

## Chapitre 7 – Propriétés mécaniques

### EXERCICE 7-7

#### a) Température de transition ductile – fragile TTDF

Il suffit de déterminer les **TTDF** sur le graphique des résultats de résilience Charpy, en appliquant chacun des critères (voir figure ci-jointe en annexe)

TTDF (°C)	Critère	
	25 J	50 % ductile
	- 20	0

#### b) Ténacité $K_{IC}$ de cet acier à 20 °C

Grâce aux résultats de résilience, on détermine l'énergie Charpy requise à 20 °C (soit 75J), puis on reporte cette valeur sur le graphique donnant la corrélation «  $K_{IC} - W$  » (voir figure ci-jointe).

$$K_{IC} = 73 \text{ MPa.m}^{1/2}$$

#### c) Amplitude de contrainte du chargement de fatigue

Selon les données de l'exercice, les caractéristiques du chargement de fatigue sont les suivantes :

$$R = 0 = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} \quad \rightarrow \quad \sigma_{\min} = 0$$

$$\sigma_{\max} = 200 \text{ MPa}$$

$$\text{Par définition, } \sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2 = 200/2 = 100 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = 100 \text{ MPa}$$

#### d) Vitesse de propagation de la fissure à sa découverte

Pour connaître la vitesse de fissuration  $da/dN$  de la fissure à l'instant de sa découverte, il faut calculer la variation  $\Delta K_0$  du facteur d'intensité de contrainte associé à cette fissure de longueur  $a_0$  et, grâce à la courbe de Paris relative à la fatigue – propagation, en déduire la valeur de  $da/dN$ .

$$\text{Par définition, } \Delta K_0 = \alpha \Delta \sigma \sqrt{\pi a_0} = \alpha (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \sqrt{\pi a_0} = \alpha \sigma_{\max} \sqrt{\pi a_0} \quad \text{car ici } \sigma_{\min} = 0$$

Avec  $\alpha = 1,1$ ,  $\sigma_{\max} = 200 \text{ MPa}$  et  $a_0 = 2 \text{ mm}$ , on obtient une valeur de  $\Delta K_0$  égale à  $17,44 \text{ MPa.m}^{1/2}$ , qui, reportée sur la courbe de Paris, donne la valeur recherchée de la vitesse (voir figure ci-jointe):

$$da/dN = 3 \times 10^{-7} \text{ m/cycle}$$

#### e) Longueur critique $a_C$ de la fissure entraînant une rupture brutale fragile

Pour qu'il y ait rupture brutale fragile, il faut que la valeur du facteur d'intensité de contrainte  $K_C$ , associé à cette fissure de longueur critique  $a_C$ , soit égal à la ténacité du matériau  $K_{IC}$  calculée précédemment à la question b) :

$$K_C = K_{IC} = \alpha \sigma_{\max} \sqrt{\pi a_C}$$

$$\text{Donc, on en déduit que } a_C = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{IC}}{\alpha \sigma_{\max}} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{73}{1,1 \times 200} \right)^2 = 3,5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$a_C = 35 \text{ mm}$$

**f) Valeur de la contrainte maximale pour que la fissure ne puisse se propager**

Pour que la fissure ne puisse se propager, il faut que la valeur de la variation  $\Delta K$  du facteur d'intensité de contrainte qui lui est associé soit inférieure au seuil de propagation  $\Delta K_S$  défini sur la courbe de Paris (voir figure) :

$$\Delta K \leq \Delta K_S \text{ ou } K_{\max} \leq K_{\max S} = 3 \text{ MPa.m}^{1/2}$$

Donc, on en déduit que 
$$\sigma_{\max S} = \left( \frac{K_{\max S}}{\alpha \sqrt{\pi a_0}} \right) = \left( \frac{3}{1,1 \sqrt{\pi \times 2 \times 10^{-3}}} \right) = 34,41 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\max S} = \mathbf{34,4 \text{ MPa}}$$

**g) Nombre de cycles pour que la longueur de fissure passe de 2 mm à 25 mm**

L'équation de la droite de Paris est de la forme :  $da/dN = C \Delta K^n$  (1)

avec les constantes  $C$  et  $n$  connues :  $C = 3 \times 10^{-12}$  et  $n = 4$

En rappelant ici que  $\Delta K = K_{\max}$  et en utilisant la définition de  $K_{\max}$ , l'équation (1) s'écrit alors :

$$da/dN = C \Delta K^n = C (\alpha \sigma_{\max} \sqrt{\pi a})^n = C (\alpha \sigma_{\max} \sqrt{\pi})^n a^{n/2} = B a^{n/2} \quad (2)$$

avec  $B = C (\alpha \sigma_{\max} \sqrt{\pi})^n = \text{cste} = 3 \times 10^{-12} (1,1 \times 200 \times \sqrt{\pi})^4 = 6,936 \times 10^{-2}$

En séparant les variables dans l'équation (2), on obtient l'équation (3) ci-dessous que l'on peut maintenant aisément intégrer en prenant comme bornes d'intégration la longueur initiale  $a_0$  et la longueur finale  $a_F$  de la fissure. On obtient ainsi l'équation (4) :

$$dN = \frac{1}{B} \frac{da}{a^{n/2}} = \frac{1}{B} \frac{da}{a^2} \quad (3)$$

$$[N]_{a_0}^{a_F} = \frac{1}{B} \int_{a_0}^{a_F} \frac{da}{a^2} = \frac{1}{B} \left[ \frac{-1}{a} \right]_{a_0}^{a_F} = \frac{1}{B} \left[ \frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_F} \right] \quad (4)$$

Avec la valeur de  $B$  trouvée ci-dessus et pour  $a_0 = 2 \text{ mm}$  et  $a_F = 25 \text{ mm}$ , on obtient :

$$[N]_{a_0}^{a_F} = \frac{1}{B} \left[ \frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_F} \right] = \frac{1}{6,936 \times 10^{-2}} \left[ \frac{1}{2 \times 10^{-3}} - \frac{1}{25 \times 10^{-3}} \right] = 6\,632 \text{ cycles}$$

$$N = \mathbf{6\,632 \text{ cycles}}$$

**h) Nombre de jours pour que la longueur de fissure passe de 2 mm à 25 mm**

Connaissant la fréquence  $f$  de sollicitation, le temps  $t$  de sollicitation (en secondes) est égal à  $N/f$ .

On obtient ainsi :  $t = N/f = 6632/(2 \times 10^{-3}) = 3,316 \times 10^6 \text{ s} = 38,38 \text{ jours} \approx 38 \text{ jours}$

$$n = \mathbf{38 \text{ jours}}$$



