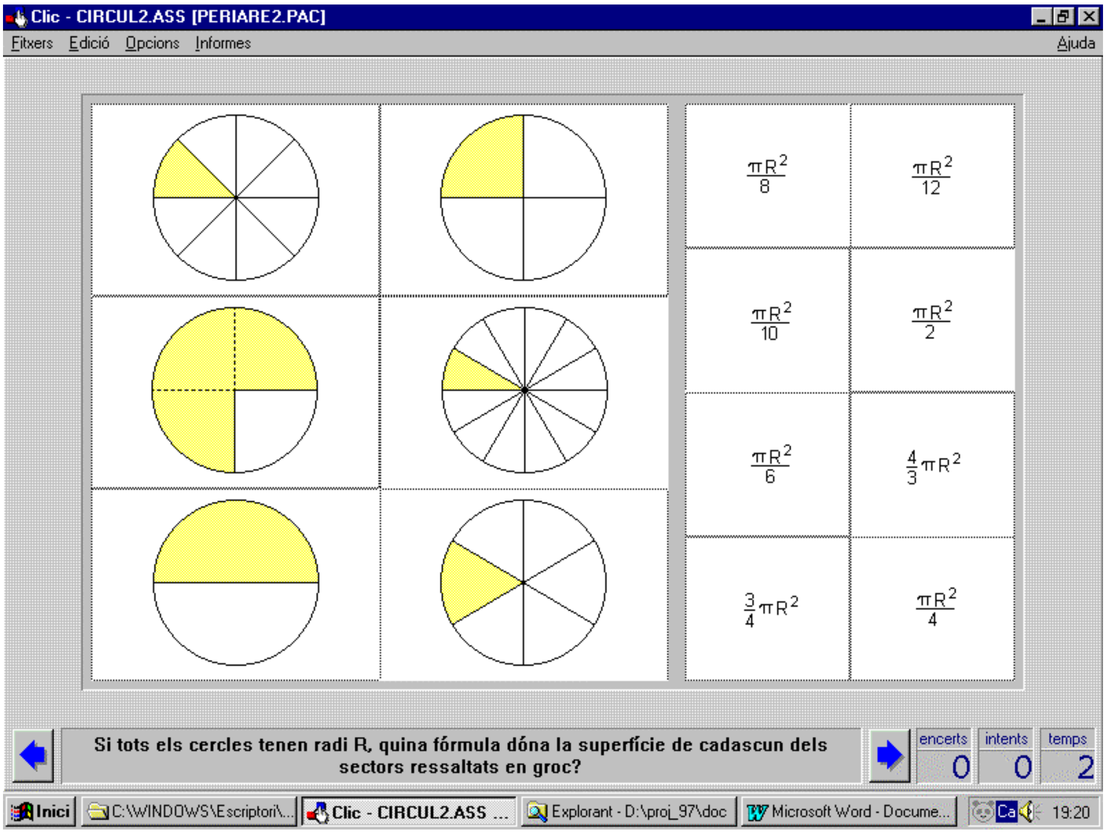
Determinar el perímetre de figures derivades de la circumferència i l'àrea de figures derivades del cercle.



Determinar el perímetre de figures formades per segments i arcs de circumferència.



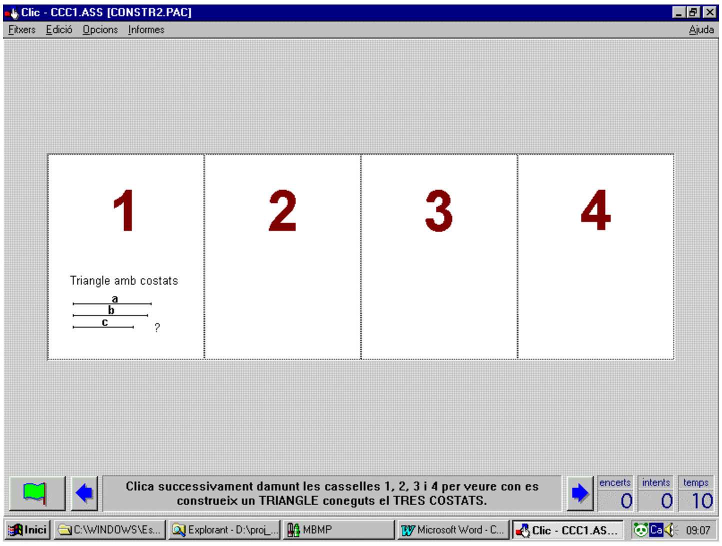
Determinar l'àrea de figures tancades per segments i arcs de circumferència.



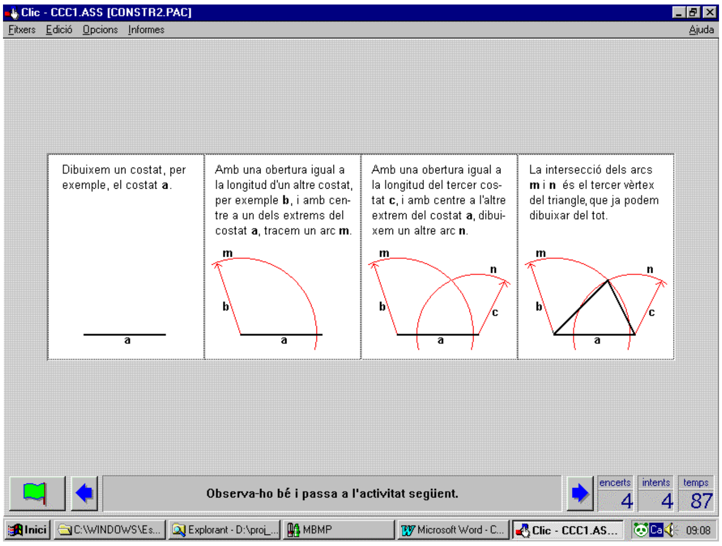
CONSTRUCCIONS AMB REGLE I COMPÀS (PAQUETS D'ACTIVITATS 11 i 12)

En aquestes activitats es donen les pautes per realitzar 16 construccions. A les pàgines següents hi ha una relació detallada d'elles. Com a característiques generals, les construccions es realitzen en **quatre passos** i per a cada construcció hi ha **quatre activitats** possibles:

- Una activitat purament descriptiva: clicant consecutivament sobre quatre caselles numerades de l'1 al 4, apareixen en pantalla els quatre passos de la construcció. En cada casella apareix un dibuix amb part de la construcció, cada cop en estat més avançat, junt amb una petita explicació.



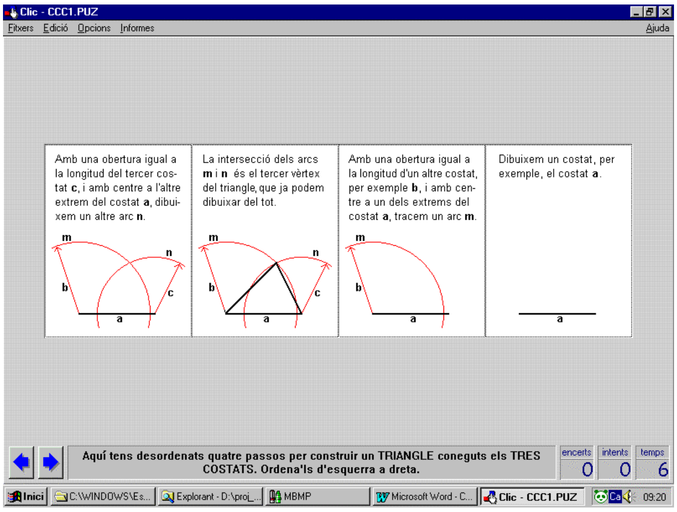
L'actvitat resolta és:



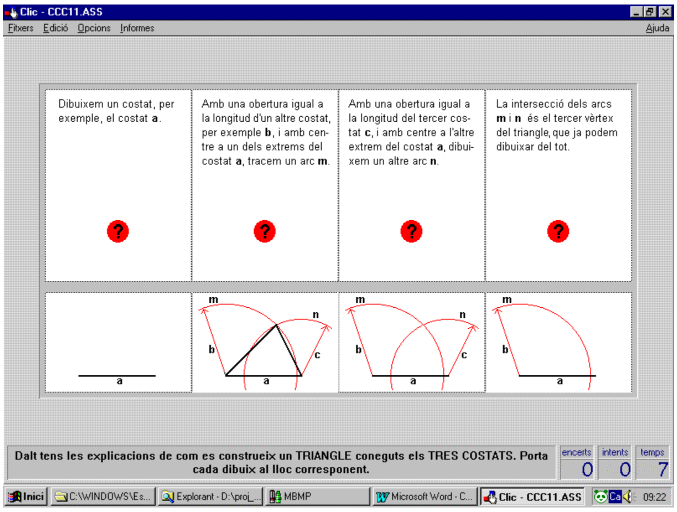
SUGGERÈNCIA: amb una pantalla d'aquest tipus al davant, es poden aprofitar les funcions multitasca de Windows i dir a l'alumne:

"Minimitza aquesta pantalla de GEOCLIC i entra en el CABRI (o altre programa) per fer una pràctica concreta d'aquesta construcció. Si en algun moment tens algun dubte, torna a la pantalla de GEOCLIC per veure el que has de fer."

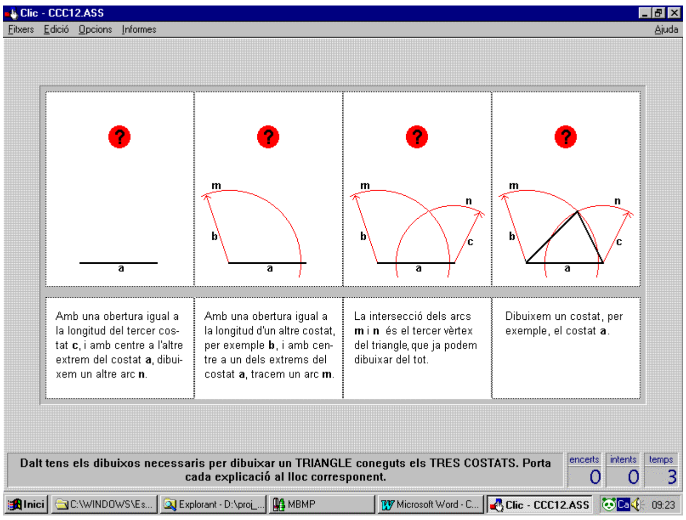
- Una activitat de trencaclosques: en pantalla apareixen desordenats els quatre passos i l'alumne els ha d'ordenar d'esquerra a dreta.



- Una activitat d'associació: en una graella apareixen ordenades les quatre explicacions, i en una altra desordenats el dibuixos. S'ha ha de portar cada dibuix sota l'explicació respectiva.

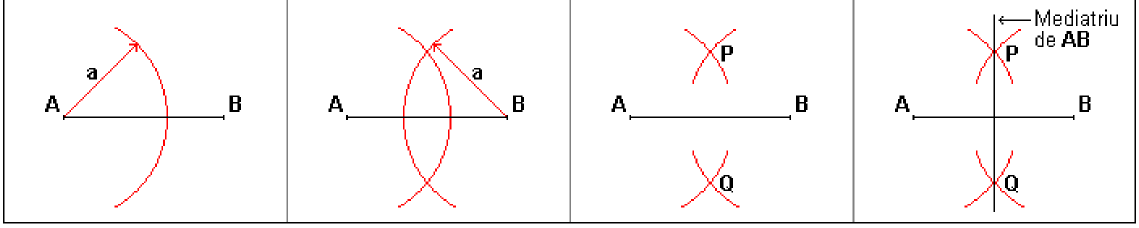


- Una associació (inversa de l'anterior): en una graella apareixen ordenats els dibuixos, en l'altra desordenades les explicacions. S'ha de portar cada explicació damunt el dibuix.



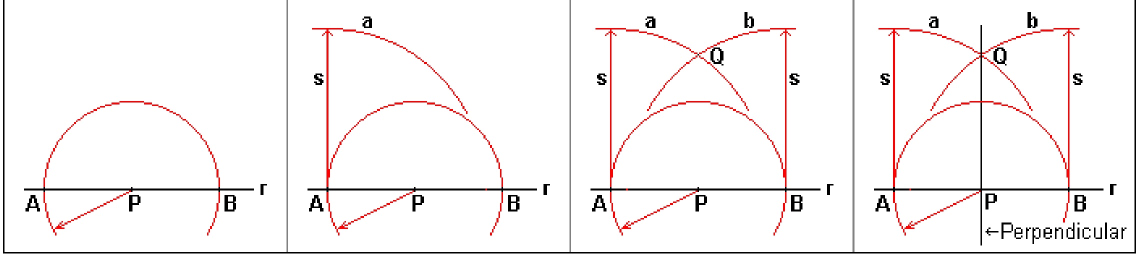
1.- MEDIATRIU D'UN SEGMENT

Amb centre a un extrem del segment, per exemple **A**, i amb una obertura **a** major que la meitat de la longitud del segment, tracem un arc.	Amb centre a l'altre extrem **B** i amb la mateixa obertura **a**, tracem un altre arc que talli en dos punts l'arc traçat des de l'extrem **A**.	Cal fixar-se en les interseccions **P** i **Q** dels dos arcs.	Unint els punts **P** i **Q** amb una recta s'obté la mediatriu del segment **AB**.



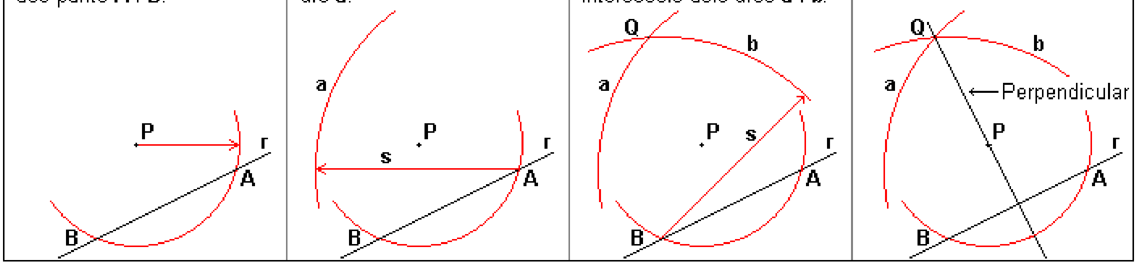
2.- PERPENDICULAR A UNA RECTA PER UN PUNT D'ELLA MATEIXA

Amb una obertura qualsevol i amb centre al punt **P** tracem un arc que talli la recta **r** en dos punts **A** i **B**.	Amb centre al punt **A** i amb una obertura **s** més gran que la distància **AP** tracem un arc **a**.	Amb centre al punt **B** i amb la mateixa obertura **s** tracem un altre arc **b**. Sigui **Q** la intersecció dels arcs **a** i **b**.	La recta que passa per **P** i per **Q** és perpendicular a la recta **r** i passa pel punt **P** de la mateixa.



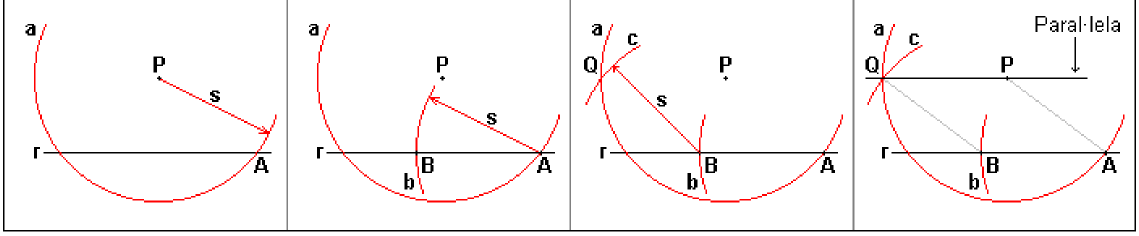
3.- PERPENDICULAR A UNA RECTA PER UN PUNT EXTERIOR

Amb una obertura qualsevol i amb centre al punt **P** tracem un arc que talli la recta **r** en dos punts **A** i **B**.	Amb centre al punt **A** i amb una obertura **s** més gran que la distància **AP** tracem un arc **a**.	Amb centre al punt **B** i amb la mateixa obertura **s** tracem un altre arc **b**. Sigui **Q** la intersecció dels arcs **a** i **b**.	La recta que passa per **P** i per **Q** és perpendicular a la recta **r** i passa pel punt **P**.



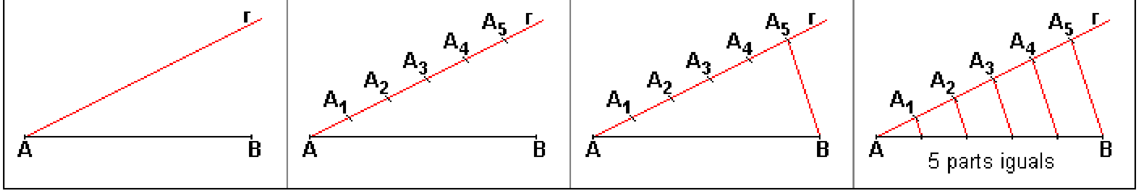
4.- PARAL·LELA A UNA RECTA PER UN PUNT EXTERIOR

Amb centre a **P** i amb una obertura suficient **s**, tracem un arc **a** que talli la recta **r**. Sigui **A** una intersecció de **r** i **a**.	Amb centre a **A** i amb la mateixa obertura **s**, tracem un altre arc **b** que talli a **r**. Sigui **B** la intersecció de **r** i **b**.	Amb centre a **B** i amb la mateixa obertura **s**, tracem un altre arc **c** que talli a **a**. Sigui **Q** la intersecció de **a** i **c**.	El polígon **PABQ** és un rombe. Per tant la recta que passa per **P** i **Q** és paral·lela a **r** i passa per **P**.



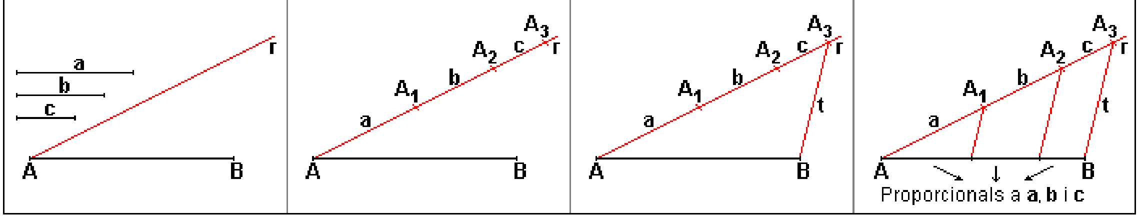
5.- DIVISIÓ D'UN SEGMENT EN PARTS IGUALS

Tracem una semirecta **r** amb extrem en un dels extrems del segment **AB**.	Sobre **r**, i a partir de l'extrem **A**, agafem successivament 5 vegades una mateixa distància qualsevol marcant els punts $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$, $\mathbf{A_3}$, $\mathbf{A_4}$ i $\mathbf{A_5}$.	Unim el punt $\mathbf{A_5}$ amb **B** amb un segment **t**.	Tracem per $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$, $\mathbf{A_3}$ i $\mathbf{A_4}$ rectes paral·leles a **t**. Les interseccions d'aquestes rectes amb **AB** el divideixen en 5 parts iguals.



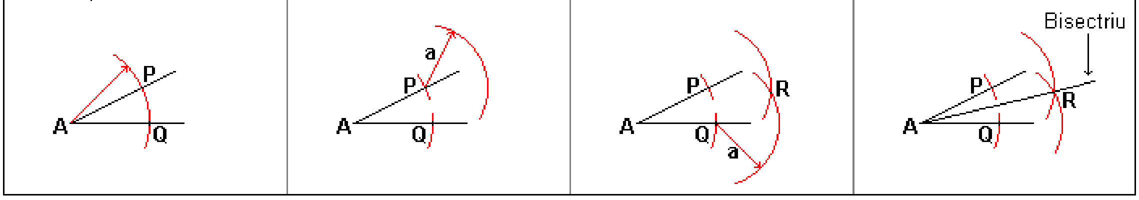
6.- DIVISIÓ D'UN SEGMENT EN PARTS PROPORCIONALS

Tracem una semirecta **r** amb extrem en un dels extrems del segment **AB**.	Sobre **r**, i a partir de l'extrem **A**, agafem successivament 3 segments iguals a **a**, **b** i **c** marcant els punts $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$ i $\mathbf{A_3}$.	Unim el punt $\mathbf{A_3}$ amb **B** amb un segment **t**.	Tracem per $\mathbf{A_1}$ i $\mathbf{A_2}$ rectes paral·leles a **t**. Les interseccions d'aquestes rectes amb **AB** el divideixen en 3 parts proporcionals a **a**, **b** i **c**.



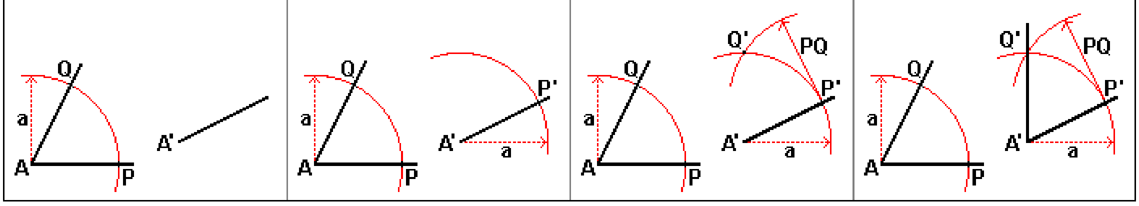
7.- BISECTRIU D'UN ANGLE

Amb una obertura qualsevol del compàs i amb centre al vèrtex **A** de l'angle, tracem un arc que talli els dos costats de l'angle. Siguin **P** i **Q** els dos punts d'intersecció.	Amb una obertura qualsevol **a** del compàs i amb centre al punt **P**, tracem un arc.	Amb la mateixa obertura **a** del compàs i amb centre al punt **Q**, tracem un altre arc que talli l'arc traçat des del punt **P**. Sigui **R** el punt d'intersecció.	La semirecta **AR** és la bisectriu de l'angle.



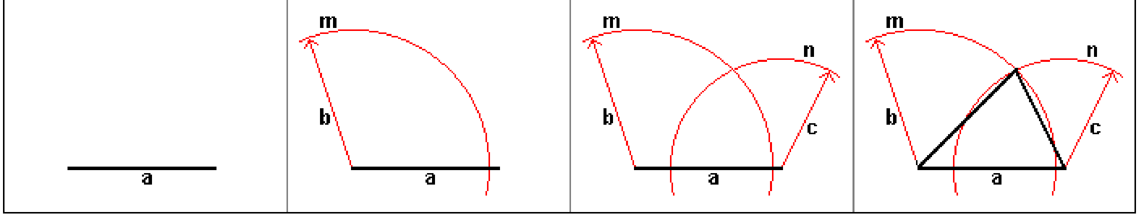
8.- TRANSPORT D'UN ANGLE

Amb una obertura qualsevol **a** del compàs i amb centre al vèrtex **A** de l'angle, tracem un arc que talli els dos costats de l'angle. Siguin **P** i **Q** els punts d'intersecció.	Amb la mateixa obertura **a** del compàs i amb centre al nou vèrtex **A'**, tracem un arc. Sigui **P'** el punt d'intersecció d'aquest arc amb el nou costat de l'angle.	Amb una obertura igual a **PQ** i amb centre al punt **P'** tracem un arc que talli l'arc traçat des del vèrtex **A'**. Sigui **Q'** el punt d'intersecció d'aquests dos arcs.	Dibuixem la semirecta **A'Q'** que és l'altre costat de l'angle transportat. Els angles **PAQ** i **P'A'Q'** són iguals.



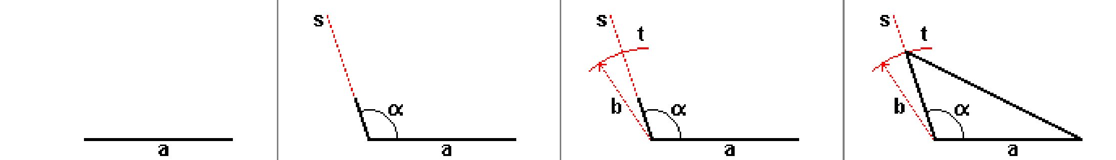
9.- UN TRIANGLE CONEGUTS ELS TRES COSTATS

Dibuixem un costat, per exemple, el costat **a**.	Amb una obertura igual a la longitud d'un altre costat, per exemple **b**, i amb centre a un dels extrems del costat **a**, tracem un arc **m**.	Amb una obertura igual a la longitud del tercer costat **c**, i amb centre a l'altre extrem del costat **a**, dibuixem un altre arc **n**.	La intersecció dels arcs **m** i **n** és el tercer vèrtex del triangle, que ja podem dibuixar del tot.



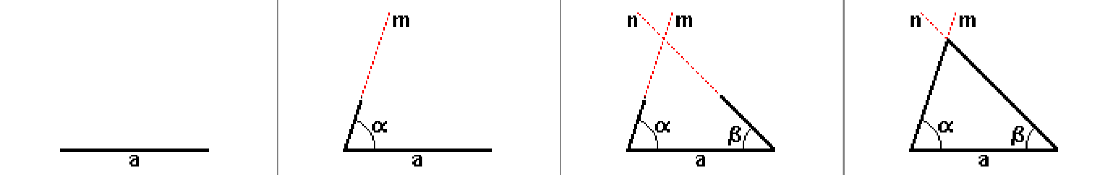
10.- UN TRIANGLE CONEGUTS DOS COSTATS I L'ANGLE QUE FORMEN

Dibuixem un costat, per exemple, el costat **a**.	Transportem l'angle **α** sobre el costat **a**, fent coincidir el vèrtex amb un extrem. Sigui **s** el perllongament de l'altre costat de l'angle **α**.	Amb una obertura igual a l'altre costat **b** i amb centre al vèrtex de l'angle **α**, tracem un arc **t** que talli la semirecta **s**.	La intersecció de l'arc **t** i la semirecta **s** és el tercer vèrtex del triangle, que ja podem dibuixar del tot.



