Win Funktion 3.2, (c) 1993/94 - Steffen Polster

"Merkwürdigist es immer, daßalle diejenigen, die diese Wissenschaft ernstlich studieren, eine Art Leidenschaft dafürfassen."
Gauß1808 an Bolyai

Das Programm 'WinFunktion 3.2' untersucht mathematische Funktionen und Kurven und stellt diese graphisch dar.

Aufgabe dieses Programms soll es sein, Lehrern, Schülern,Studenten und allen anderen mathematisch Interessierten Unterstützungbei der Behandlung von Funktionen und mathematischen Standardaufgaben der Gebiete Analysis, Algebra, Stochastik und Geometrie zu geben.

Beachten Sie:
Diese Hilfedatei gibt Ihnen erste Unterstützung.Insbesondere wurde in dieser Hilfedatei auf Beispiele und längereErklärungen mathematischer Inhalte verzichtet. Fürweitergehende Informationen lesen Sie bitte in den Handbuchdateien. Diese erhalten Sie als registrierter Nutzer zugesandt. Danke !

Programmerweiterungen und -änderungengegenüberVersion 3.1

Neue Unterprogramme

1. Faktorisierung großerbis zu 30stelliger Zahlen ist mit dem Pollard-p- und Brent-Pollard-Verfahren möglich.Ein Primzahltest mittels "Kleinem Satz" von Fermat bzw. Miller-Rabin-Test könnenSie durchführen.
2. Das Unterprogramm "Determinanten" ermöglichtder Berechnung von 12reihigen Determinanten mit komplexen Koeffizienten.

Erweiterte Unterprogramme

1. Die Formelsammlung wurde umfangreich erweitert.
2. Die 2.Ableitung, f(-x), -f(x), -f(-x) könnenbei "Funktionsdefinition", die 3.Ableitung bei "Funktionsdiskussion" und 3.Ableitung sowie Stammfunktion im Unterprogramm "Bibliothek" numerisch ermittelt werden.
3. Der Funktionsinterpreter enthältsechs neue spezielle Funktionen: die Gamma-Funktion, die GaußscheNormalverteilung, Integralsinus und -kosinus, das 1.vollständigeelliptische Integral und eine Zufallsfunktion.
4. Die Einstellung der Bildgrößedes Druckes einer graphischen Darstellung erfolgt jetzt in Zentimetern.
5. In der graphischen Darstellung kann das Bild in ein 2-Color-Bitmap umgewandelt werden. Aus der Zwischenablage könnenBitmaps eingefügtwerden.

Beseitigte Fehler

Glücklicherweisetraten keine neuen auf.

Funktionseingabe

In der Dialogbox 'Funktionseingabe' besteht die Möglichkeit, vier Funktionen sowie vier Parameter für eine anschließende graphische Darstellung zu definieren

Dabei nimmt die Funktion 1 eine besondere Rolle ein. Für diese kann eine Funktionsschar, die 1.Ableitung, eine Stammfunktion, die Umkehrkurve, die Evolute sowie die Taylorentwicklung gezeichnet werden. In der Definition können die im Punkt 'Implementierte Funktionen' genannten Möglichkeiten genutzt werden. Innerhalb der aufklappbaren Box "zuletzt bearbeitete Funktionen" sind die jeweils 25 letzten, untersuchten Funktionen verfügbar. Parameterhaltige Funktionen können animiert werden. (siehe 'Grafische Darstellung')

Funktion 1

Die unter 'Funktion 1' definierte Funktion ist Grundlage für alle weiteren Untersuchungen.
Für diese Funktion kann eine Funktionsschar , die 1.und 2.Ableitung, eine Stammfunktion, die Taylorentwicklung , die Evolute sowie die Umkehrkurve gezeichnet werden.
Beispiele: Y=SIN(X); Y=X^2 oder Y=LN(COS(X))+1
Verstößt Ihre Eingabe gegen die vorgesehenen Regeln, erhalten Sie die Fehlermeldung

Funktionsdefinition fehlerhaft !

Häufige Fehlerursachen sind
1. Multiplikationszeichen wurden weggelassen
2. Nicht alle geöffneten Klammern wurden wieder geschlossen
3. Standardfunktion wurden falsch bezeichnet

Exponential- und Sinusfunktion sowie deren multiplikative Verknüpfung

Innerhalb der Funktionsgleichung ist die Verwendung der zwei Parameter P und Q möglich.
Beispiele: Y=SIN(Q*X); Y=P*X+Q
Wählt man das Markierungsfeld Funktionsschar , so wird Funktion 1 für einen veränderlichen Parameter P gezeichnet. Dieser beginnt bei dem eingegebenen Wert von P und wird in Schritten von S bis einschließlich der oberen Grenze R erhöht.
Parameterhaltige Funktionen können Sie innerhalb der graphischen Darstellung animieren bzw. schrittweise für veränderliche P und Q darstellen .