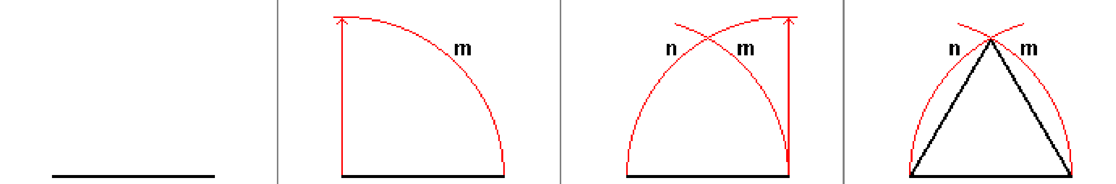
11.- UN TRIANGLE CONEGUTS UN COSTAT I ELS DOS ANGLES ADJACENTS

Dibuixem el costat **a**.	Transportem l'angle **α** sobre el costat **a**, fent coincidir el vèrtex amb un extrem. Sigui **m** el perllongament de l'altre costat de l'angle **α**.	Transportem l'angle **β** sobre el costat **a**, fent coincidir el vèrtex amb l'altre extrem. Sigui **n** el perllongament de l'altre costat de l'angle **β**.	La intersecció de les semirectes **m** i **n** és el tercer vèrtex del triangle, que ja podem dibuixar del tot.



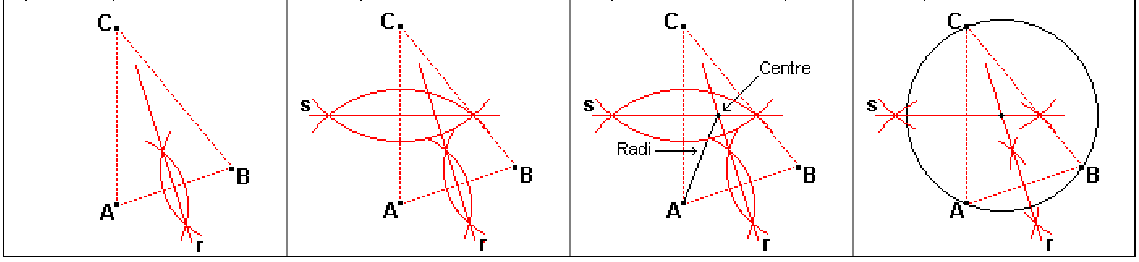
12.- UN TRIANGLE EQUILÀTER CONEGUT EL COSTAT

Dibuixem un costat.	Amb una obertura del compàs igual al costat i amb centre en un dels seus extrems, tracem un arc **m**.	Amb una obertura del compàs igual al costat i amb centre en l'altre extrem, tracem un altre arc **n**.	La intersecció dels arcs **m** i **n** és el tercer vèrtex del triangle equilàter que ja podem dibuixar del tot.



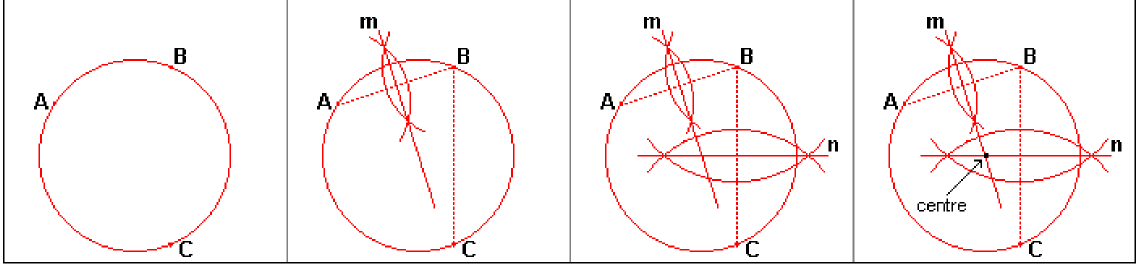
13.- CIRCUMFERÈNCIA QUE PASSA PER TRES PUNTS (CIRCUMSCRITA A UN TRIANGLE)

Dibuixem la mediatriu **r** del segment determinat per dos dels tres punts, per exemple, **AB**.	Dibuixem la mediatriu **s** del segment determinat per altres dos punts, per exemple, **AC**.	El **centre** és la intersecció de les mediatrius **r** i **s** i el **radi**, la distància del centre a qualsevol dels tres punts.	Conegut el **centre** i el **radi**, podem dibuixar la circumferència amb el compàs.



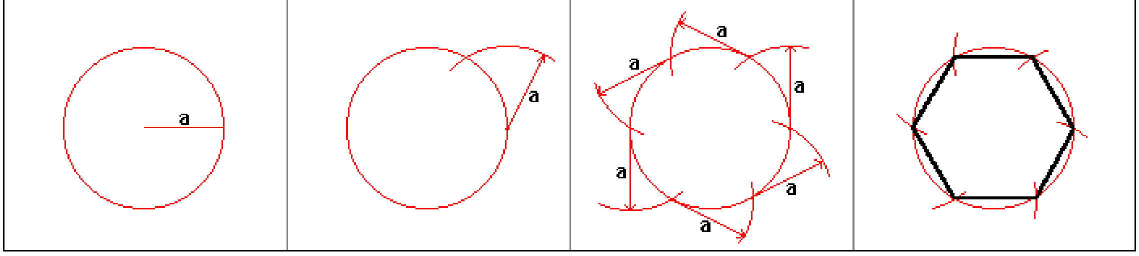
14.- CENTRE D'UNA CIRCUMFERÈNCIA

Marquem tres punts qualssevol **A**, **B** i **C** sobre la circumferència.	Dibuixem la mediatriu **m** del segment **AB**.	Dibuixem la mediatriu **n** del segment **BC**.	La intersecció de les dues mediatrius **m** i **n** és el centre de la circumferència.



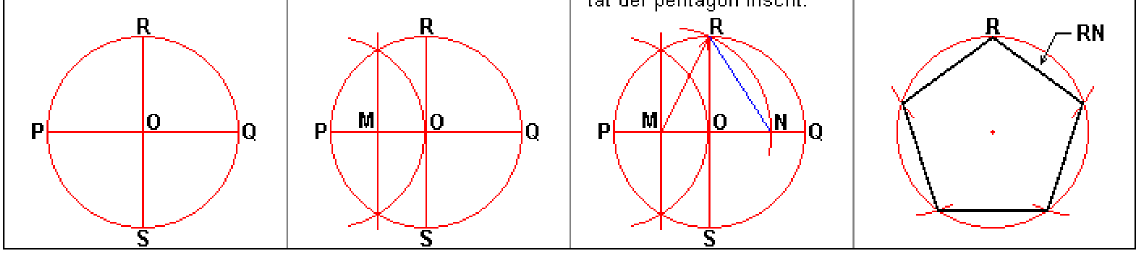
15.- HEXÀGON REGULAR

Amb el compàs es dibuixa una circumferència de radi **a**.	Amb la mateixa obertura **a** del compàs, igual al radi, es marca un arc damunt de la circumferència.	Amb la mateixa obertura **a** del compàs, es marquen successivament fins a sis arcs sobre la circumferència.	S'uneix amb un segment cadascun dels punts marcats sobre la circumferència amb els seus adjacents.



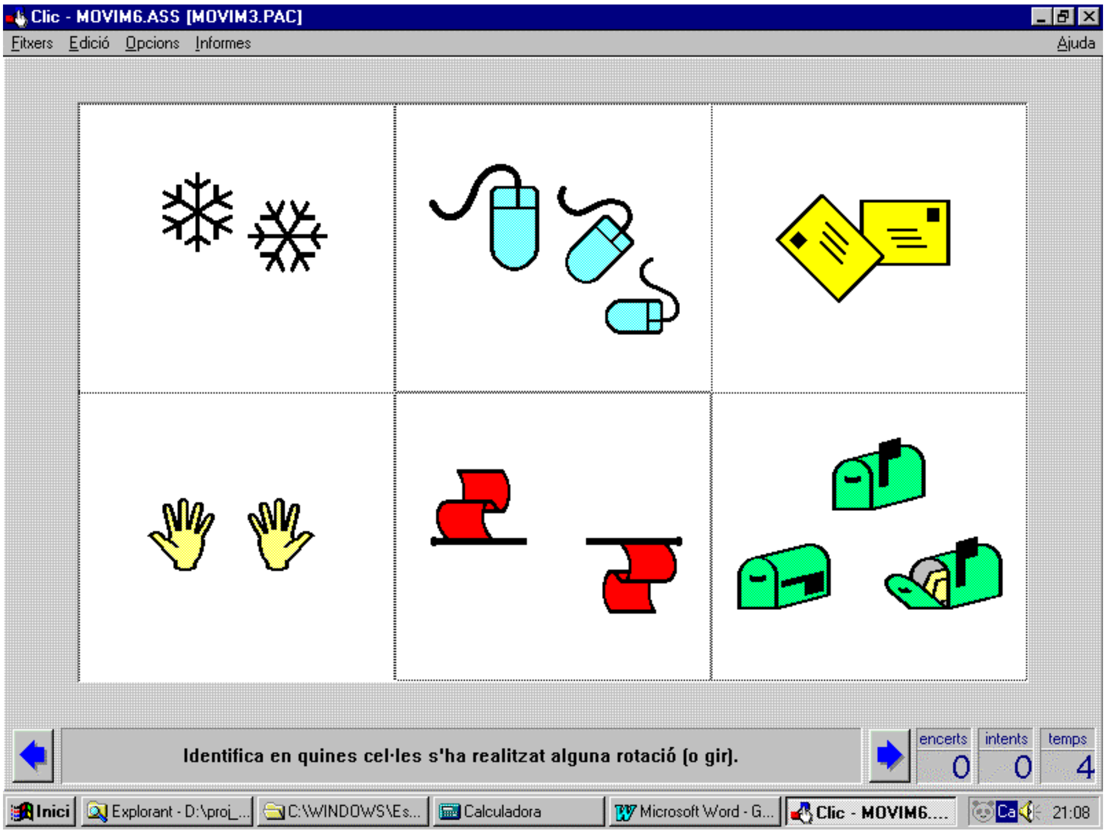
16.- PENTÀGON REGULAR INSCRIT EN UNA CIRCUMFERÈNCIA

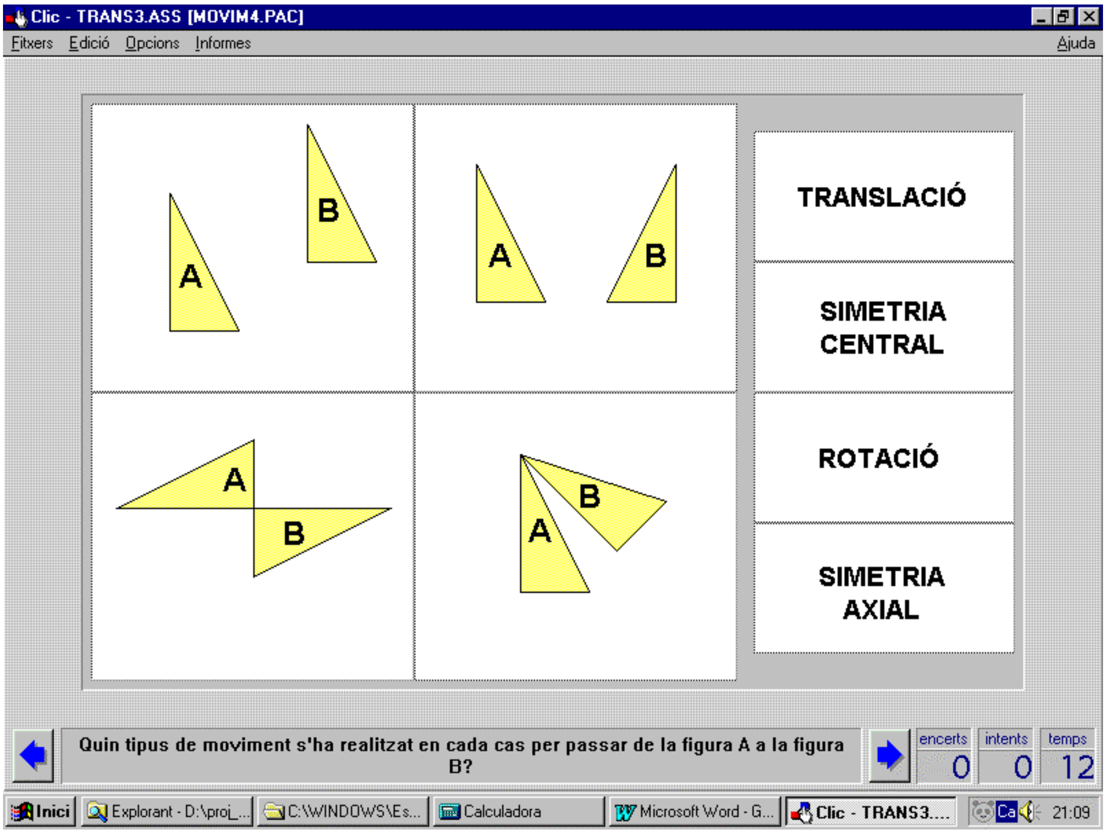
Tracem dos diàmetres perpendiculars **PQ** i **RS**. Sigui **O** el centre de la circumferència.	Tracem la mediatriu d'un dels radis, per exemple **PO**. Sigui **M** el punt mitjà del radi **PO**.	Amb centre a **M** i obertura **MR** tracem un arc que talli en **N** el diàmetre **PQ**. El segment **RN** és el costat del pentàgon inscrit.	Agafem **RN** com a corda 5 vegades consecutives i tenim inscrit el pentàgon regular.



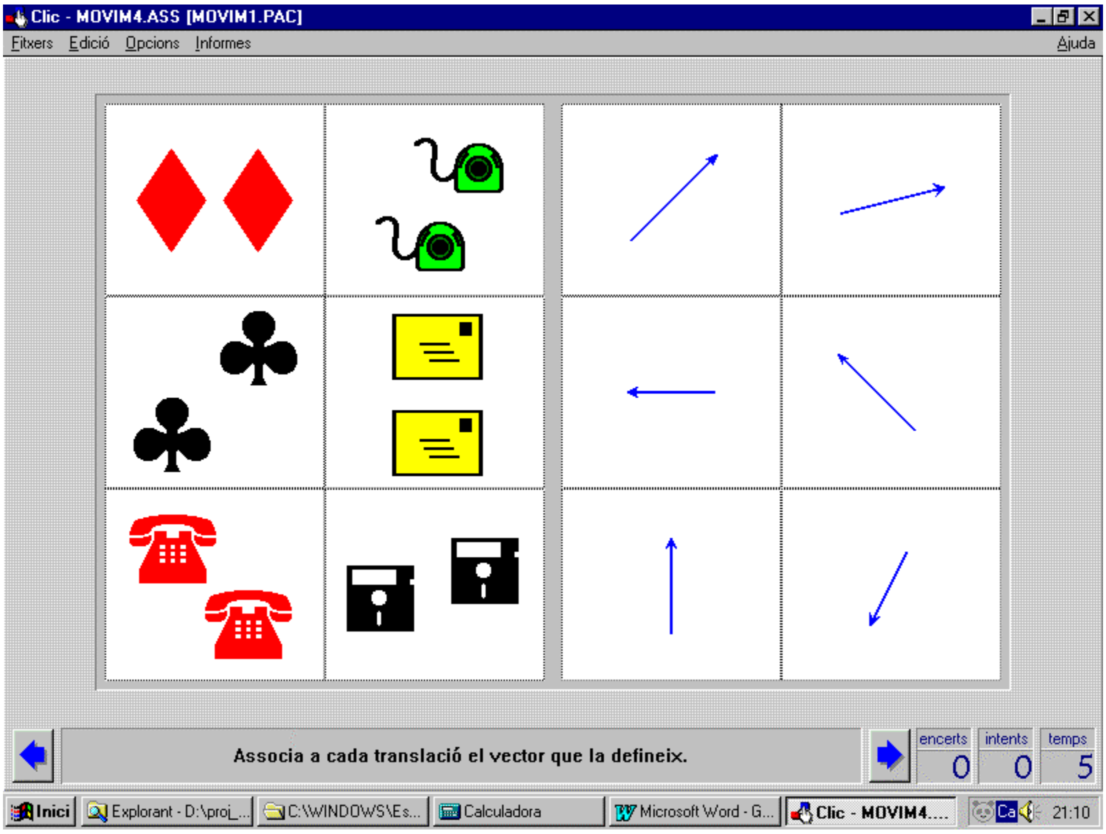
MOVIMENTS EN EL PLA (PAQUETES 13, 14, 15, 16, 17, 18 i 19)

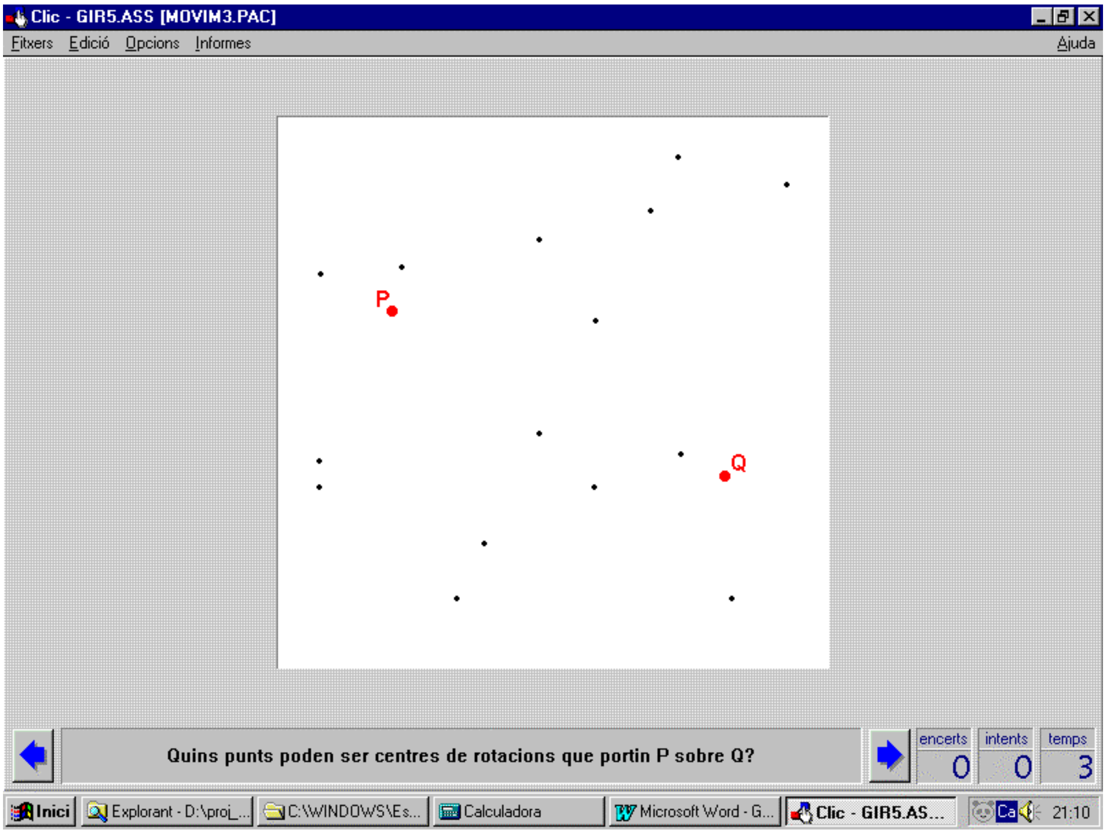
Identificació de moviments en el pla.



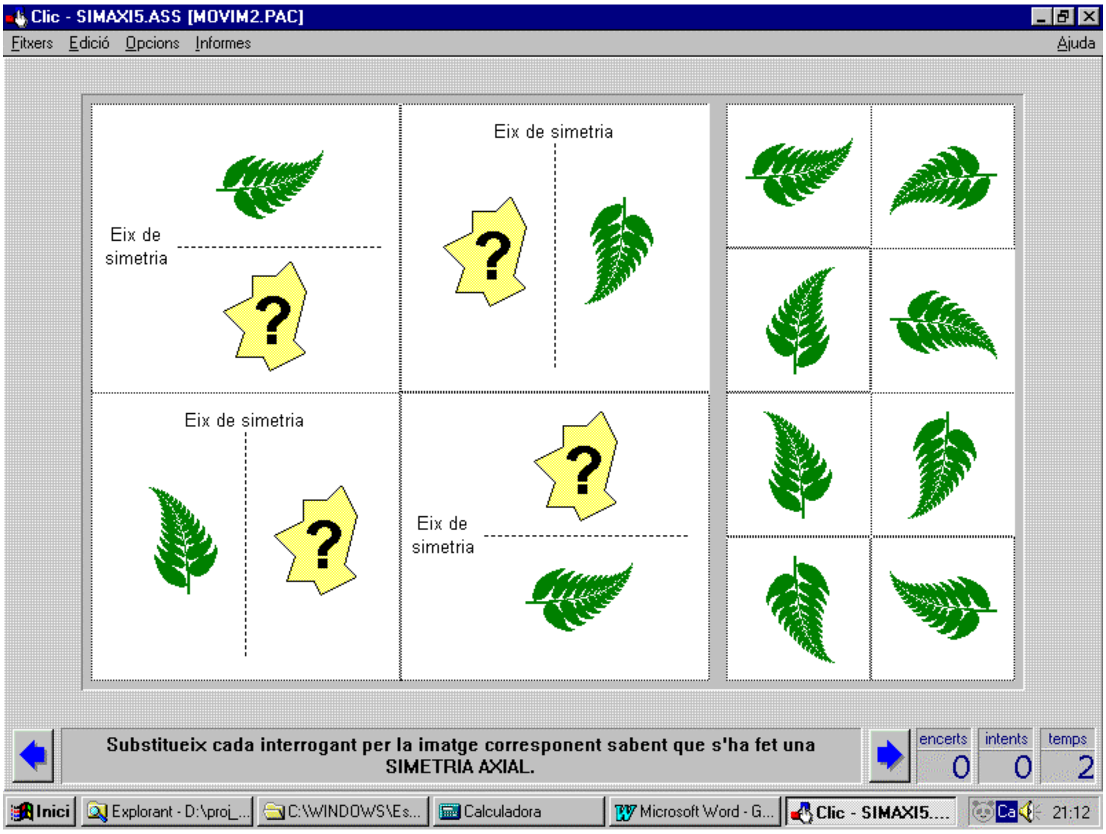


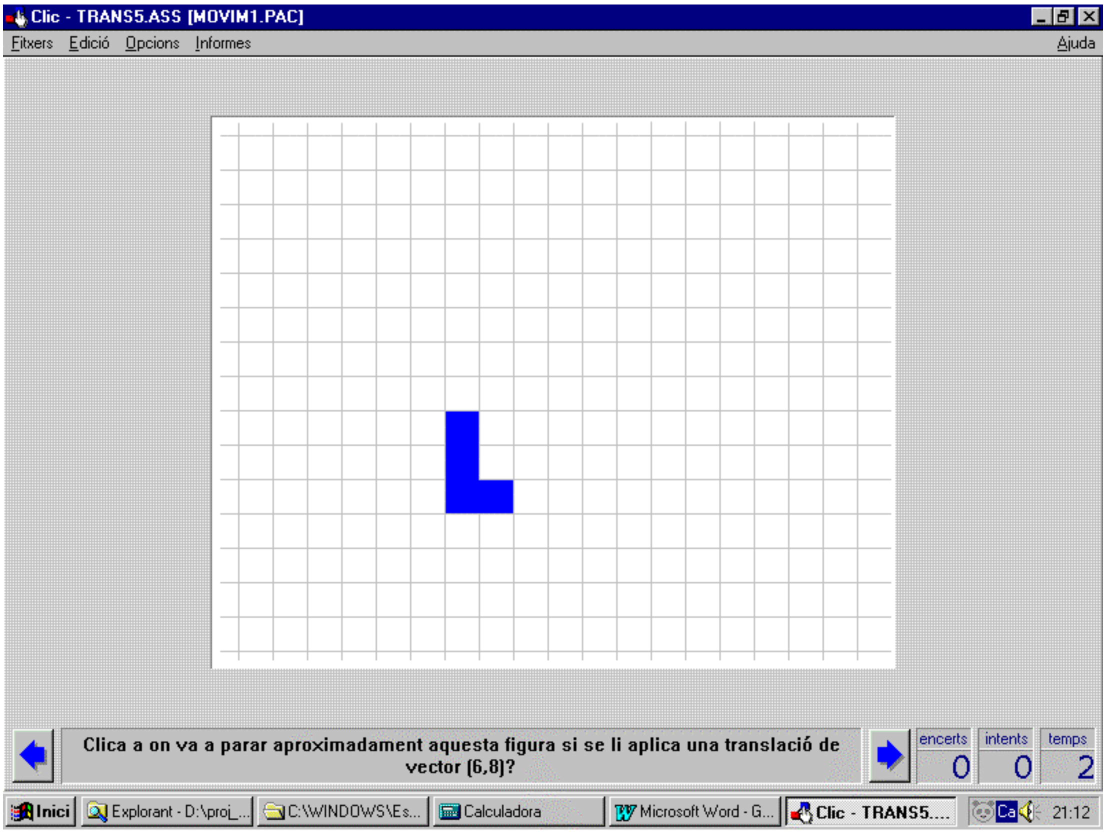
Donat un moviment d'una figura, determinar els elements que el defineixen.

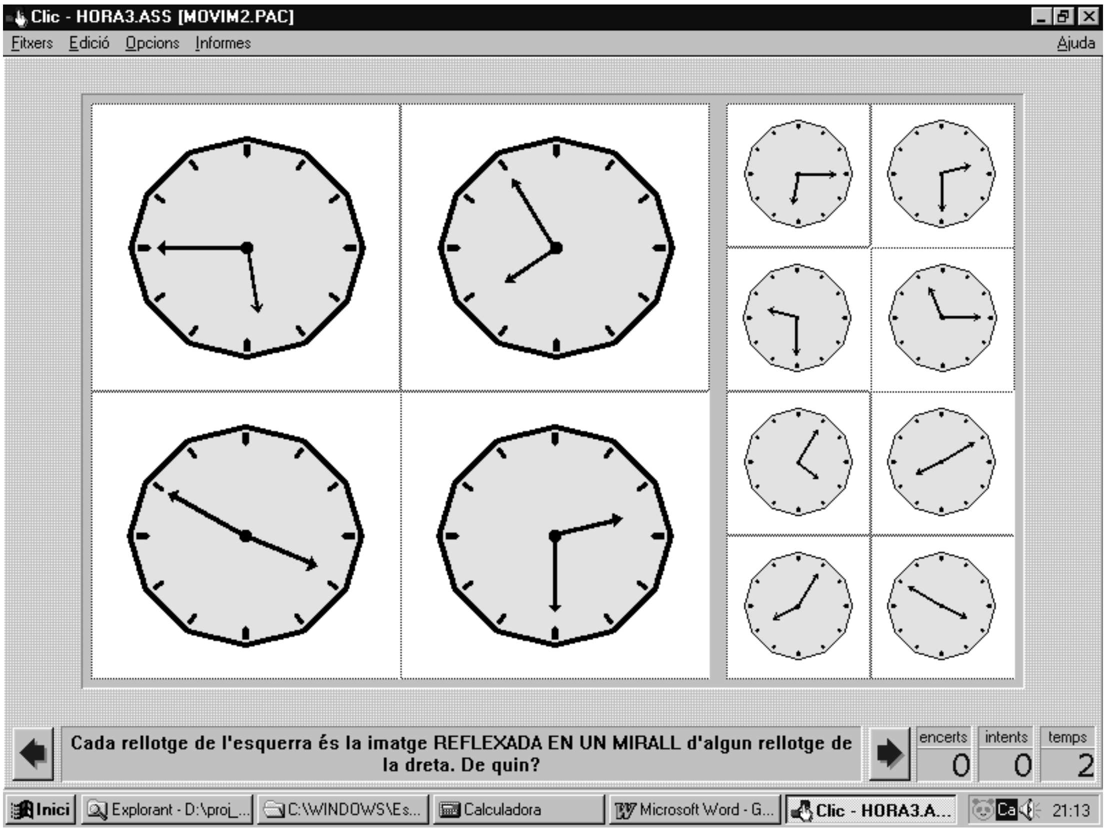




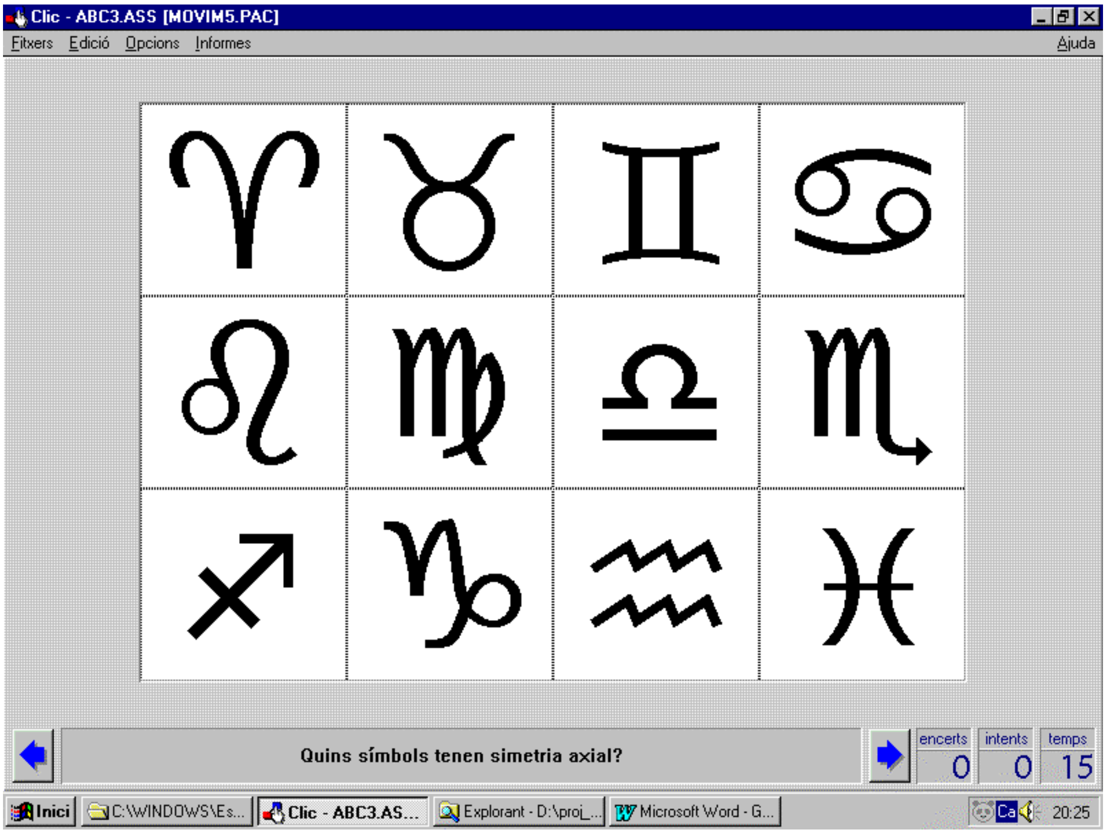
Determinar com queda (o a on queda) una figura plana si se li aplica un determinat moviment



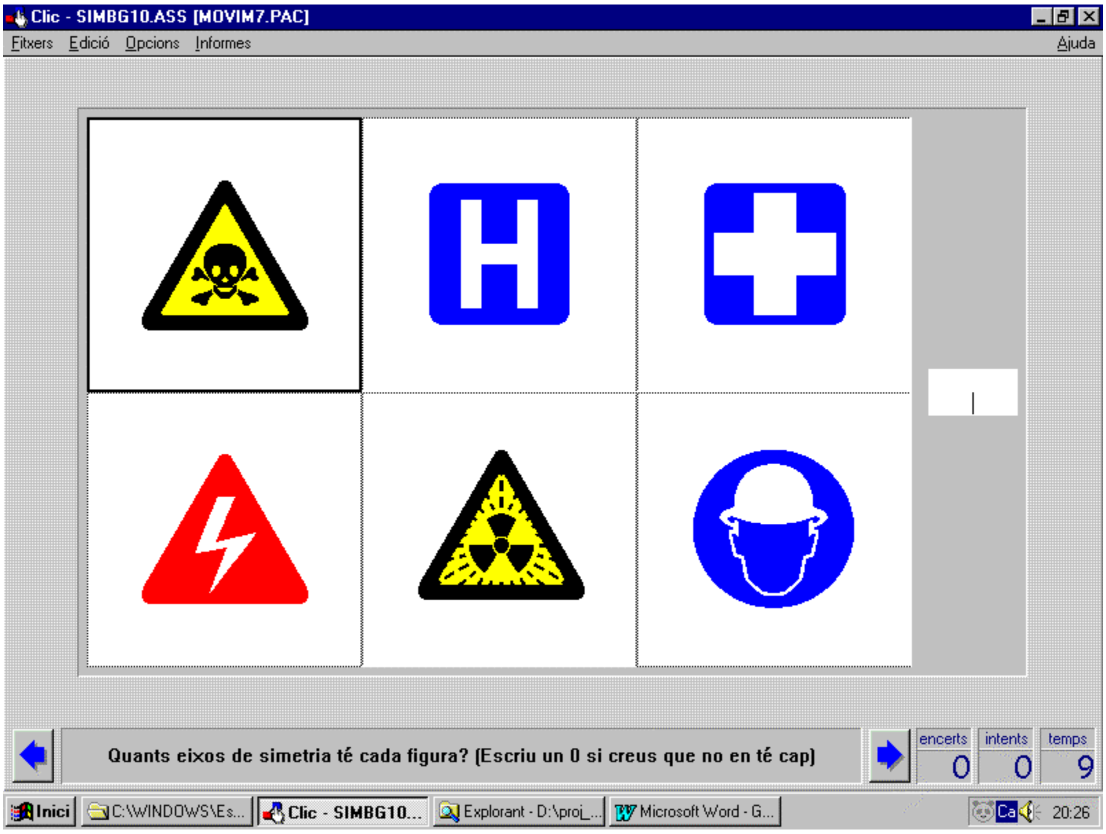




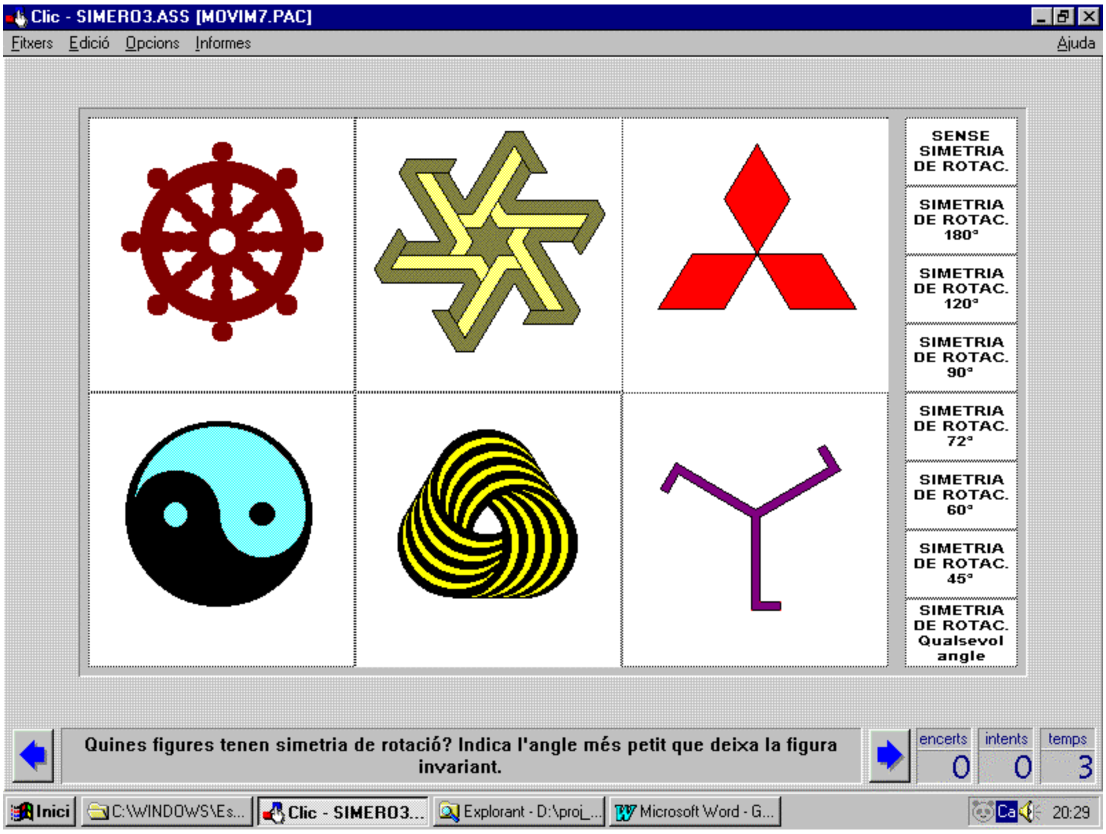
Identificar figures amb alguna simetria axial.



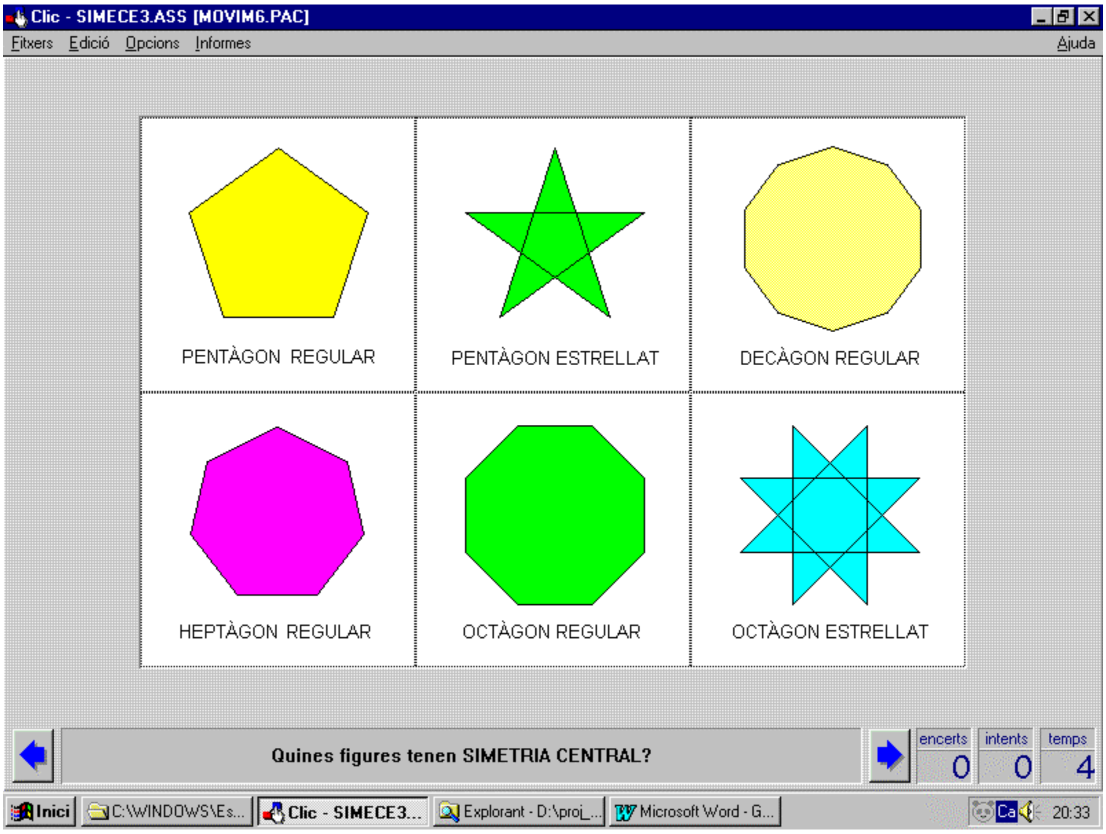
En figures amb alguna simetria axial, comptabilitzar el nombre d'eixos de simetria



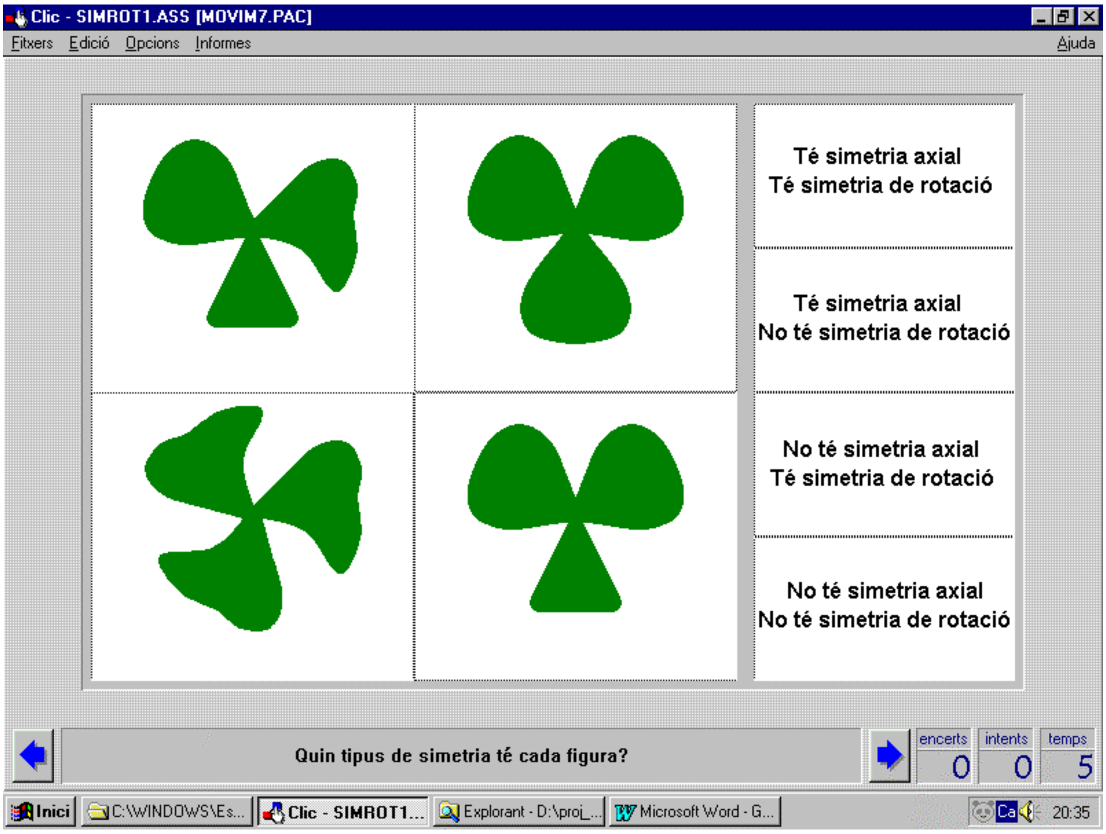
Identificar figures amb simetria de rotació i determinar la rotació més petita que les deixa invariants.



Identificar figures amb simetria central (com a cas particular d'una rotació plana de 180º).

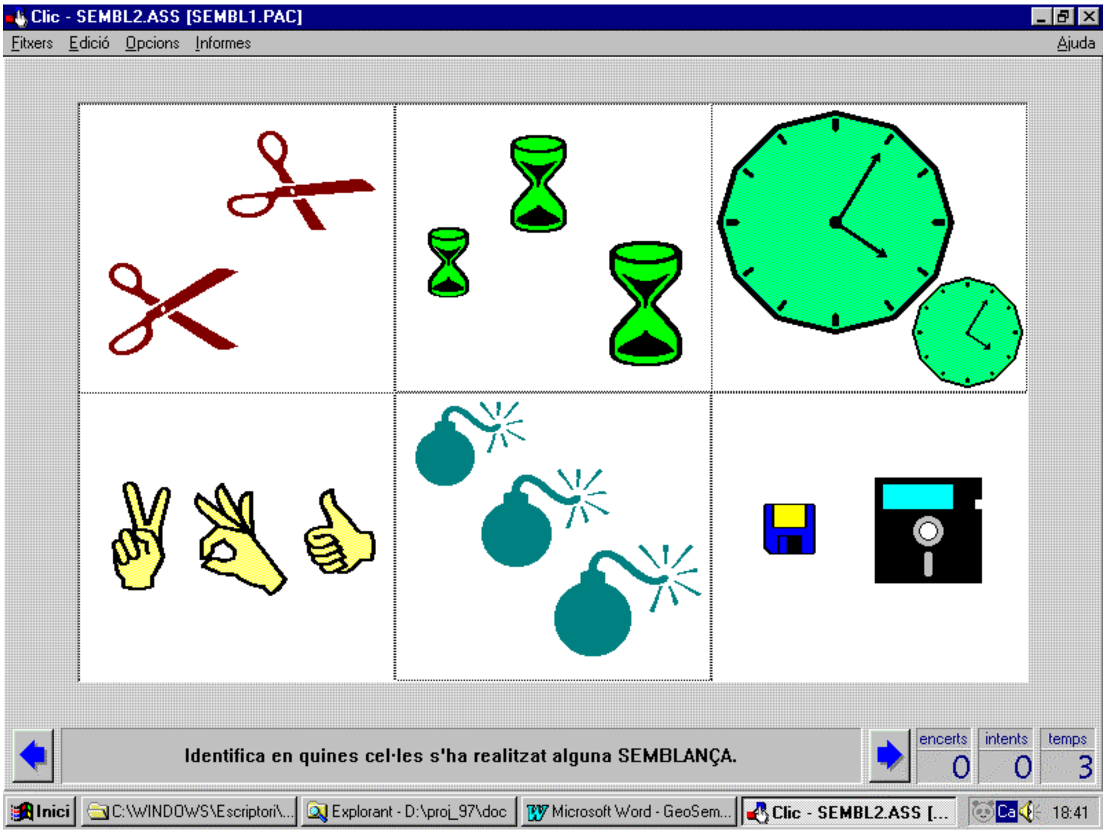


Classificar figures tenint en compte alhora la simetria axial i la simetria de rotació.

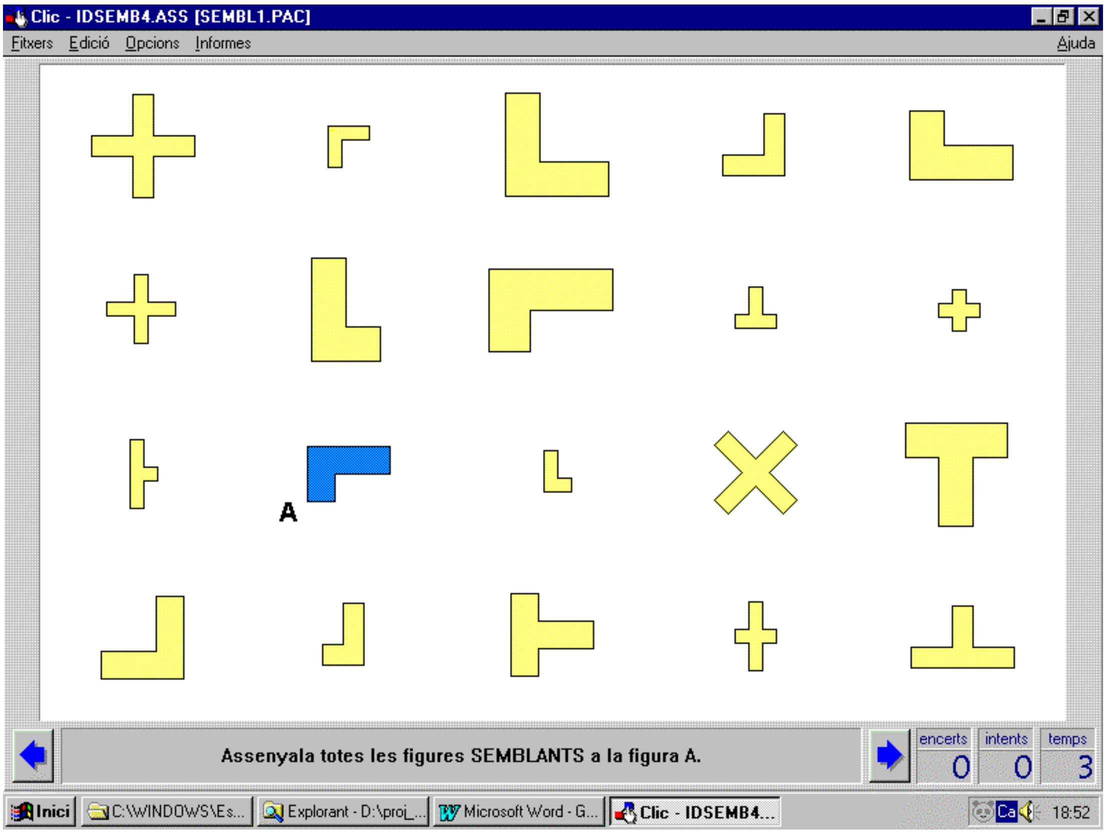


SEMBLANCES EN EL PLA (PAQUETS 20, 21, 22, 23 i 24)

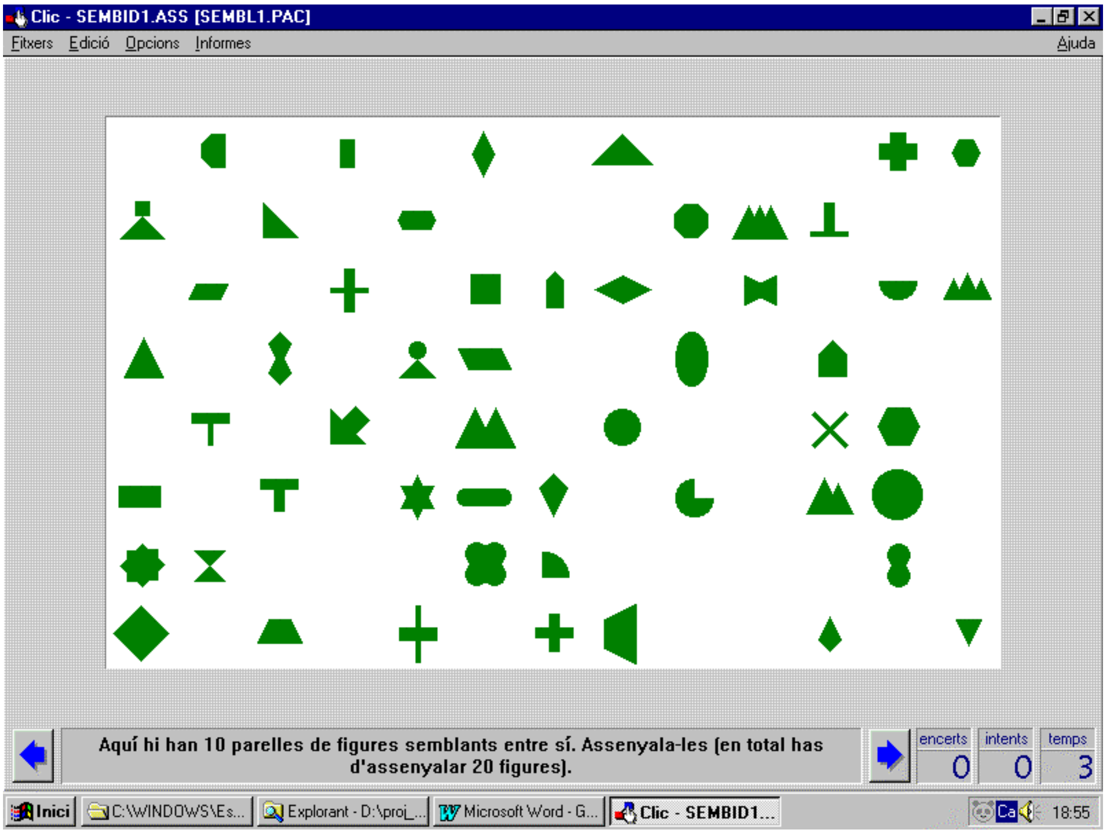
Identificació de semblances en el pla.



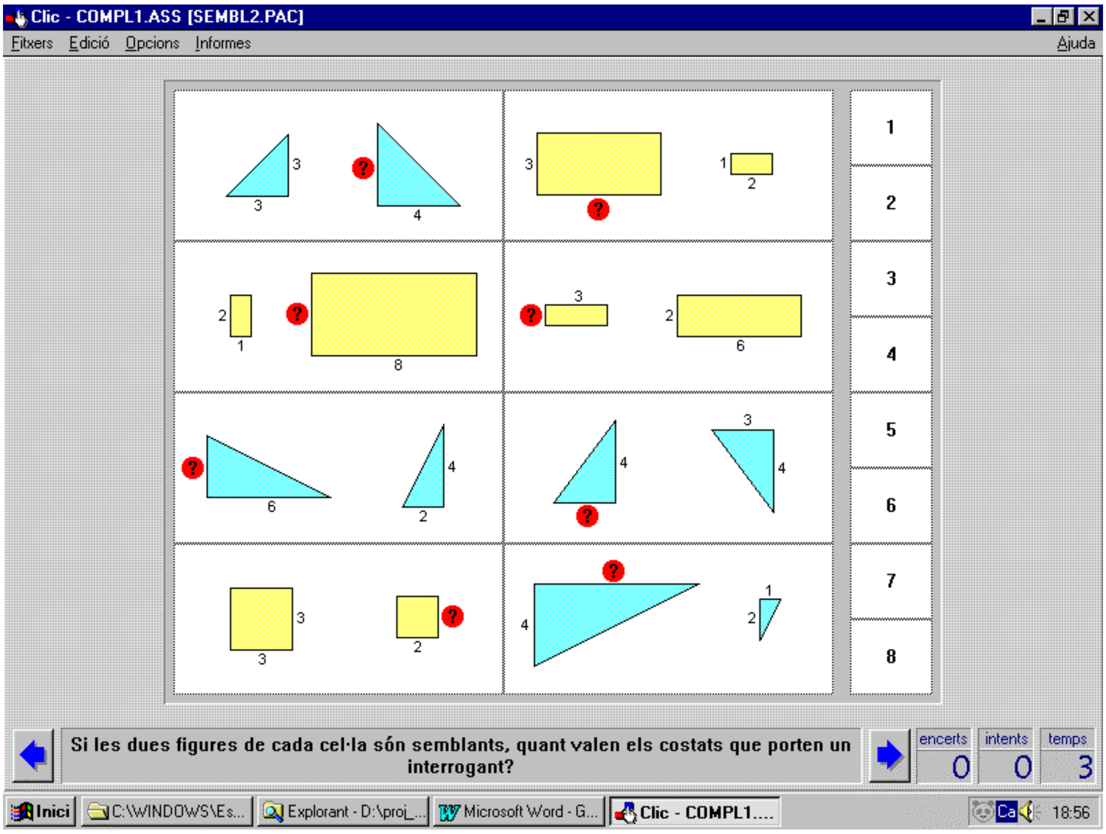
Identificació de figures semblants a una figura donada.



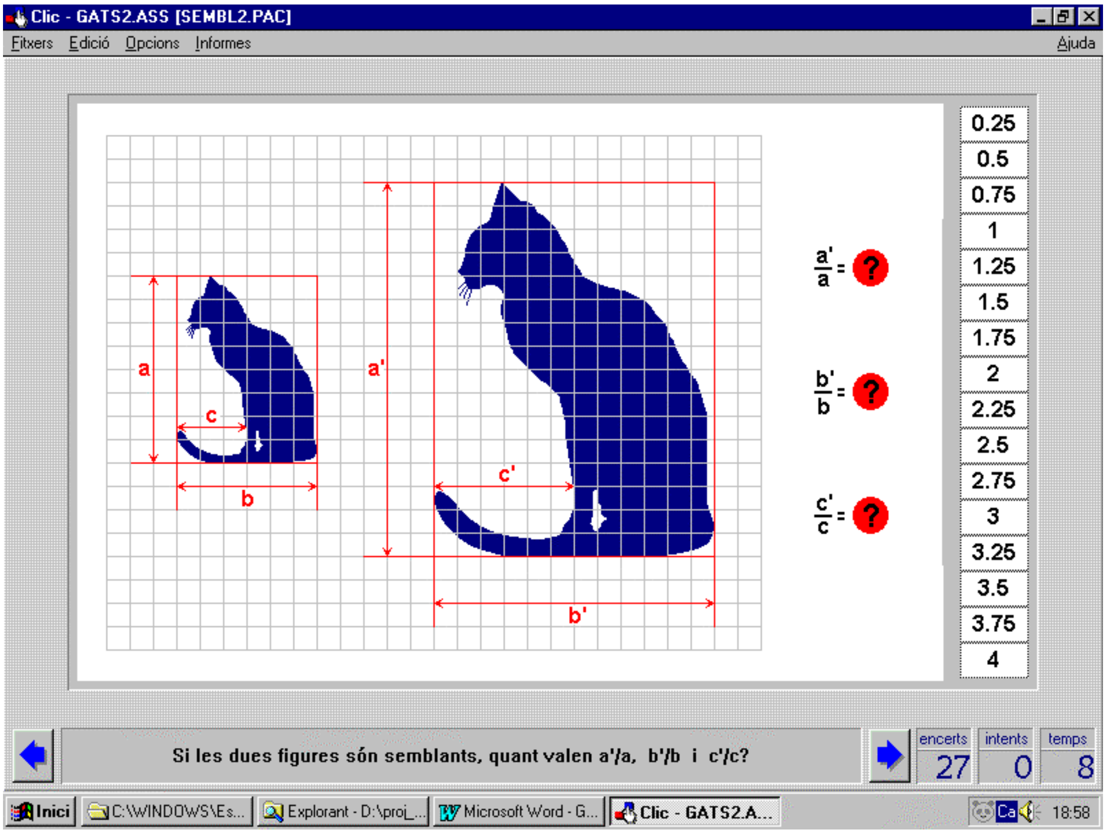
Aparellament de figures semblants.



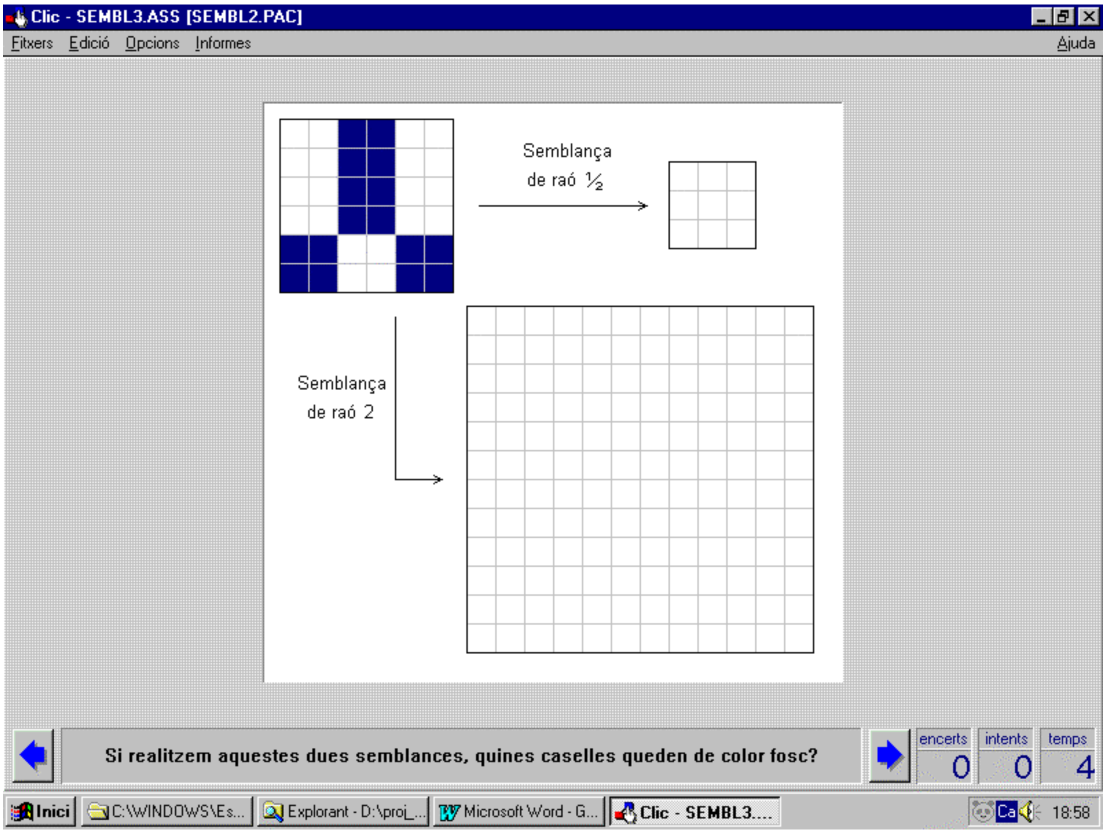
Completar les dimensions d'una figura conegudes les d'una semblant.



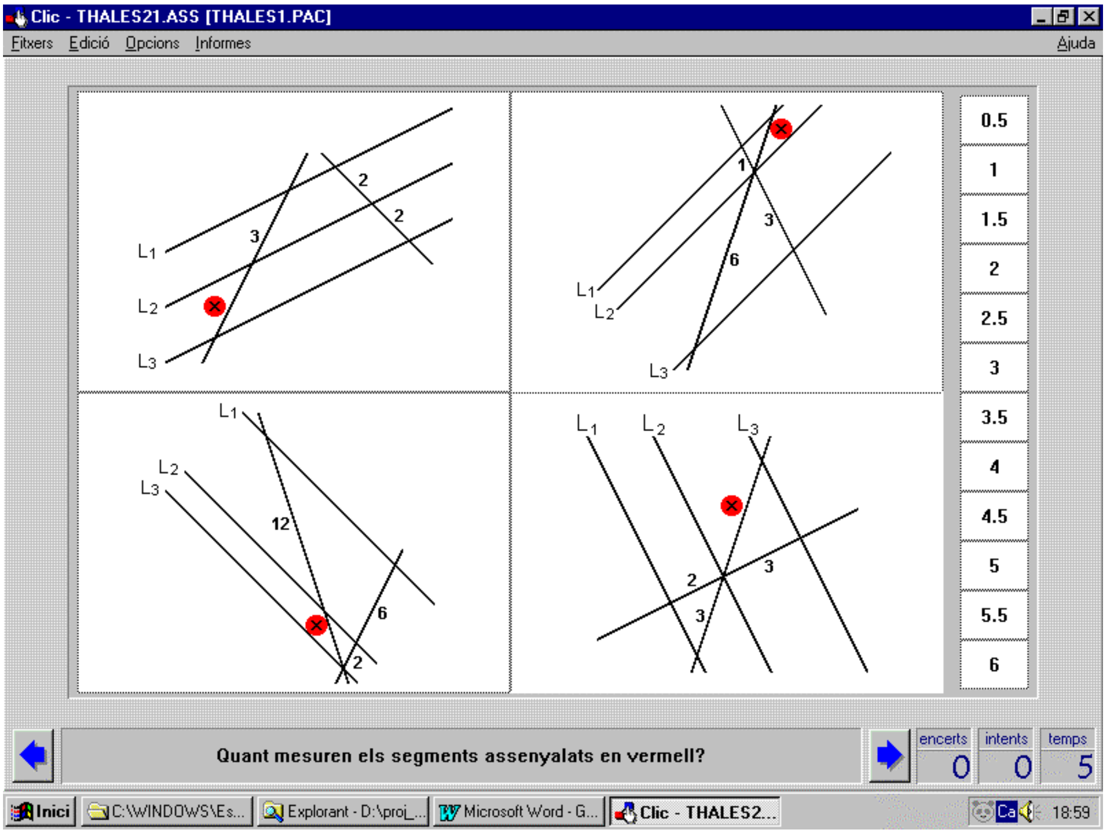
Determinar raons de semblança.



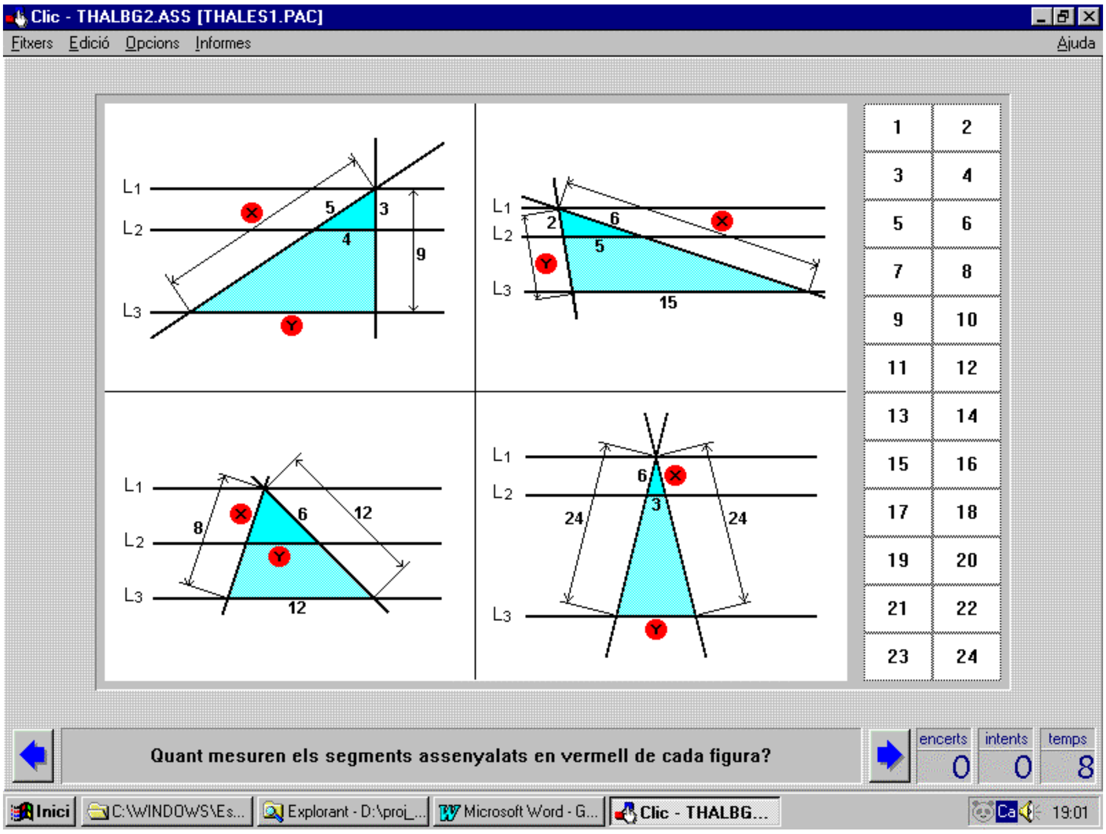
Donada una figura, construir-ne una de semblant amb una determinada raó de semblança.



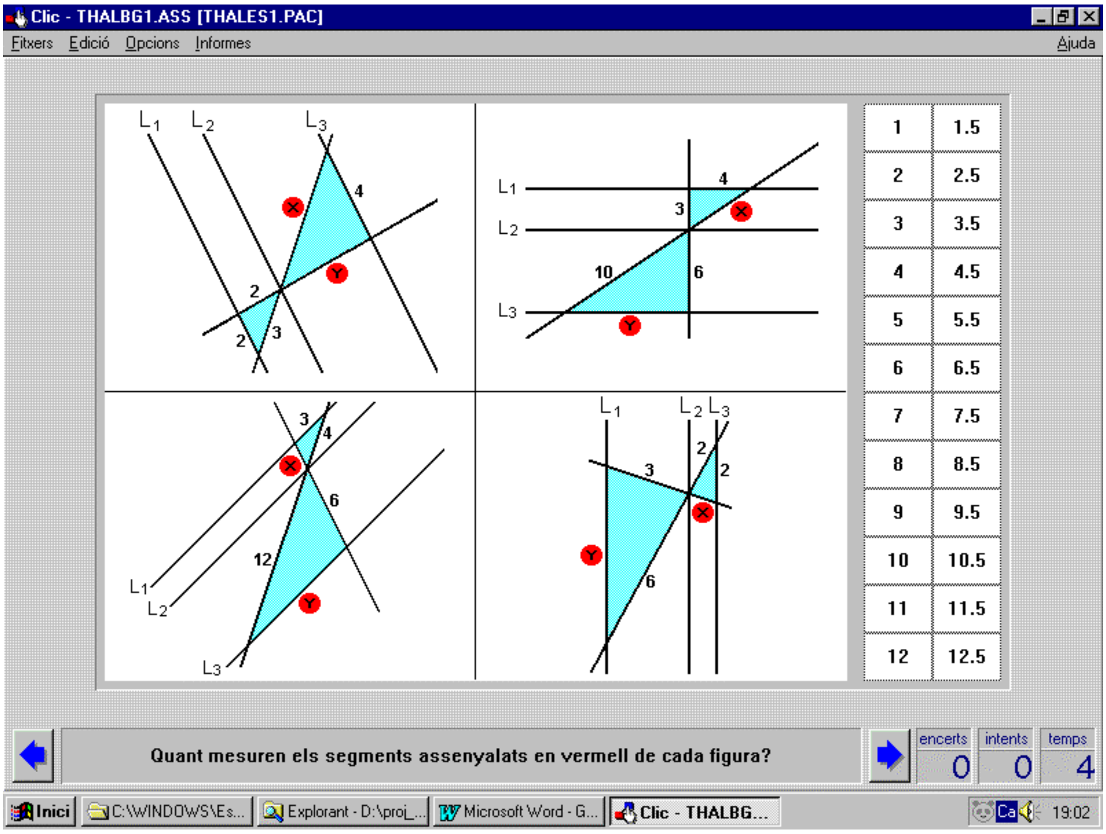
Determinar segments interceptats entre rectes paral·leles tallades per altres rectes.



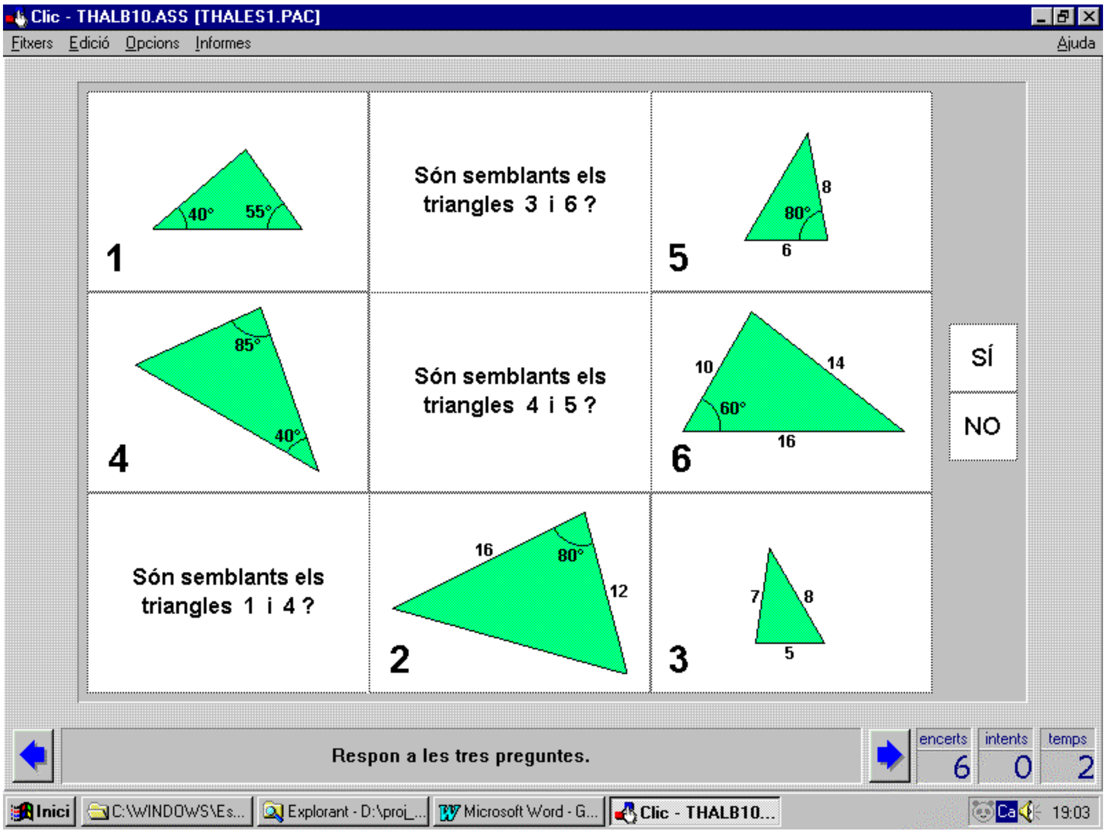
Determinar les dimensions de triangles en "*posició de Tales*".



Determinar les dimensions de triangles en "*posició d'anti-Tales*".



Identificar parells de triangles semblants.



TEOREMES DE L'ALTURA, DEL CATET I DE PITÀGORES (PAQUETS 26 i 27)

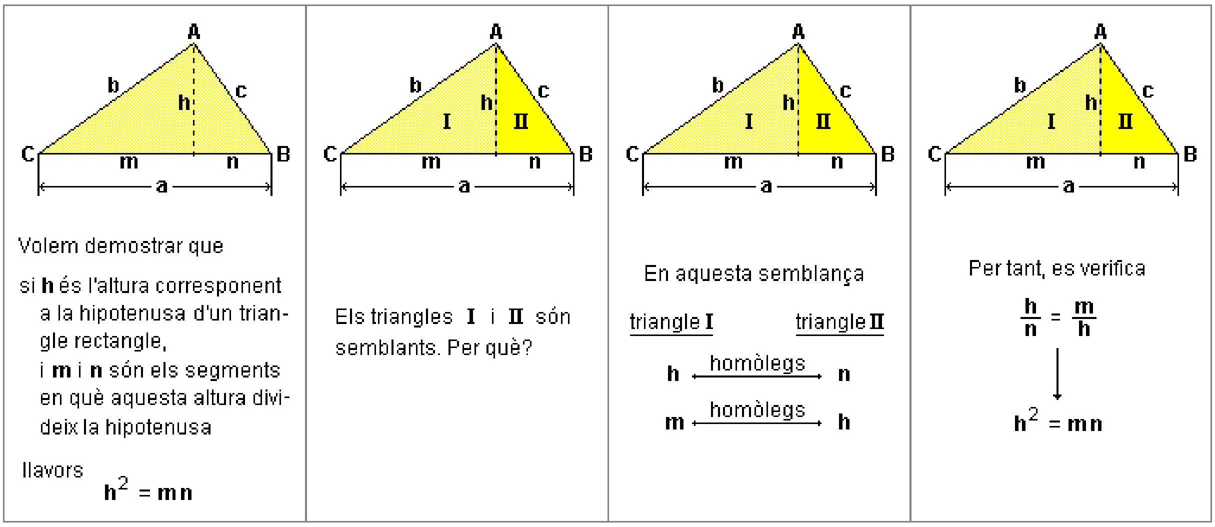
El fet que l'objectiu terminal 37 del currículum de l'àrea de Matemàtiques es conformi amb que els alumnes sàpiguen ***enunciar i aplicar*** *les principals relacions mètriques dels triangles rectangles, teorema de Pitàgores, del catet i de l'altura,* representa un desaprofitament de les possibilitats d'aquests teoremes per mostrar el que s'ha d'entendre per una demostració matemàtica, i així de passada contribuir a assolir el que diu l'objectiu terminal 7 del mateix currículum (*Provar relacions o propietats senzilles raonant-les de manera deductiva a partir d'unes premisses establertes*).

A fi i efecte d'aprofitar aquests teoremes per mostrar a l'alumnat el que és una demostració matemà-tica, s'han preparat diverses activitats. Totes aquestes activitats es redueixen a dos tipus:

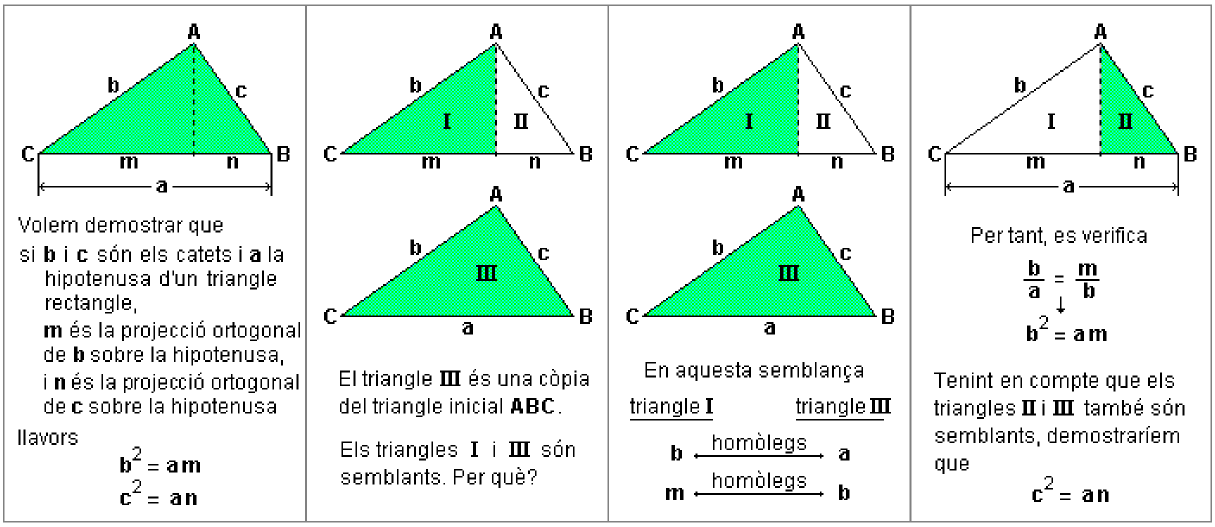
- Unes de tipus descriptiu: clicant ordenadament sobre cel·les numerades de l'1 al 4 (o de l'1 al 6), i es mostren successius passos de la corresponent demostració del teorema.
- Unes de tipus trencaclosques: apareixen desordenats els 4 o 6 passos de la demostració i s'han d'ordenar d'esquerra a dreta i de dalt a baix.

Com a orientació del que es trobarà, a continuació es mostren les pantalles finals de les 7 activitats.

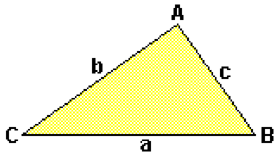
Teorema de l'altura



Teorema del catet



Demostració del teorema de Pitàgores per doble aplicació del teorema del catet

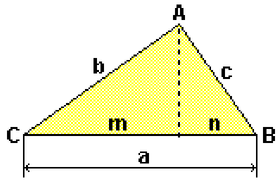


Volem demostrar que

si **b** i **c** són els catets, i **a** la hipotenusa d'un triangle rectangle

llavors

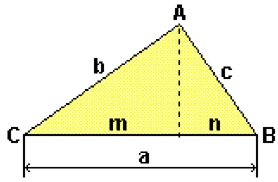
$$b^2 + c^2 = a^2$$



Tracem l'altura corresponent al vèrtex **A** que divideix la hipotenusa **a** en dos segments **m** i **n**.

Observeu que

$$m + n = a$$

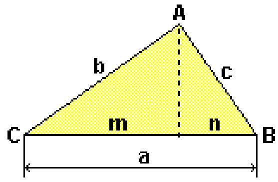


Aplicant el **teorema del catet** tenim

$$b^2 = am$$

i amb l'altre catet

$$c^2 = an$$



Sumant les dues identitats

$$b^2 = am$$
$$c^2 = an$$

tenim $b^2 + c^2 = am + an$

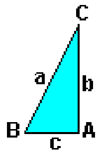
Traient factor comú

$$b^2 + c^2 = a(\underbrace{m+n}_{a}) \leftarrow \text{recordeu}$$

Finalment

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Demostració del teorema de Pitàgores utilitzant el teorema de l'altura

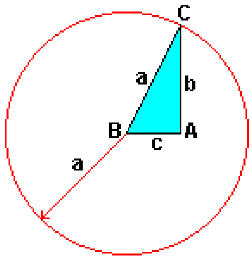


Volem demostrar que

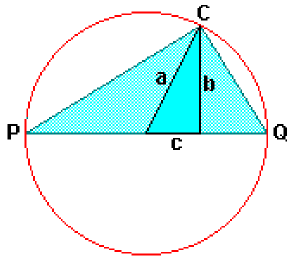
si **b** i **c** són els catets, i **a** la hipotenusa d'un triangle rectangle

llavors

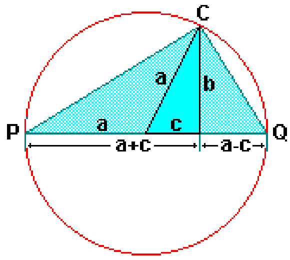
$$b^2 + c^2 = a^2$$



Dibuixem una circumferència amb centre a un dels vèrtexs dels angles aguts, per exemple **B**, i amb radi igual a la hipotenusa **a**.



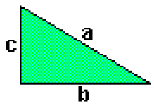
El triangle **PCQ** és rectangle en **C**. Per què?



Aplicant al triangle **PCQ** el **teorema de l'altura**, tenim

$$b^2 = (a+c)(a-c)$$
$$\downarrow$$
$$b^2 = a^2 - c^2$$
$$\downarrow$$
$$b^2 + c^2 = a^2$$

Demostració del teorema de Pitàgores utilitzant equivalències d'àrees

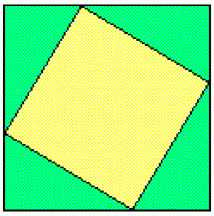


Volem demostrar que

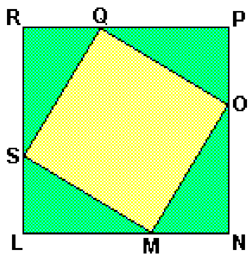
si **b** i **c** són els catets, i **a** la hipotenusa d'un triangle rectangle

llavors

$$b^2 + c^2 = a^2$$

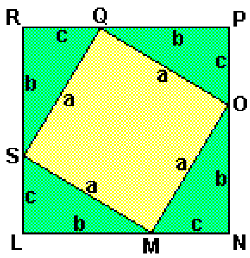


Amb quatre còpies del triangle rectangle fem aquesta construcció.



LNPR sembla que és un quadrat. Ho és. Per què?

MOQS també sembla que és un quadrat. Ho és. Per què?



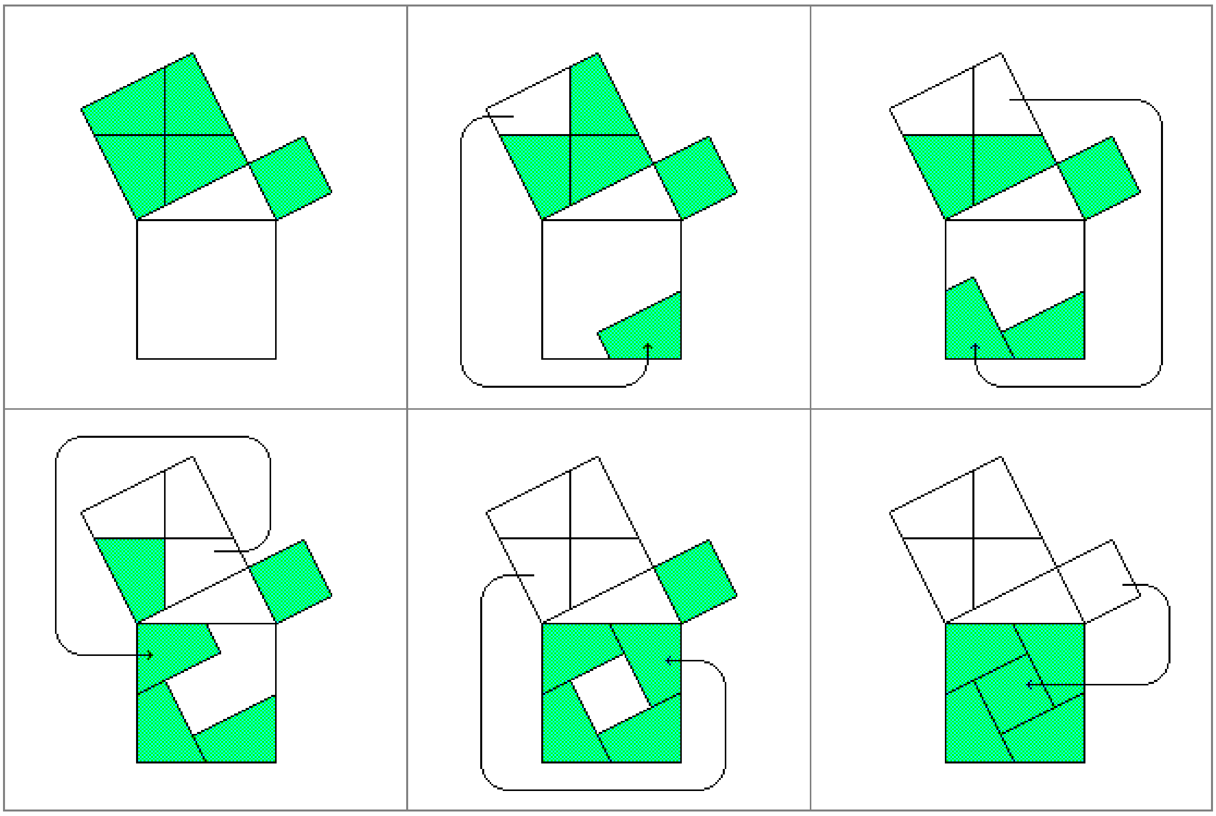
$$Àrea_{LNPR} = Àrea_{MOQS} + 4 Àrea_{LMS}$$

$$(b+c)^2 = a^2 + 4\frac{bc}{2}$$

$$b^2 + c^2 + \cancel{2bc} = a^2 + \cancel{2bc}$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Una demostració "visual" del teorema de Pitàgores



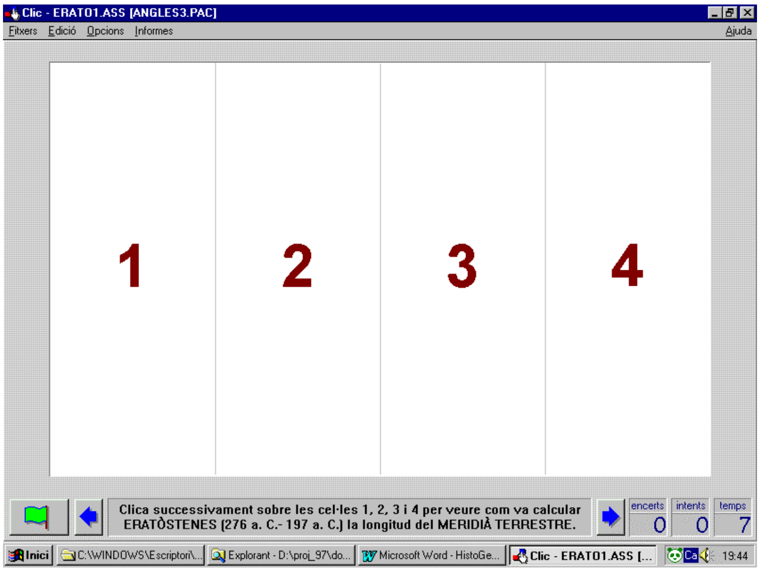
Una altra demostració "visual" del Teorema de Pitàgores

També s'inclou la demostració d'Euclides del **teorema de Pitàgores en forma inversa** (Euclides I.48, última proposició del llibre 1r. dels *Elements*). Veure l'apartat ACTIVITATS D'HISTÒRIA: ALGUNS ASPECTES DE LA GEOMETRIA GREGA.

ACTIVITATS D'HISTÒRIA DE LA GEOMETRIA:
ALGUNS ASPECTES DE LA GEOMETRIA GREGA

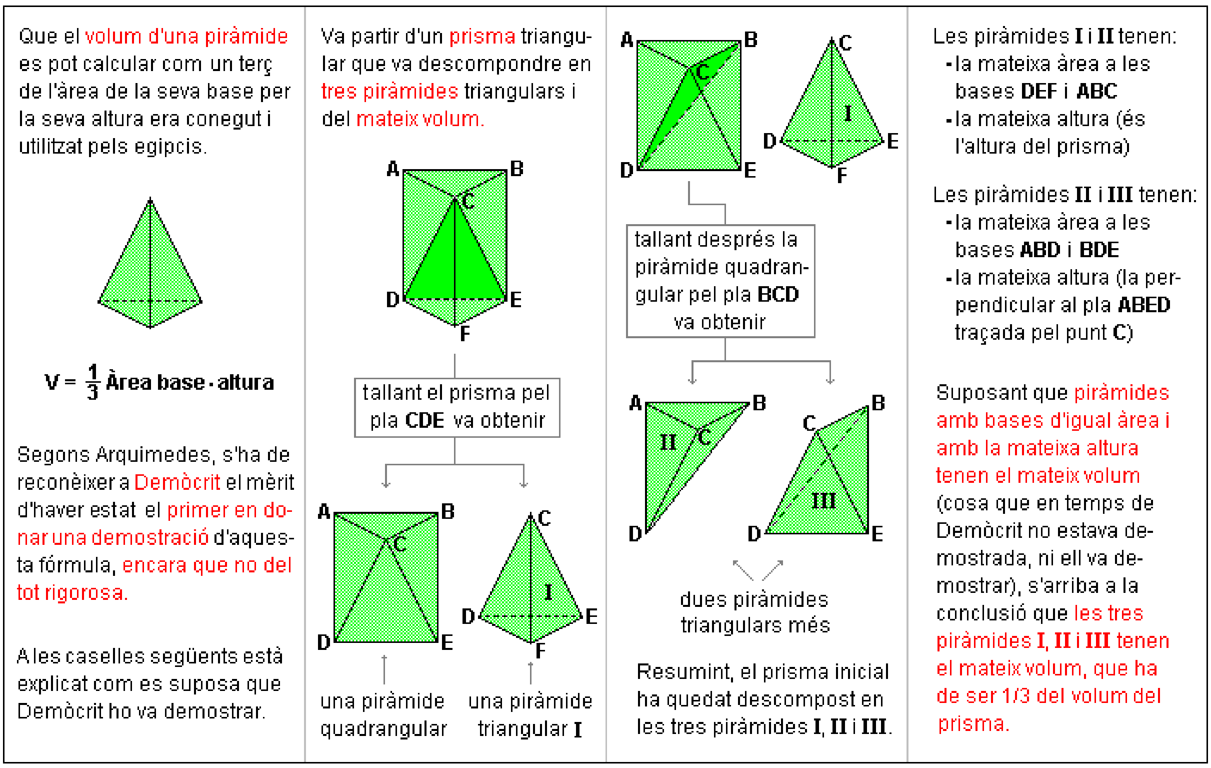
A GEOCLIC hi ha 7activitats que mostren les aportacions de 7 matemàtics grecs a la geometria: càlculs geogràfics i astronòmics, i demostracions de fórmules i/o teoremes. Cada activitat està situada dins un paquet d'activitats amb les que hi té alguna relació.

Totes les activitats tenen la mateixa estructura: s'ha de clicar ordenadament sobre cel·les numerades de l'1 al 4 (o de l'1 al 6), i es van mostrant successius passos del corresponent càlcul o demostració.



Com a orientació del que es trobarà, a continuació es mostren les pantalles finals de les 7 activitats.

Demòcrit d'Abdera (460 a.C. 370 a.C.): com es suposa que va obtenir la fórmula del volum d'una piràmide com a un terç de l'àrea de la seva base per la seva altura.
(Paquet 35 – Volums i àrees de cossos)



Euclides d'Alexandria (365 a.C. – 300 a.C.): com va demostrar el teorema de Pitàgores en forma inversa.
(Paquet 26 – Teoremes del catet, de la altura i de Pitàgores: demostracions)

TEOREMA DE PITÀGORES EN FORMA INVERSA

Volem demostrar que

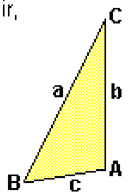
si en un triangle de costats **a**, **b** i **c** es verifica

$$a^2 = b^2 + c^2$$

llavors

és un triangle rectangle amb angle recte al vèrtex oposat al costat **a**

És a dir,



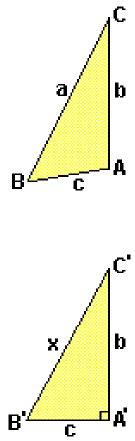
si $a^2 = b^2 + c^2$

$\Downarrow$

A és un angle recte

Construïm un triangle **A'B'C'** auxiliar que sigui rectangle amb catets **b** i **c**.

Sigui **x** la hipotenusa d'aquest triangle rectangle.



Aplicant el teorema de Pitàgores en forma directa al triangle **A'B'C'** tenim

$$x^2 = b^2 + c^2$$

Per altra part, el triangle **ABC** verifica per hipòtesi

$$a^2 = b^2 + c^2$$

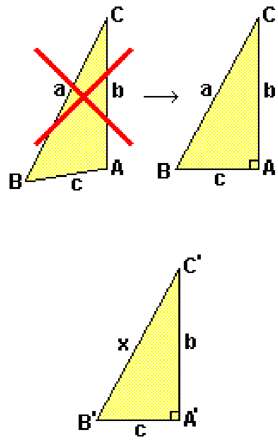
Per tant

$$x^2 = a^2$$

$$\Downarrow$$

$$x = a$$

Concluïm que els triangles **ABC** i **A'B'C'** tenen els costats iguals. Per tant, són congruents i l'angle **A** ha de ser recte al ser-ho l'angle **A'**.

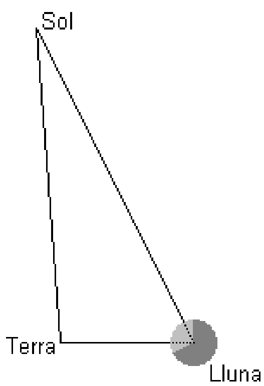


Aristarc de Samos (310 a.C. – 230 a.C.): com va calcular, erròniament, que el Sol és dinou vegades més lluny de la Terra que la Lluna.
(Paquet 28 – Introducció a la trigonometria)

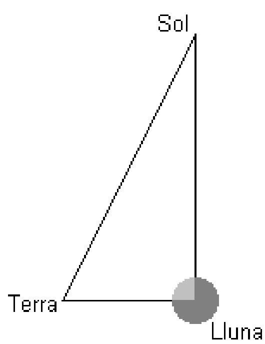
Considerem el triangle Terra-Lluna-Sol.

És un triangle variable degut al moviment d'aquests tres astres.

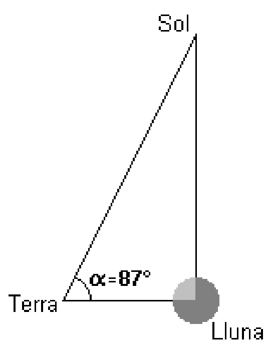
I la part de Lluna que des de la Terra veiem il·luminada també és variable.



Aristarc es va adonar que quan des de la Terra veiem mitja lluna, llavors es pot assegurar que, en aquell moment, el triangle és rectangle amb angle recte a la Lluna.



Va mesurar l'angle α que formen les visuals Terra-Lluna i Terra-Sol quan hi ha mitja Lluna i va obtenir un angle recte menys la seva trentena part (avui diríem 87°).



En temps d'Aristarc encara no estava desenvolupada la trigonometria, però va fer uns càlculs equivalents als següents:

Del triangle tenim

$$\frac{\text{Terra-Lluna}}{\text{Terra-Sol}} = \text{Cos}87°$$

com Cos87° val apoximadament $\frac{1}{19}$, tenim

$$\frac{\text{Terra-Lluna}}{\text{Terra-Sol}} = \frac{1}{19}$$

$$\Downarrow$$

$$\text{Terra-Sol} = 19\,(\text{Terra-Lluna})$$

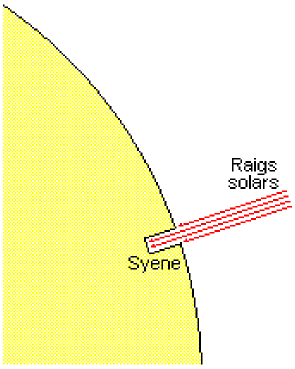
Aquest resultat és erroni degut a la poca precisió dels útils de mesura que tenien els grecs (el valor actual de α és 89°50')

Això no invalida el raonament que va fer Aristarc... que és impecable!

Eratòstenes de Cirene (276 a.C. – 197 a.C.): com va calcular la longitud del meridià terrestre.
(Paquet 8 – Angles en la circumferència)

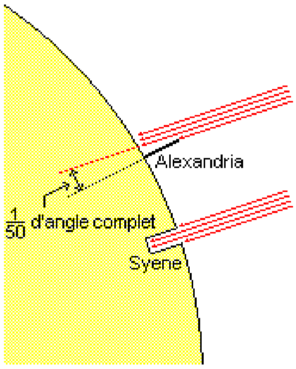
Va observar, o tenir notícia, que a la ciutat egípcia de Syene (actual Assuan), el dia del solstici d'estiu, al migdia, els raigs solars il·luminaven directament els fons dels pous sense fer cap ombra.

Això volia dir que en aquell lloc i a aquella hora, els raigs solars queien verticals a la superfície terrestre.



El mateix dia i a la mateixa hora, a Alexandria, les ombres fetes per bastons clavats verticals a terra indicaven que els raigs solars queien oblics.

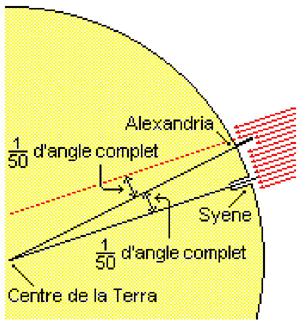
Va mesurar l'angle que els raigs solars formaven amb la vertical i va obtenir la cinquantena part de l'angle complet (avui diríem que l'angle era de 7° 12').



Va suposar que:

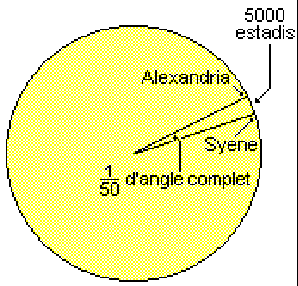
- La Terra era esfèrica i Syene i Alexandria estaven sobre el mateix meridià.
- El Sol estava molt lluny i els seus raigs arribaven paral·lels a la Terra.

Llavors l'angle format pels dos radis que uneixen Syene i Alexandria amb el centre de la Terra també havia de ser un cinquantè de l'angle complet.



Coneixent la distància entre Syene i Alexandria, 5000 estadis (800 km aprox.), va fer el següent raonament:

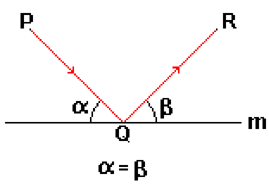
- si a un angle central que és $\frac{1}{50}$ d'angle complet correspon un arc de 5000 estadis,
- a tot l'angle complet correspondrà un arc (que serà tota la circumferència) de $5000\cdot50=250000$ estadis (40000 km aproximadament)



Heró d'Alexandria (65 d.C. – 126 d.C.): com va demostrar la llei de la reflexió de la llum fent ús de simetries i del principi de que la llum fa sempre el camí més curt.
(Paquet 16 – Activitats diverses sobre desplaçaments en el pla)

1 La LLEI DE LA REFLEXIÓ de la llum diu que

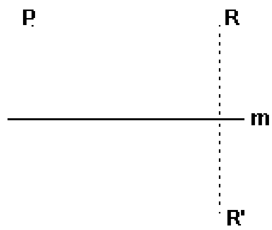
El raig incident **PQ** i el reflexat **QR** formen el mateix angle amb el pla del mirall **m**



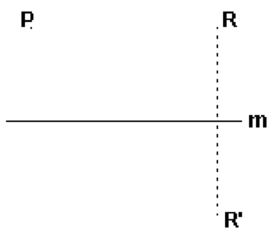
2 Aquest fet ja era conegut amb anterioritat a Heró (Euclides, Aristòtil, ...) però com a resultat experimental; sense tenir-ne una demostració.

Heró va ser el primer en donar-ne una demostració geomètrica utilitzant simetries i el principi que la llum fa sempre el camí més curt.

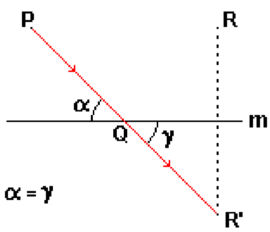
3 Per fer-ho, va considerar el simètric **R'** de **R** respecte del mirall **m**,



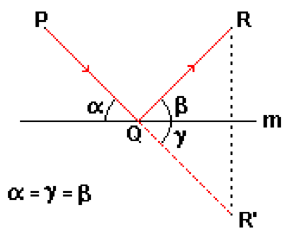
4 i va veure que buscar el camí més curt entre **P** i **R** "tocant" a **m** era equivalent a buscar el camí més curt entre **P** i **R'** "travessant" **m**,



5 que és el segment de recta **PQR'**.



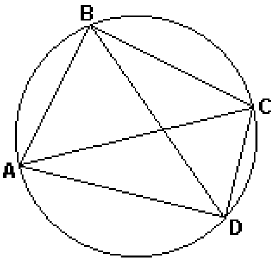
6 Per tenir la trajectòria real del raig de llum, n'hi ha prou amb dibuixar el simètric de **QR'** respecte de **m**.



Ptolemeu d'Alexandria (85 d.C. – 165 d.C.): demostració del seu teorema sobre quadrilàters inscrits en una circumferència. (Paquet 24 – Teorema de Tales i semblances de triangles – 2 (Repàs))

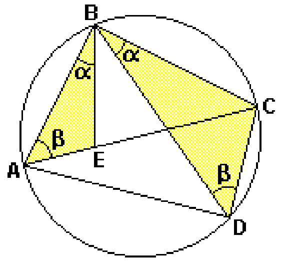
TEOREMA DE PTOLEMEU

En un quadrilàter inscrit en una circumferència, la suma dels productes dels costats oposats és igual al producte de les diagonals.



$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$

Transportem l'angle $\alpha = C\hat{B}D$ sobre el costat **BA** tal com indica la figura.



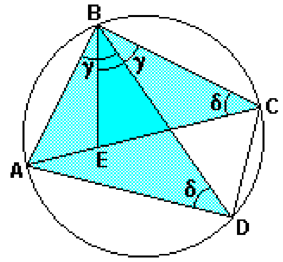
Els angles **BAE** i **BDC** també són iguals ($B\hat{A}E = B\hat{D}C = \beta$), per què?

Per tant, els triangles **ABE** i **BCD** són semblants, i

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AE}{CD}$$
$$\Downarrow$$
$$AB \cdot CD = AE \cdot BD$$

Si ara considerem els triangles **ABD** i **BCE** tenim que:

- els angles **ABD** i **EBC** són iguals ($A\hat{B}D = E\hat{B}C = \gamma$), per què?
- els angles **ADB** i **ACB** són iguals ($A\hat{D}B = A\hat{C}B = \delta$), per què?



Per tant, els triangles **ABD** i **BCE** també són semblants, i

$$\frac{BC}{BD} = \frac{EC}{AD}$$
$$\Downarrow$$
$$BC \cdot AD = EC \cdot BD$$

Tenim

$$AB \cdot CD = AE \cdot BD$$
$$BC \cdot AD = EC \cdot BD$$

sumant

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AE \cdot BD + EC \cdot BD$$

traient factor comú

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = \underbrace{(AE + EC)}_{AC} \cdot BD$$

obtenim finalment

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$$

Pappus d'Alexandria (290 d.C. – 350 d.C.): aplicació dels seus teoremes de sobre volums i àrees de cossos de revolució al càlcul del volum i de l'àrea d'un tor (Paquet 35 – Volums i àrees de cossos).

TEOREMA DE PAPPUS SOBRE VOLUMS DE COSSOS DE REVOLUCIÓ

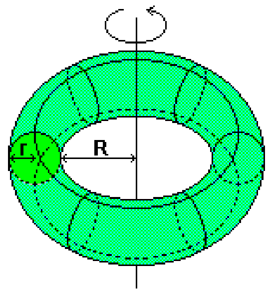
Si una corba plana i tancada dóna una revolució completa al voltant d'un eix que no la talla, el volum del cos generat es pot calcular multiplicant:

- l'àrea del recinte limitat per la corba
- la distància recorreguda pel centre de massa del recinte al donar la revolució

Aquest teorema va ser redescobert per un matemàtic suís del s. XVII anomenat Guldin. Per aquest motiu, aquest teorema també es coneix com el teorema de Pappus-Guldin.

APLICACIÓ DEL TEOREMA DE PAPPUS AL CÀLCUL DEL VOLUM D'UN TOR

Un tor es genera per un revolució completa d'un cercle al voltant d'un eix.

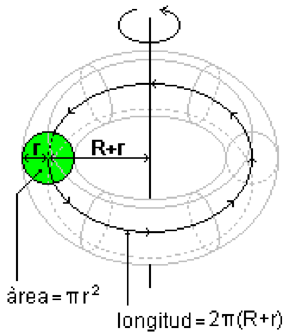


Sigui **r** el radi del cercle que fa la revolució completa.

Sigui **R** el radi del "forat" interior del tor.

L'àrea del cercle que fa la revolució és πr^2.

La distància recorreguda pel centre de massa del cercle anterior (una circumferència de radi **R+r**) és $2\pi(R+r)$.



Per tant, el volum d'aquest tor és

$$V = \pi r^2 \cdot 2\pi (R+r)$$
$$V = 2\pi^2 r^2 (R+r)$$

TEOREMA DE PAPPUS SOBRE SUPERFÍCIES DE COSSOS DE REVOLUCIÓ

Pappus també va donar un teorema semblant per calcular la superfície del cos de revolució generat; és el resultat de multiplicar:

- la longitud de la corba tancada que fa la revolució
- la distància recorreguda pel centre de massa del recinte al donar la revolució

Sabries calcular la superfície d'un tor?

(Solució: $S = 4\pi^2 r (R+r)$)

ACTIVITAT DE MOTS ENCREUATS (PAQUET 36)

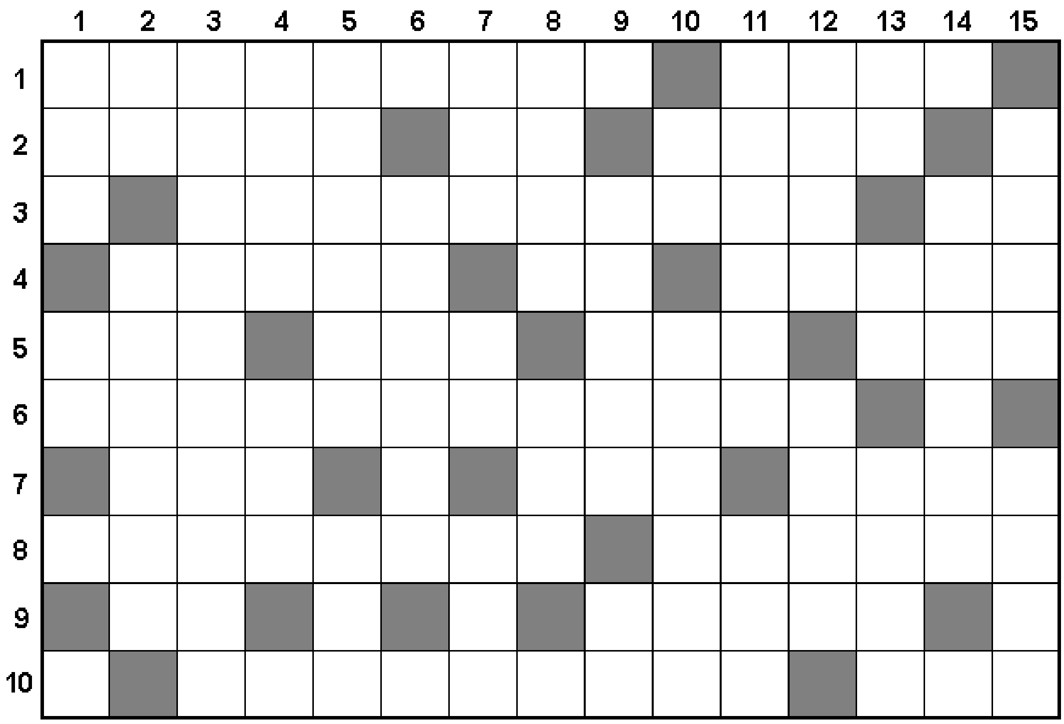
Els termes matemàtics de la taula de mots encreuats apareixen descrits amb lletra *inclinada*.

HORITZONTALS

1.- *Triangle amb dos costats iguals. Meitat del diàmetre*.
2.- A l'inrevés, certes pedres precioses. A l'inrevés, matrícula d'Holanda. Aturo. Primera consonant.
3.- Última vocal. *Quadrilàter molt irregular*. Casa de ...
4.- Cua grossa i fastigosa. Article. Avis.
5.- Moviment fet al caminar. Present del verb ser. Ocell semblant a l'ànec. *Porció de corba*.
6.- *Polígons de quatre costats*. Vocal rodona.
7.- A l'inrevés, plural de un. Segona vocal. Tret. Objecte volant no identificat.
8.- *Part de recta entre dos punts (plural). Contrari de convex*.
9.- Societat limitada. Segona consonant. Primera vocal. A l'inrevés, cert mamífer marsupial. Consonant.
10.- Penúltima consonant. *Amb els tres costats iguals*. Part posterior del cos dels vertebrats.

VERTICALS

1.- A l'inrevés, subjuntiu del verb usar. Consonants consecutives. Consonant sinuosa*. Normalment s'utilitza per a la incògnita*.
2.- Afirmació. Motius.
3.- *Amb un angle obtús*.
4.- Escorça de certes alzines. Repetit és un tipus de bala mortífera. Consonant.
5.- Extrem superior d'un volcà. Antic projecte de moneda única europea.
6.- Segona vocal. Sofrien un dany. Pot ser grega o llatina.
7.- A l'inrevés, pronom personal. Societat limitada. D'aquella manera.
8.- Persona mancada d'iniciativa. Ajudant tècnic sanitari. Primera vocal.
9.- Consonant sinuosa. Natural d'Olot. A l'inrevés, possessiu femení.
10.- *Aproximadament 3.1416. La circumferència i el seu interior*.
11.- Emetre raig. *A l'inrevés, pot ser de semblança*.
12.- *Superfície*. Present indicatiu del verb sonar.
13.- Nota musical. A l'inrevés, Amnistia Internacional. *A l'inrevés, 305 en numeració romana*.
14.- Tercera vocal. *Pot ser circular*. Última vocal.
15.- Relatiu al País Basc. A l'inrevés, en el dia que som.



GEOCLIC INTERN

Els paquets d'activitats de geometria

Cada opció del menú principal es correspon amb un paquet d'activitats CLIC compactat. La següent graella dona el nom del fitxer i el nombre d'activitats de cadascun.

1	INTRODUCCIÓ ALS POLÍGONS	PLGNS1.PCC	12
2	TRIANGLES	PLGNS2.PCC	15
3	QUADRILÀTERS	PLGNS3.PCC	11
4	ACTIVITATS DIVERSES SOBRE POLÍGONS	PLGNS4.PCC	13
5	CIRCUMFERÈNCIA I CERCLE	CIRCUMF1.PCC	11
6	ANGLES - 1	ANGLES1.PCC	11
7	ANGLES - 2 (Repàs)	ANGLES2.PCC	11
8	ANGLES A LA CIRCUMFERÈNCIA	ANGLES3.PCC	11
9	PERÍMETRES I ÀREES DE FIGURES PLANES - 1	PERIARE1.PCC	10
10	PERÍMETRES I ÀREES DE FIGURES PLANES - 2	PERIARE2.PCC	10
11	CONSTRUCCIONS AMB REGLE i COMPÀS - 1	CONSTR1.PCC	24
12	CONSTRUCCIONS AMB REGLE I COMPÀS - 2	CONSTR2.PCC	24
13	TRANSLACIONS EN EL PLA	MOVIM1.PCC	10
14	SIMETRIES AXIALS EN EL PLA	MOVIM2.PCC	12
15	ROTACIONS I SIMETRIES CENTRALS EN EL PLA	MOVIM3.PCC	10
16	ACTIVITATS DIVERSES DE DESPLAÇAMENTS PLANS	MOVIM4.PCC	13
17	FIGURES PLANES AMB SIMETRIA AXIAL	MOVIM5.PCC	10
18	FIGURES PLANES AMB SIMETRIA DE ROTACIÓ I/O CENTRAL	MOVIM6.PCC	10
19	FIGURES PLANES AMB SIMETRIES DIVERSES	MOVIM7.PCC	10
20	SEMBLANCES EN EL PLA: INTRODUCCIÓ	SEMBL1.PCC	11
21	SEMBLANCES EN EL PLA: RAONS DE SMBLANÇA	SEMBL2.PCC	12
22	ACTIVITATS DIVERSES DE SEMBLANCES EN EL PLA	SEMBL3.PCC	12
23	T. DE TALES I SEMBLANCES DE TRIANGLES - 1	THALES1.PCC	12
24	T. DE TALES I SEMBLANCES DE TRIANGLES - 2 (Repàs)	THALES2.PCC	13
25	PUNTS NOTABLES EN ELS TRIANGLES	PNOTABLE.PCC	16
26	T. DE L'ALTURA, DEL CATET I DE PITÀGORES: DEMOSTRACIONS	PITAGO1.PCC	15
27	T. DE L'ALTURA, DEL CATET I DE PITÀGORES: APLICACIONS	PITAGO2.PCC	10
28	INTRODUCCIÓ A LA TRIGONOMETRIA	TRIGO1.PCC	11
29	POLÍEDRES, PRISMES I PIRÀMIDES	POLIEDR1.PCC	14
30	POLÍEDRES REGULARS	POLIEDR2.PCC	11
31	POLÍEDRES: TEOREMA D'EULER	POLIEDR3.PCC	10
32	CILINDRES, CONS I ESFERES	COSROD1.PCC	12
33	DESENVOLUPAMENTS PLANS - 1	DSNVOL1.PCC	19
34	DESENVOLUPAMENTS PLANS - 2	DSNVOL2.PCC	16
35	VOLUMS I ÀREES DE COSSOS	VOLUM1.PCC	14
36	UNA ACTIVITAT DE MOTS ENCREUATS	MOTSENC.PCC	1

Estructura del menú

GEOCLIC.PCC és el paquet que dona accés al menú principal i a la resta de paquets (és la compactació de GEOCLIC.PAC). Només té una activitat tipus pantalla d'informació, PORTADA.ASS, i està encadenat per defecte amb GEOMENU.PAC.

GEOMENU.PAC és un paquet amb només una activitat que és GEOMENU.ASS.

GEOMENU.ASS, el menú principal pròpiament dit, és una activitat d'identificació amb:

- el fitxer GEOMENU.GIF a la graella A i totes les seves 4x9 cel·les assignades a SI
- el fitxer GEOMENU.TXT com a solució
- GEOMENU.TXT crida a cadascun del paquets {PLGNS1.PCC}
{PLGNS2.PCC}
....
{MOTSENC.PCC}

Cadascun d'aquests últims paquets, compactació d'un corresponent .PAC, empaqueta determinades activitats de geometria. Tots estan encadenats per defecte amb GEOMENU.PAC, a fi i efecte de tornar al menú principal en acabar cada paquet d'activitats.

Format dels fitxers gràfics

Tots el fitxers gràfics han estat editats a 16 colors utilitzant el programa PAINTBRUSH. Així doncs, el seu format era inicialment BMP.

A començaments de 1998, va aparèixer la versió 2.2 de CLIC amb una millora fonamental respecte versions anteriors: la possibilitat d'utilitzar **fitxers gràfics en format GIF**, de grandària molt inferior als fitxers BMP. La conversió a format GIF era obligada si es té en compte que amb fitxers BMP, el conjunt d'activitats de GEOCLIC hagueren ocupat uns 65 Mb de disc dur! Utilitzant fitxers GIF, queda reduït a 4 Mb (el 6%).

Per a la conversió dels gràfics a format GIF es va utilitzar el programa PAINT SHOP PRO (Batch Conversion: passar de BMP a GIF Compuserve 89ª-Non Interlaced).

Altres utilitzacions dels fitxers gràfics

Els fitxers gràfics apareixen si, utilitzant CLICPAC (el de la versió 2.2 de CLIC), es descompacten els paquets d'activitats. Amb això s'aconsegueix una **biblioteca de més de 1400 figures geomètriques** de les que se'n poden fer diversos usos: inserir-les en documents (com les imatges d'aquest document), confeccionar transparències, etc. ...

Un cop es tenen el fitxers GIF, si es prefereix manipular-los en format BMP, es pot fer ús del PAINT SHOP PRO (Batch Conversion: passant ara de GIF Compuserve 89ª-Non Interlaced a BMP).

BIBLIOGRAFIA

Alsina, C.; Burgués, C.; Fortuny, J.M.: *Materiales para construir la geometría,* Síntesis, Madrid, 1988.

Alsina, C.; Burgués, C.; Fortuny, J.M.: *Invitación a la didáctica de la geometría,* Síntesis, Madrid, 1989.

Alsina, C.; Fortuny, J.M.; Pérez, R.: *¿Por qué geometría?,* Síntesis, Madrid, 1997.

Alsina, C.; Pérez, R.; Ruiz, C.: *Simetría dinámica,* Síntesis, Madrid, 1989.

Argüelles, Juan: *Historia de la matemática,* Akal, Madrid, 1989.

Baena, J.; Coriat, M. ;Marin, A.; Matínez, P.: *La esfera,* Síntesis, Madrid, 1996.

Boyer, Carl B.: *A History of Mathemàtics,* Wiley, New York, 1968.

Bunt, Lucas; Jones, Phillip; Bedient, Jack: *The historical roots of elementary mathematics,* Dover, New York, 1976.

Codina, R.; Enfedaque, J.; Mumbrú, P.; Segarra, Ll.: *Fer matemàtiques, Edicions* UB-UAB-EUV, 1992.

Dalmau, Saül; Quintana, Jordi*: Les transformacions mètriques al cicle superior de l'ensenyament primari*, Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, 1997.

Farrington, Benjamin: *Ciencia Griega,* Icaria, Barcelona, 1979.

Field, M.; Golubitsky, M.: *Symetry in chaos,* Oxford University Press, Oxford, 1992.

Grup d'Història de la Ciència i de la Tècnica: *Los tres famosos problemas de la geometría griega,* CPDA-ETSEIB-UPC, Barcelona, 1987.

Grup Zero de Barcelona: *Retrobem el mon de la geometria,* ICE-UAB, 1983.

Grupo Beta: *Proporcionalidad geométrica y semejanza,* Síntesis, Madrid, 1990.

Guillén, Gregoria: *Poliedros,* Síntesis, Madrid, 1991.

Guiu, Manuel: *Geometría plana y del espacio,* Bosch, Barcelona, 1942.

Holden, Alan: *Shapes, Space, and Symetry,* Dover, New York, 1991.

Inspecció d'Ensenyament: *Estudi sobre l'ensenyament de la geometria, l'estadística-càlcul de probabilitats i el procediment de resolució de problemes*, Barcelona, 1995.

Inspecció d'Ensenyament: *Informe sobre els coneixements matemàtics dels alumnes de 14 anys*, Barcelona, 1996.

Jaime, A.; Gutiérrez, A.: *El grupo de las isometrías del plano,* Síntesis, Madrid, 1996.

Kline, Morris: *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días, I,* Alianza Editorial, Madrid, 1992.

Lang, Serge; Murrow, Gene: *Geometry,* Springer-Verlag, New York, 1988.

Lang, Serge; Murrow, Gene: *Basic Mathematics,* Springer-Verlag, New York, 1988.

Maor, Eli: *Trigonometric Delights,* Princeton University Press, New Jersey, 1998.

Otero Vidal, Mercè: *El museu i la biblioteca d'Alexandria*, unitat didàctica per al crèdit variable tipificat *La Ciència i la Tècnica en el Món Clàssic*, Dep. d'Ens. de la Generalitat de Catalunya, 1997.

Puig Adam, Pedro: *Curso de Geometría Métrica, Tomos I i II,* Nuevas Gráficas, Madrid, 1965.

Puig Adam, Pedro: *Matemáticas, 6º curso, plan 1938,* Nuevas Gráficas, Madrid, 1947.

Saldaña, Angel: *Matemáticas, cuarto curso*, Editorial Barna, Barcelona, sense any.

Rey Pastor, Julio; Babini, José: *Historia de la Matemática, Volumen I,* Gedisa, Barcelona, 1997.

Stewart, I.; Golubitsky, M.:*¿Es Dios un geómetra?:* Crítica, Barcelona, 1995.

Weyl, Herman: *La simetría,* Promoción Cultural, Barcelona, 1975.

Xambó, Sebastià: *Sessions de preparació per a l'Olimpíada Matemàtica,* Societat Catalana de Matemàtiques, Barcelona, 1997.

Xambó, Sebastià: *Geometria,* Edicions UPC, Barcelona, 1997.

PÀGINES PERSONALS A INTERNET

Per a desenvolupar GEOCLIC s'ha consultat moltes pàgines de recursos per l'ensenyament de la geometria a Internet. Si bé per simple navegació es pot accedir fàcilment als principals centres d'aquest tipus de recursos, no és pot dir el mateix de certes **pàgines personals**, amb magnífics continguts, que només es descobreixen després de moltes hores. Amb la finalitat de contribuir a la seva difusió, seguidament hi ha un llistat d'adreces de les pàgines personals més representatives.

http://thales.vismath.org/euclid/ ; Abraham, Ralfh H. (Visual Math Institute) ; Els Elements d'Euclides a Internet (de moment 6 dels 13 llibres).

http://www.cut-the-knot.com/ ; Bogomolny, Alexander (USA, Asia mirror in Singapore) ; CUT-THE-KNOT: Miscel·lània de matemàtiques interactives.

http://www.seanet.com/~ksbrown/index.htm ; Brown, Kevin ; Pàgines matemàtiques amb tòpics diversos: Geometria, Història, ...

http://www.xtec.es/~fbusquet/ ; Busquets, Francesc (PIE) ; Pàgina personal de l'autor de l'entorn CLIC.

http://www.math.ubc.ca/people/faculty/cass/cass.html ; Casselman, Bill (Columbia Univ., Vancouver, Canadà) ; Notes d'un curs de Geometria Euclidiana (MATH 308).

http://www.ics.uci.edu/~eppstein/ ; Eppstein, David (California Univ., Irvine, USA).

http://www.teleport.com/~tpgettys/ ; Gettys, Tom ; Pàgines sobre políedres.

http://www.geom.umn.edu/~strauss/ ; Goodman-Strauss, Chaim (Arkansas Univ., USA) ; Pàgines sobre fractals, simetries, calidoscopis.

http://romberg-211.imf.unit.no/~hanche/index-e.html ; Hanche-Olsen, Harald (Noruega) ; Diverses demostracions del teorema de Pitàgores.

http://www.bib.ulb.ac.be/coursmath/ ; Hubaut, Xabier (Université Libre de Bruxelles) ; Mathématique du secondaire.

http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/home.html ; Joyce, David (Clark Univ., Worcester) ; Els Elements d'Euclides a Internet (amb applets Java), història, fractals, ...

http://www.ies.co.jp/math/indexeng.html ; Kobayashi, Ichiro i d'altres (International Educational Software, Japó) ; Applets Java amb activitats de geometria.

http://jwilson.coe.uga.edu/emt669/Student.Folders/Jeon.Kyungsoon/jks.html ; Kyungsoon, Jeon (Georgia, Univ.).

http://ecomod.tamu.edu/~dcljr/index.html ; Lancon, Donald (Texas Univ., Texas, USA) ; Una introducció als treball d'Euclides.

http://math.rice.edu/~lanius/ ; Lanius, Cynthia (Rice Univ.) ; Lliçons de geometria.

http://daisy.uwaterloo.ca/~alopez-o/home.html ; Lopez-Ortiz, Alex (Waterloo Univ.) ; Preguntes més freqüents en matemàtiques, programes, ...

http://www.i84.net/~mawdsley/mawdsley.htm ; Mawdsley.

http://members.aol.com/jeff570/mathsym.html ; Miller, Jeff (Gulf High School, New Port Richey, Florida, USA) ; Quan i com han aparegut els símbols i paraules que utilitzem en matemàtiques?

http://www.exeter.edu/~rparris/default.html ; Parris, Rick (Phillips Exeter Academy) ; Software educatiu de matemàtiques per a Windows.

http://sprott.physics.wisc.edu/pickover/home.htm ; Pickover, Clifford A ; Fractals, caos, sistemes complexos.

http://math.rice.edu/~polking/ ; Polking, Jonh C. (Institute for Advanced Study / Park City Mathematics Institute) ; Geometria esfèrica, geometria no euclidiana, cartografia.

http://www-sci.lib.uci.edu/SEP/SEP.html ; Potter, Frank i Martindale, Jim (Irvine,) ; Recursos científics agrupats per categories, sub-categories i nivells.

http://www.intent.com/bruce/index.html ; Rawles, Bruce ; Sacred geometry.

http://www.math.uncc.edu/~droyster/ ; Royster, David C. (North Carolina Univ., Charlotte) ; Pàgines matemàtiques.

http://forum.swarthmore.edu/~sarah/shapiro/ ; Shapiro, Norman ; Geometria a través de l'art.

http://sprott.physics.wisc.edu/ ; Sprot, Clint (Wisconsin Univ.,) ; Servidor personal de pàgines WEB.

http://www.shu.edu/~wachsmut/reals/ ; Wachsmuts, Bert G.

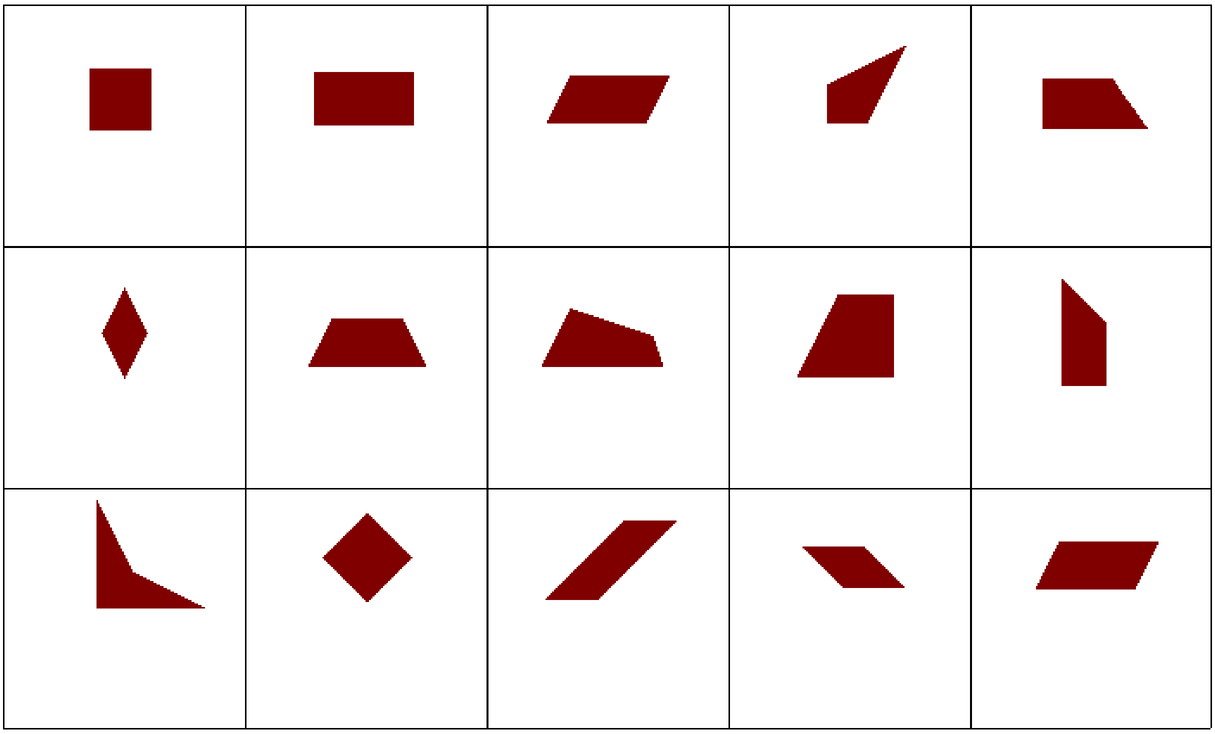
http://www.astro.virginia.edu/~eww6n/math/math.html ; Weisstein, Eric W. (Virginia Univ.,) ; Enciclopèdia concisa de matemàtiques.

http://math.furman.edu/~mwoodard/ ; Woodard, Mark (Furman Univ.)

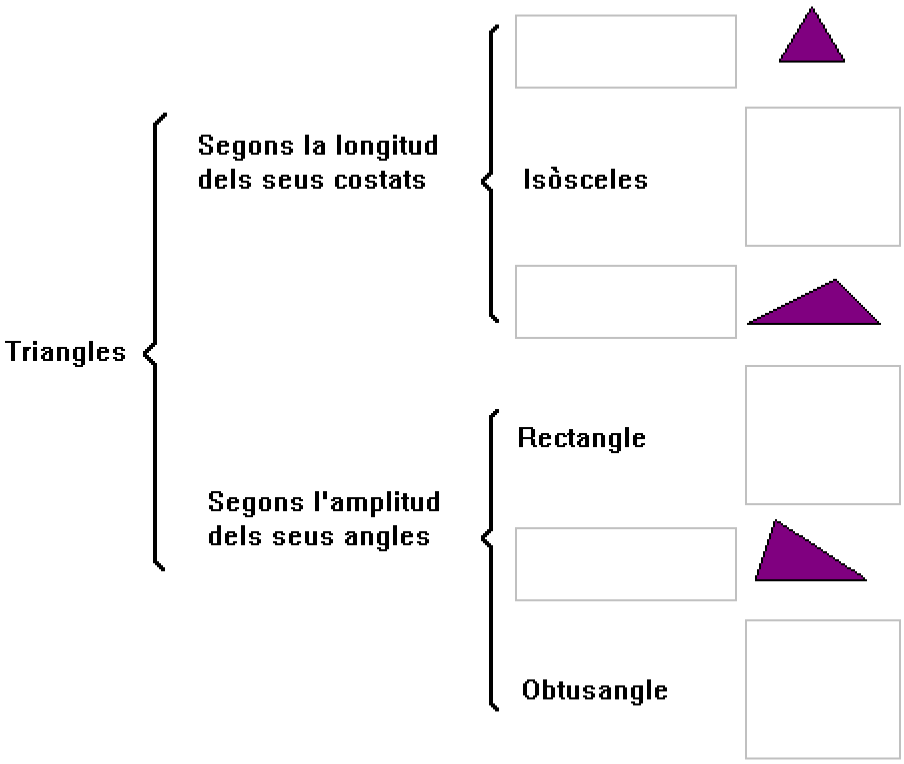
http://www.best.com/~xah/PageTwo_dir/more.html ; Xah, Lee ; Diccionari visual de corbes planes, galeria de gràfics matemàtics, programes, ...

ACTIVITATS D'AVALUACIÓ

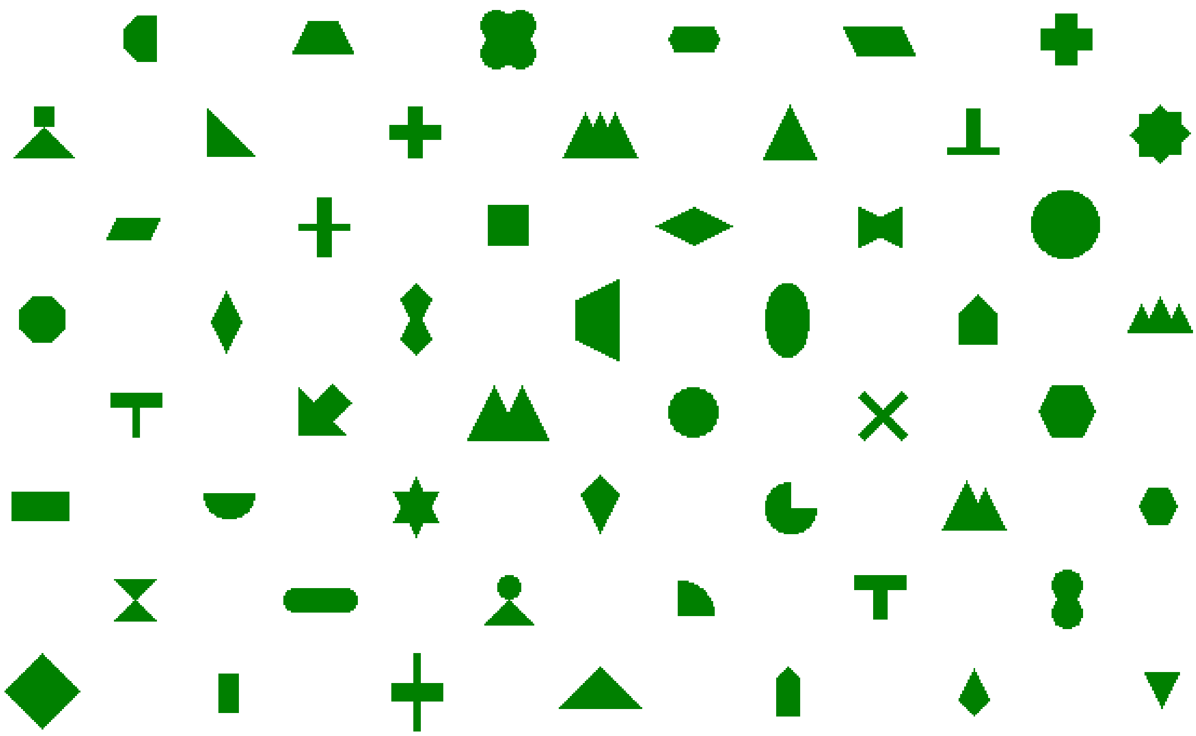
- Escriu sota cada figura el tipus de quadrilàter que és:



- Completa la següent classificació dels triangles amb els dibuixos o noms corresponents:



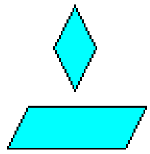
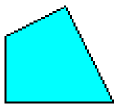
- Assenyala els polígons regulars posant una rodona al seu voltant:



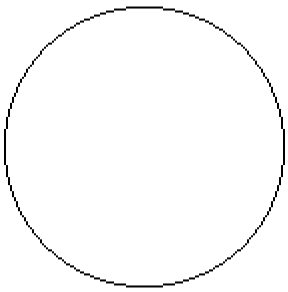
- Escriu sota cada afirmació si et sembla VERTADERA o FALSA:

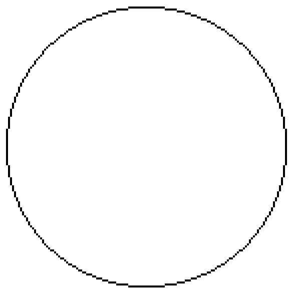
Un trapezi és un paral.lelogram	Un triangle equilàter és acutangle	Un triangle escalè pot ser un trapezi escalè	Un romboide és un quadrilàter
Un trapezoide pot tenir un angle recte	Un rectangle és un quadrat	Un triangle equilàter té els tres angles iguals	Un trapezi isòsceles té dos angles iguals
Un rombe té els quatre costats iguals	Un triangle equilàter és obtusangle	Un triangle isòsceles pot ser rectangle	Un triangle rectangle pot ser equilàter

- Completa la següent graella amb els dibuixets corresponents o amb la paraula IMPOSSIBLE:

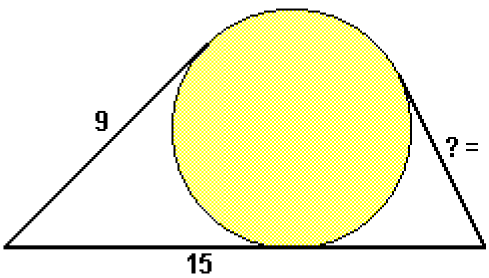
QUADRILÀTERS		PARELLS DE COSTATS PARAL·LELS		
		0 TRAPEZOIDES	1 [ ]	2 PARAL·LELOGRAMS
NOMBRE D'ANGLES RECTES	0			
	1		IMPOSSIBLE	
	2 (o més)			

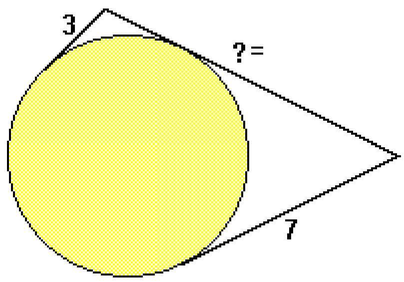
- Dibuixa un PENTÀGON INSCRIT en una circumferència i un HEXÀGON CIRCUMSCRIT en l'altra.



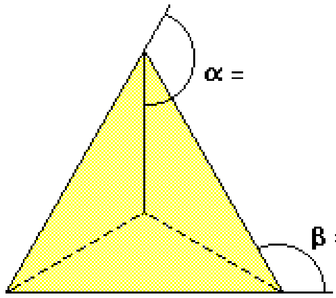


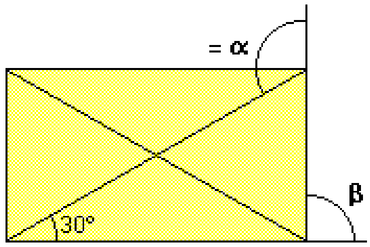
- Quant mesuren els segments assenyalats amb un interrogant? (Posa-ho a continuació del signe =).

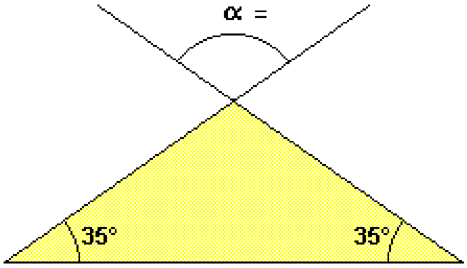


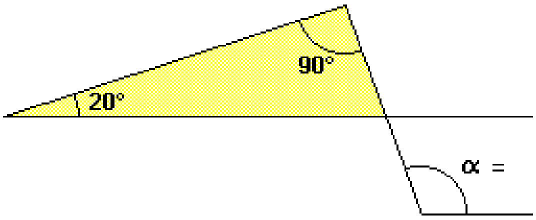


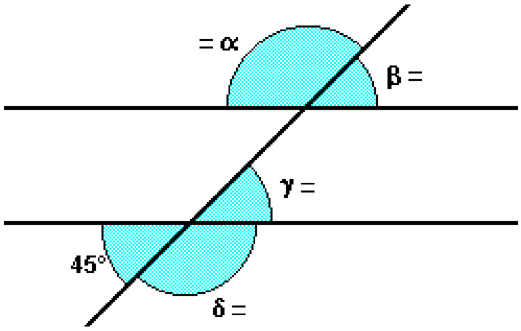
- Quines són les amplituds dels angles a, b, g, i d? (Posa-ho a continuació del signe =)

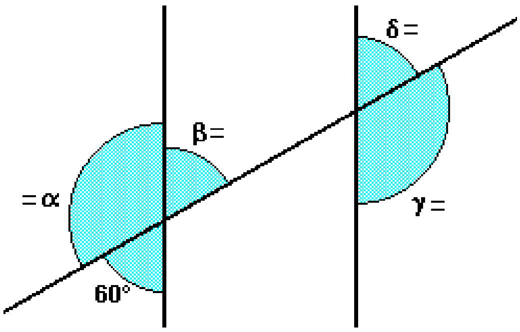


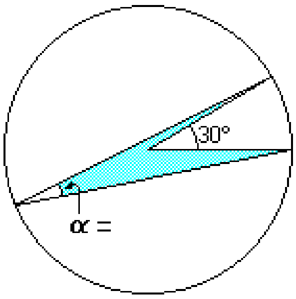


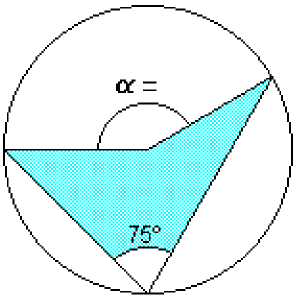


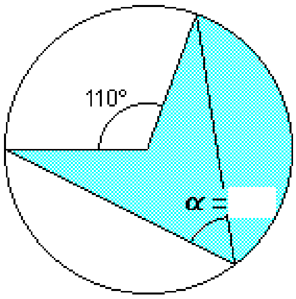




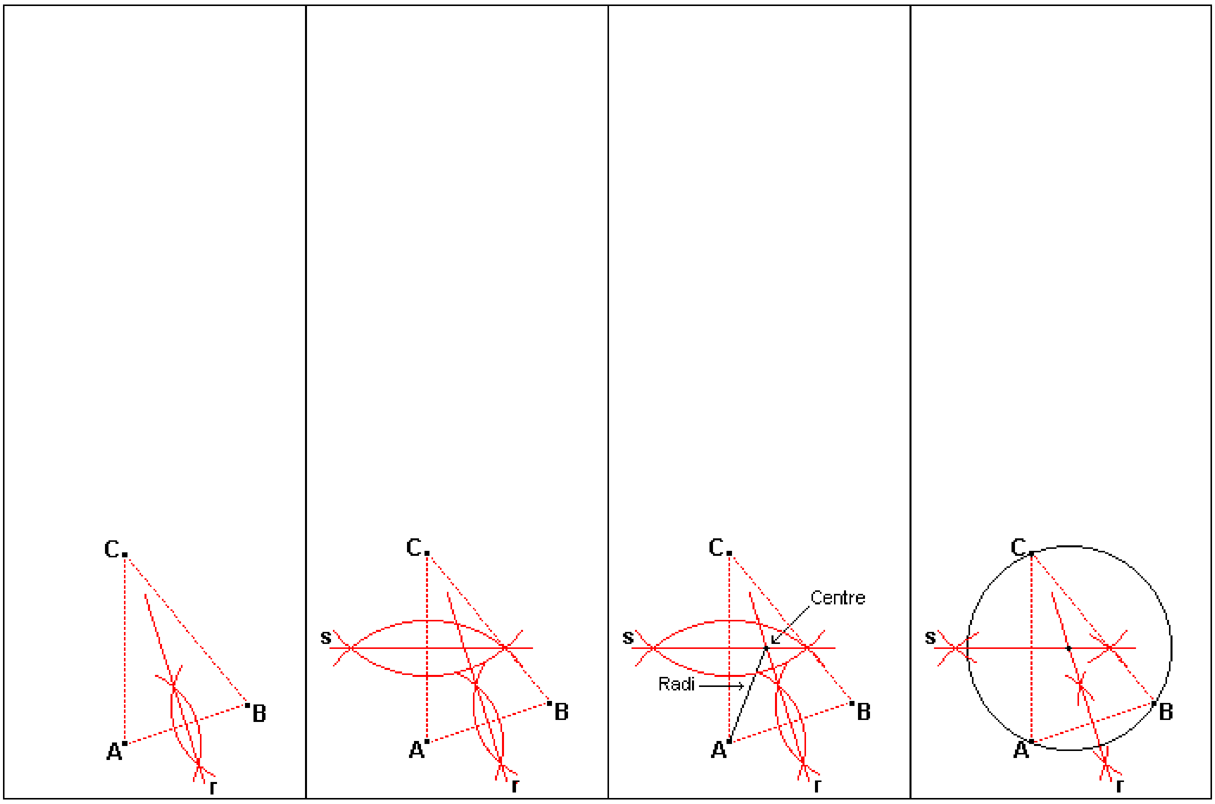




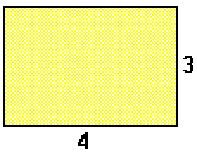
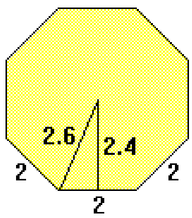
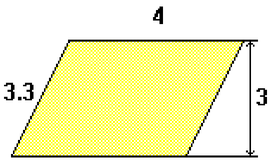
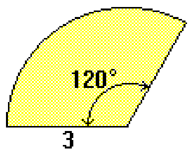
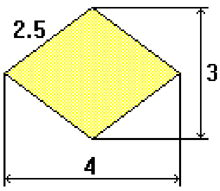
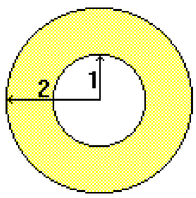




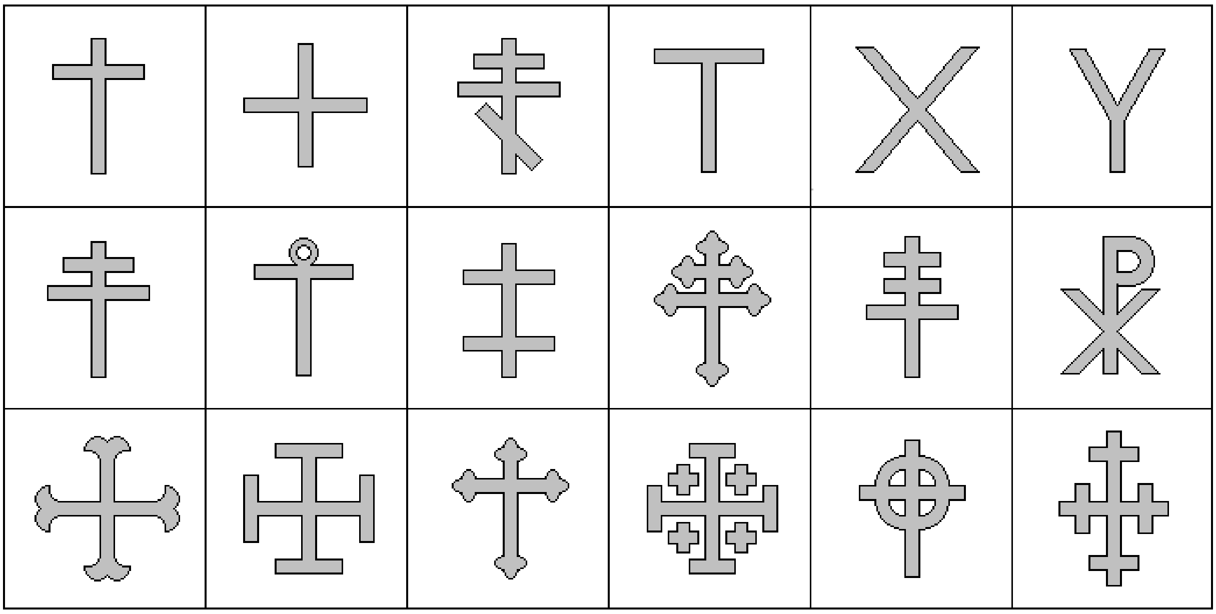
- Aquests 4 dibuixos corresponen a l'obtenció del centre d'una circumferència amb regle i compàs. Escriu l'explicació corresponent sota cada dibuix.



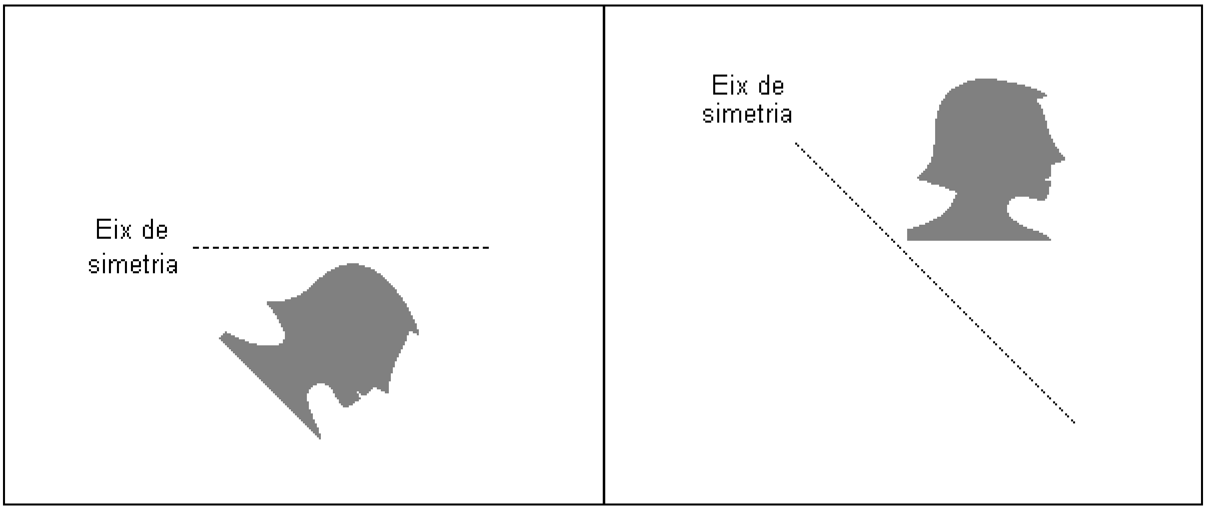
- Calcula el perímetre o l'àrea de cada figura.

PERÍMETRE 	ÀREA 
ÀREA 	PERÍMETRE 
PERÍMETRE 	ÀREA 

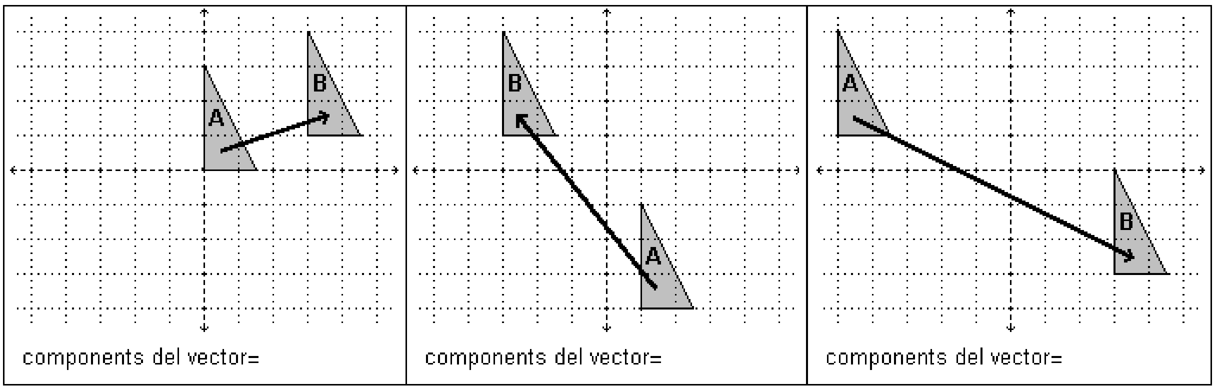
- Dibuixa TOTS els eixos de simetria de les següents figures, si en tenen.



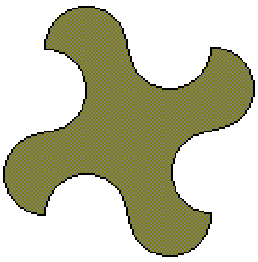
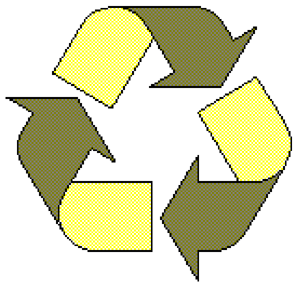
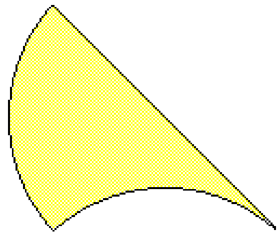
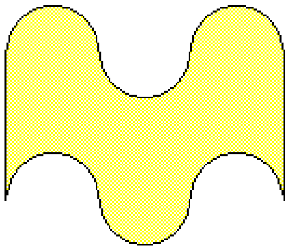
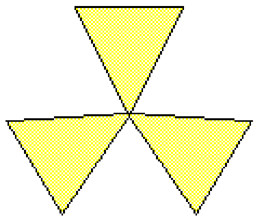
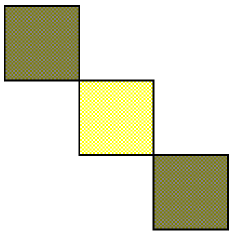
- Dibuixa aproximadament les figures simètriques d'aquestes dues respecte els eixos indicats.



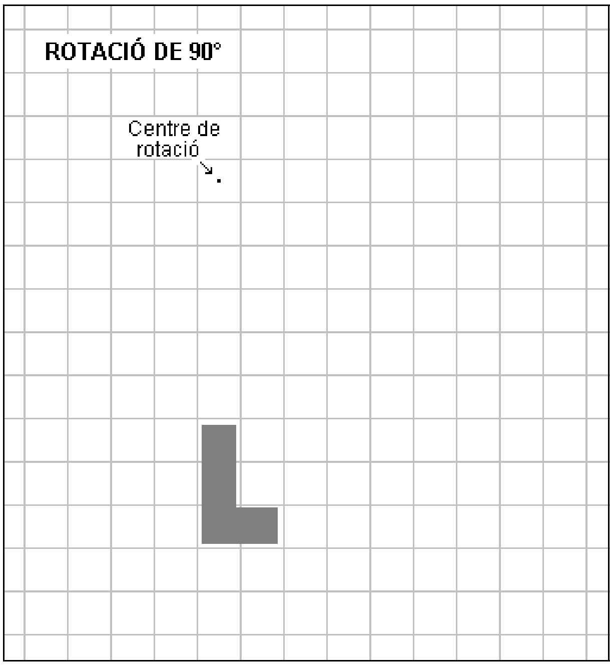
- Escriu les components dels vectors translació que porten el triangle A sobre el triangle B.

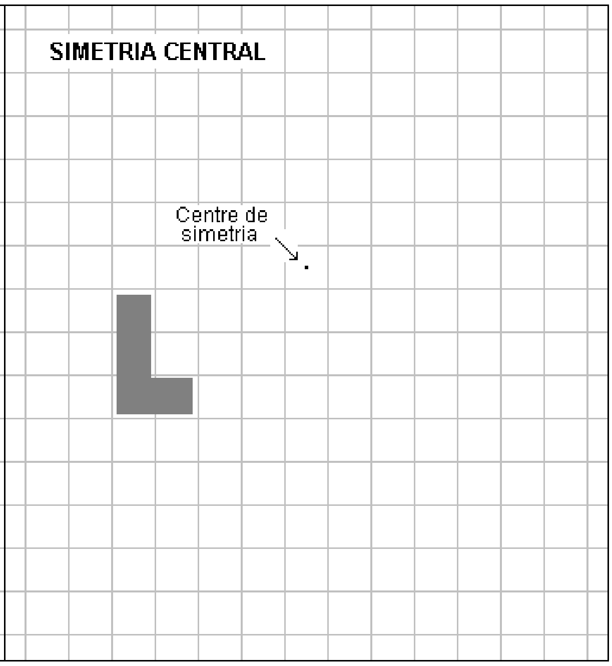


- Quines de les següents figures tenen SIMETRIA de ROTACIÓ?. Indica, si és el cas, el mínim angle de rotació que deixa la figura semblant.

 Simetria de rotació? Mínim ángle que deixa la figura invariant?	 Simetria de rotació? Mínim ángle que deixa la figura invariant?	 Simetria de rotació? Mínim ángle que deixa la figura invariant?
 Simetria de rotació? Mínim ángle que deixa la figura invariant?	 Simetria de rotació? Mínim ángle que deixa la figura invariant?	 Simetria de rotació? Mínim ángle que deixa la figura invariant?

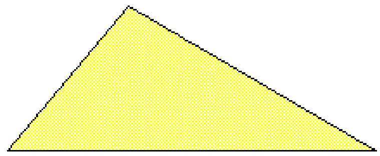
- Dibuixeu aproximadament les transformades d'aquestes dues figures si es realitza una ROTACIÓ de 90° i una SIMETRIA CENTRAL.



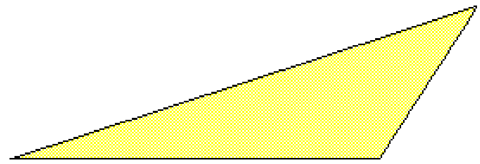


- Dibuixa els següents centres d'aquests triangles.

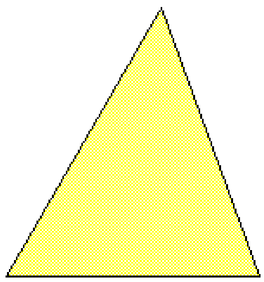
ORTOCENTRE



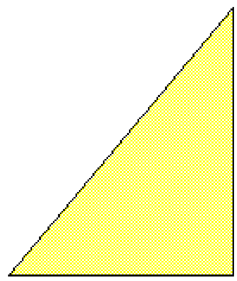
INCENTRE



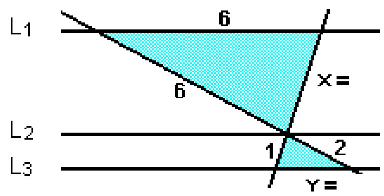
BARICENTRE

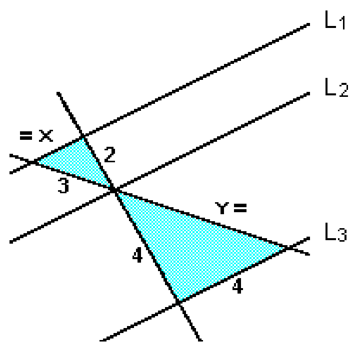


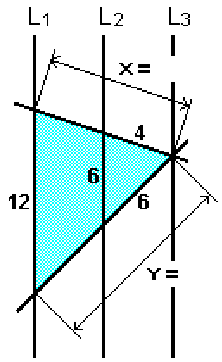
ORTOCENTRE

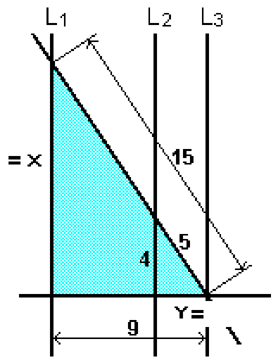


- Quant mesuren els segments X i Y de cada figura? (posa-ho després dels signes =).

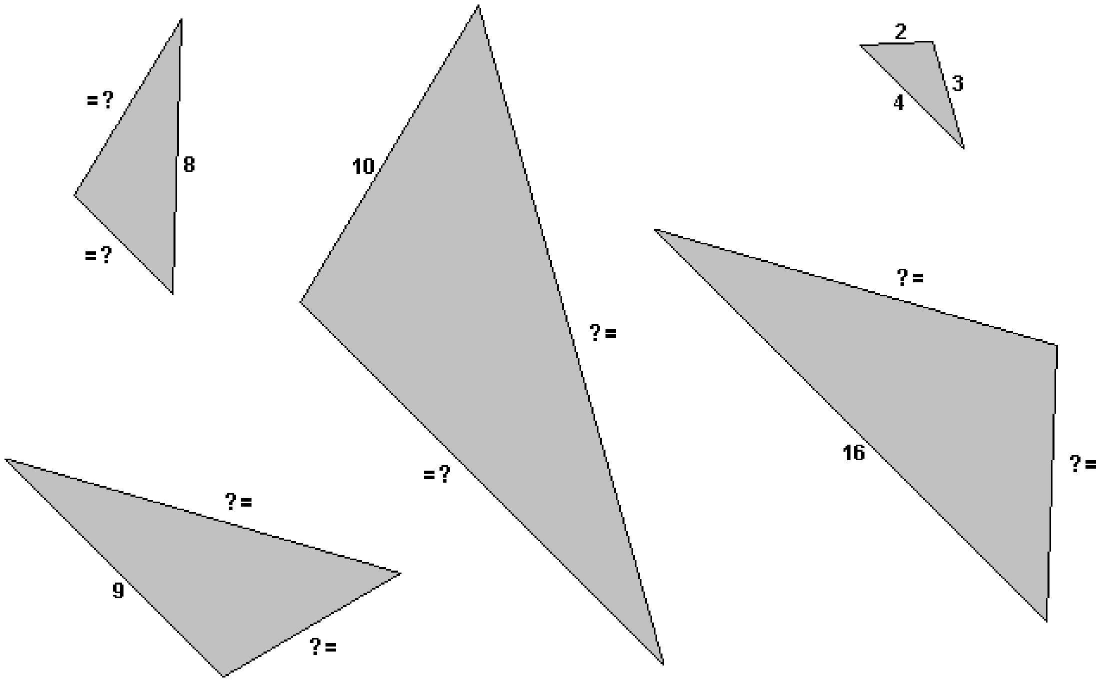




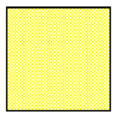
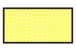
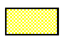
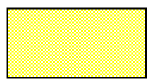




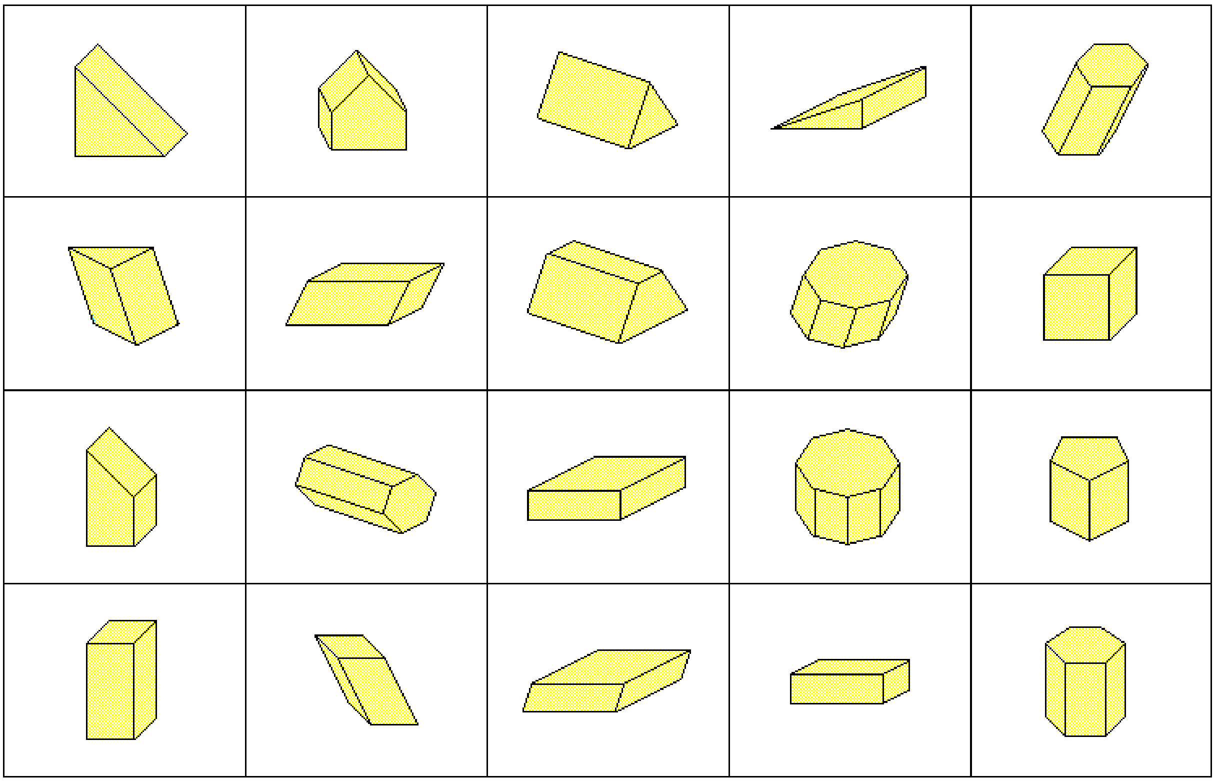
- Els 5 triangles següents són semblants. Quant mesuren els costats marcats amb interrogants?



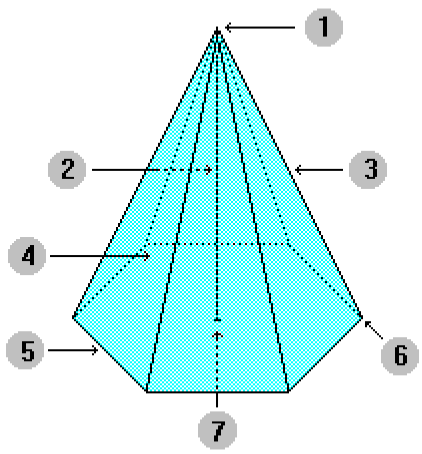
- Completa la següent graella amb els dibuixos corresponents.

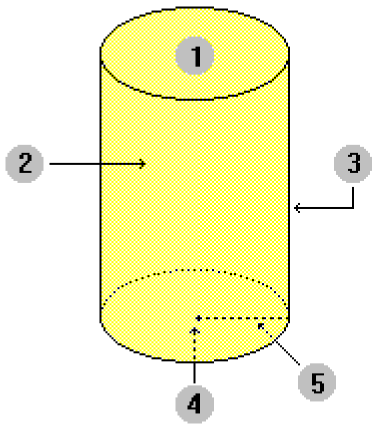
FIGURA ORIGINAL	FIGURA SEMBLANT AMB RAÓ 0.5	FIGURA SEMBLANT AMB RAÓ 0.75	FIGURA SEMBLANT AMB RAÓ 1.5	FIGURA SEMBLANT AMB RAÓ 2
				
				
				

- Identifica quines figures són **paral·lelepípedes** posant un cercle al seu voltant:



- Posa els noms dels corresponents elements d'aquesta piràmide i d'aquest cilindre:





1.-______________________________

2.-______________________________

3.-______________________________

4.-______________________________

5.-______________________________

6.-______________________________

7.-______________________________

1.-______________________________

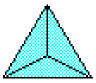
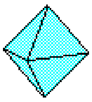
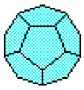
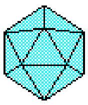
2.-______________________________

3.-______________________________

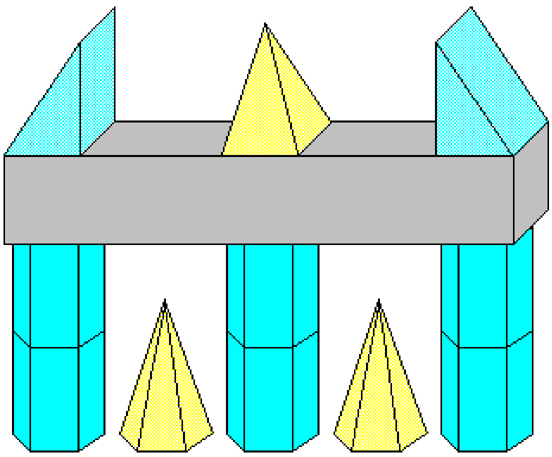
4.-______________________________

5.-______________________________

- Completa la següent graella amb dades corresponents als cinc políedres regulars:

POLÍEDRE REGULAR	NOM DEL POLÍEDRE REGULAR	NOMBRE DE CARES	FORMA DE LES CARES	NOMBRE DE CARES CONCORRENTS A CADA VÈRTEX	NOMBRE DE VÈRTEXS	NOMBRE D'ARESTES
				3		
	CUB o HEXÀEDRE					
			TRIANGLES EQUILÀTERS			
						30
					12	

- Respon a les següents preguntes:



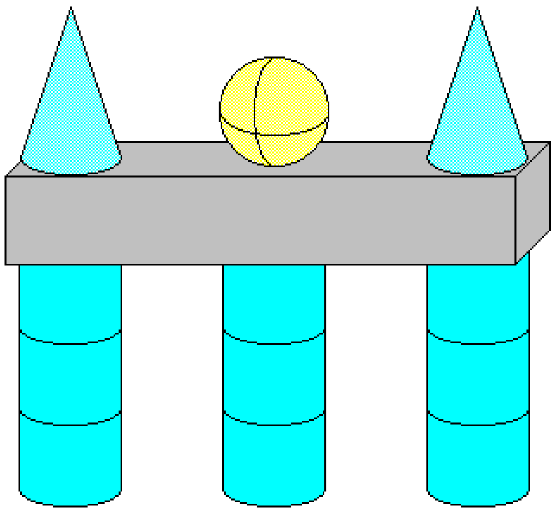
QUANTS PRISMES QUADRANGULARS HI HA?

QUANTS PRISMES HEXAGONALS HI HA?

QUANTS PRISMES TRIANGULARS HI HA?

QUANTES PIRÀMIDES QUADRANGULARS HI HA?

QUANTES PIRÀMIDES HEXAGONALS HI HA?

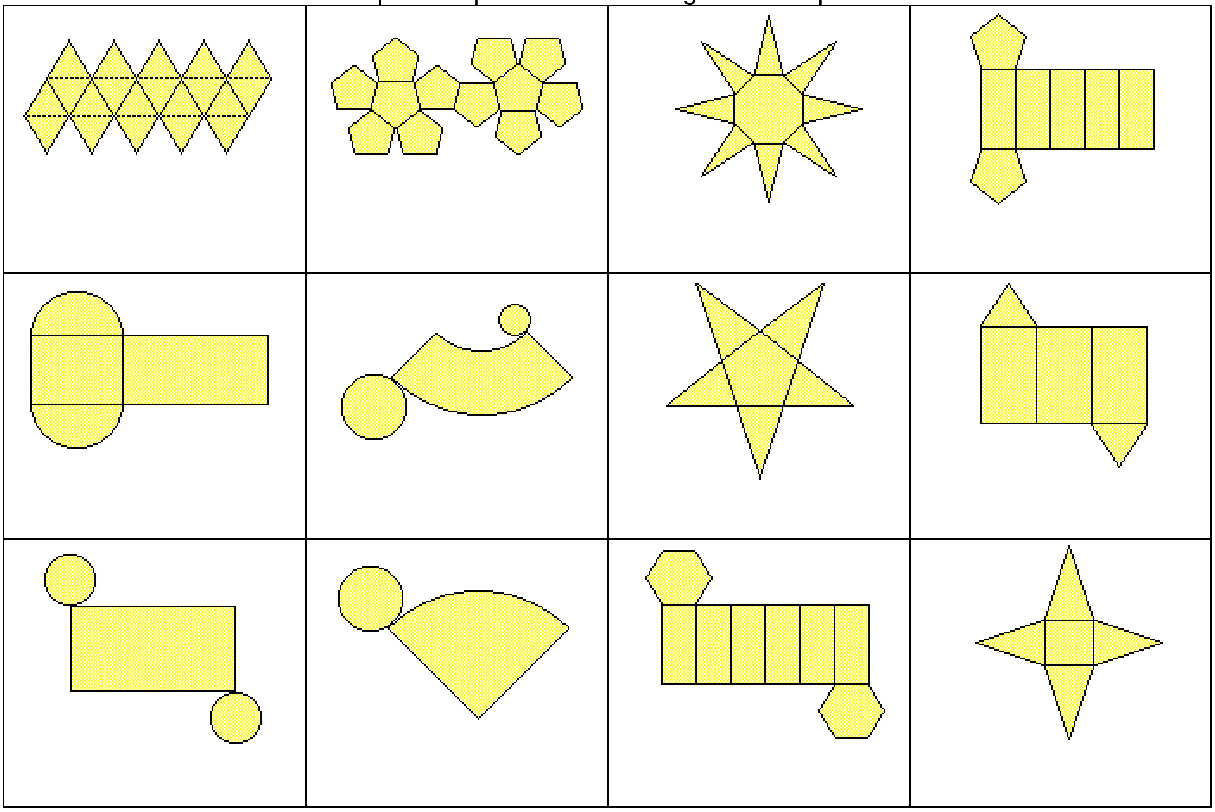


QUANTS CILINDRES HI HA?

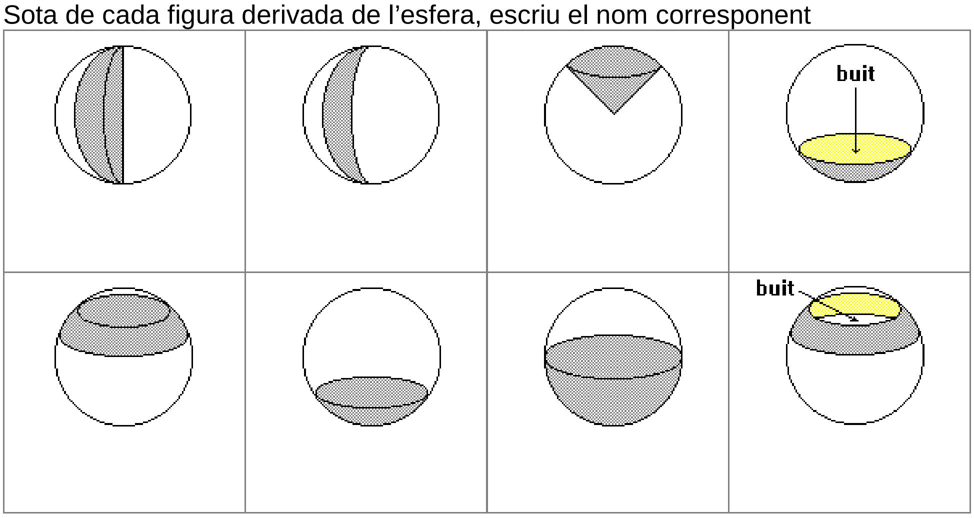
QUANTS CONS HI HA?

QUANTES ESFERES HI HA?

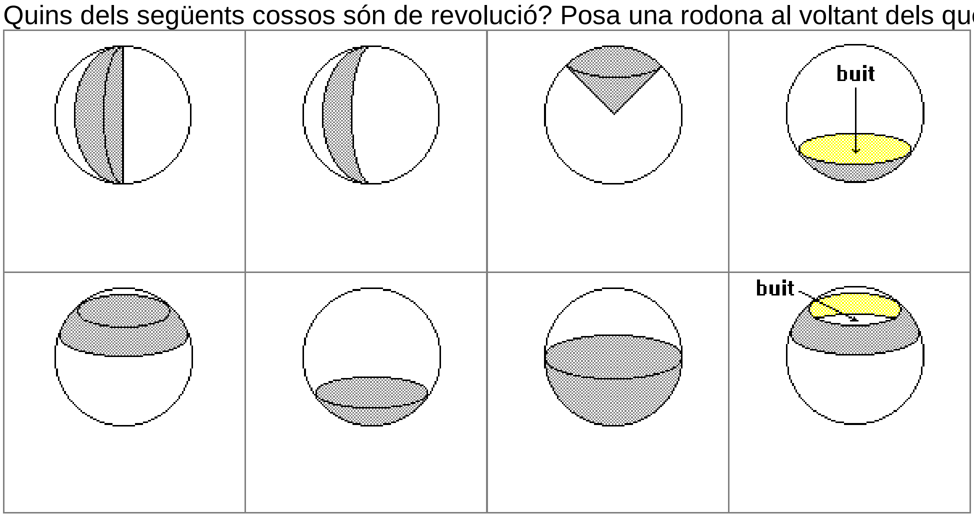
- Escriu sota cada desenvolupament pla el nom de la figura corresponent.



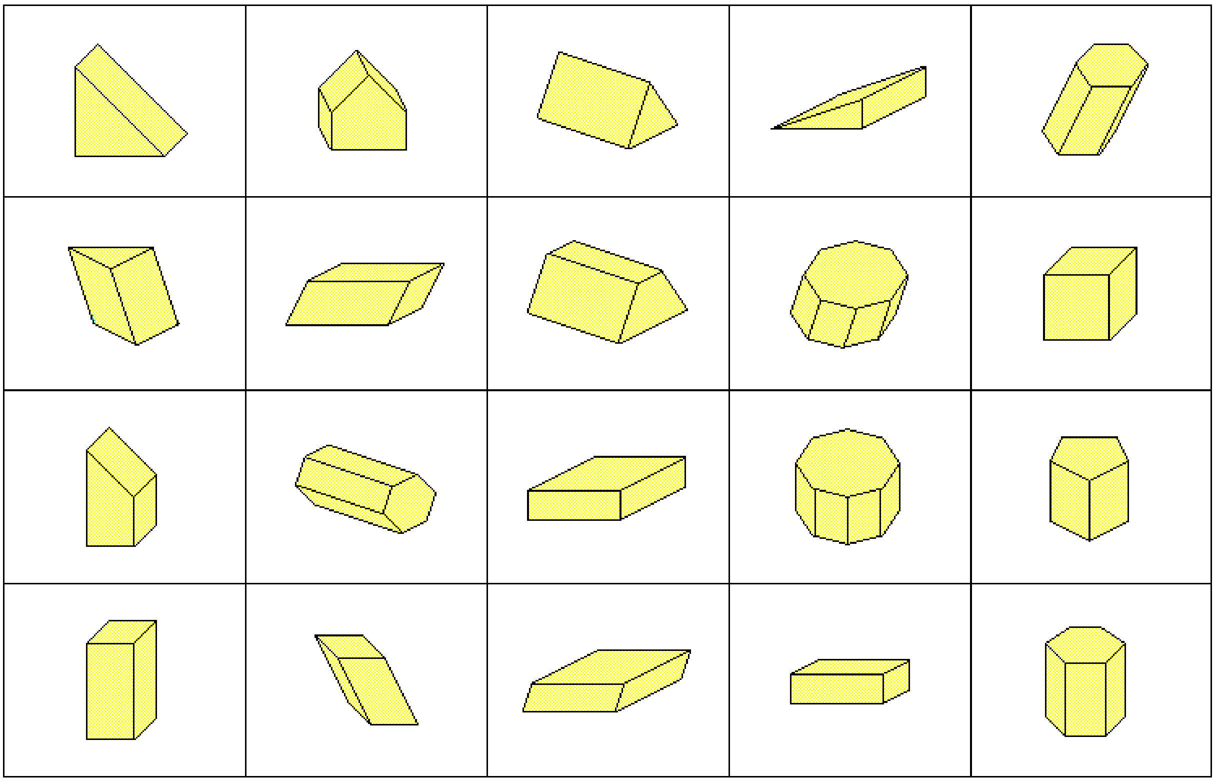
- Sota de cada figura derivada de l'esfera, escriu el nom corresponent



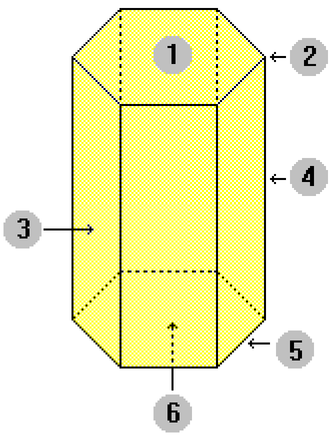
- Quins dels següents cossos són de revolució? Posa una rodona al voltant dels que ho siguin.

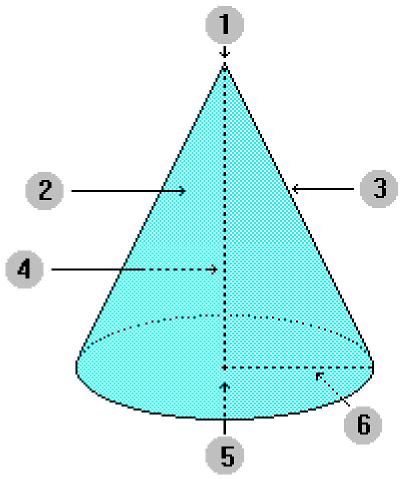


- Identifica quines figures són **ortòedres** posant un cercle al seu voltant:



- Posa els noms dels corresponents elements d'aquest prisma i d'aquest con:





1.-______________________________

2.-______________________________

3.-______________________________

4.-______________________________

5.-______________________________

6.-______________________________

1.-______________________________

2.-______________________________

3.-______________________________

4.-______________________________

5.-______________________________

6.-______________________________