Funktion 2...4

Für die Funktionen 2...4 gelten analog die bei der Festlegung der Funktion 1 gemachten Bemerkungen.
Als Besonderheit können diese Funktionen aus vorher definierten Funktionen zusammengesetzt werden.
Beispiele: Y=F1(X)+F2(X) oder Y=F3(X)*(F2(F1(X))
Zu beachten ist, daß Funktionen nicht rekursiv definiert werden können.
In der graphischen Darstellung werden diese Funktionen nur gezeichnet, wenn das jeweilige Markierungsfeld neben der Funktionsgleichung angewählt wurde.

Parameter p,q,r,s

Diese Parameter werden bei der Auswertung der Funktionen 1 bis 4 verwandt. Diese können in der Definition der entsprechenden Funktionsgleichungen eingesetzt werden.
Als Werte sind beliebige reelle Zahlen einsetzbar.
Darüberhinaus bilden während der Animation von parameterhaltigen Funktionen die Parameter P und Q die Grundlage der Berechnungen.
Die Parameter R und S sind für die Darstellung einer Funktionsschar von Bedeutung. Der Wert von S gibt an, in welchen Schritten der in Funktion 1 verwendete Parameter P erhöht wird. D.h. für S können nur positive Werte eingegeben werden.
R stellt die obere Grenze dar, bis zu der P erhöht wird, d.h. R muß stets größer als der Parameter P sein.

Funktionsschar

Zur Untersuchung des Verhaltens von Funktionen bei unterschiedlichen Parametern eignet sich der Punkt 'Funktionsschar'.
Die Funktionsgleichung der Funktion 1 muß einen Parameter P enthalten.
Nach Aufruf der Graphischen Darstellung zeichnet das Programm die genannte Funktion für jeden Parameterwert P + k*S, k natürliche Zahl, bis zum Erreichen des Wertes R.

Ableitungen, Stammfunktion, Evolute, Umkehrkurve

Wird das Feld 1.Ableitung bzw. 2.Ableitung markiert, so werden in der graphischen Darstellung nach dem Zeichnen der Funktion 1 numerisch der Verlauf der Ableitungen dieser Funktion ermittelt.

Quadratische Funktion y = x^2 mit 1.Ableitung y = 2*x und der Stammfunktion y = x^3/3

Da es sich um eine Näherungslösung handelt, wird auch für in Wirklichkeit nicht differenzierbare Funktionen ein Kurvenverlauf der Differentialquotienten dargestellt.
Bei Markierung der Felder Stammfunktion bzw. Umkehrkurve zeichnet WinFunktion die zu Funktion 1 gehörigen Kurven. Der Integrationsparameter wird prinizipiell so gewählt, daß die Stammfunktion durch den Koordinatenursprung verläuft.
Die Schaltfelder "f(-x)", "-f(x)" und "-f(-x)" ermöglichen Ihnen die Darstellung der gespiegelten Funktion 1. Entsprechend der Definition ergibt

f(-x) ... Spiegelung an der y-Achse -f(x) ... Spiegelung an der x-Achse
-f(-x) ... Spiegelung am Koordinatenursprung

Die Evolute einer Funktion ist eine Kurve, welche aus den Krümmungsmittelpunkten der Krümmungskreise der Funktion besteht. Das Programm ermittelt intern deren Parametergleichungen und stellt diese optional dar. Sind diese Gleichungen zu komplex, erhalten Sie eine entsprechende Fehlermeldung.
Beachten Sie: Die Evolute ist eine Kurve; nicht notwendig eine Funktion. Zur Darstellung wird daher das für Kurven definierte Intervall des Parameters K genutzt.
Haben Sie zusätzlich zum Feld "Evolute" auch das Feld "Ableitung" gewählt, wird auch die Evolute numerisch differenziert.

Taylor-Entwicklung

Mitunter ist es notwendig, Funktionen durch ganzrationale Funktionen zu nähern.
Die Taylorsche Funktionsentwicklung ermöglicht eine schrittweise Näherung.
Für die Funktion f(x) und die reelle Entwicklungsstelle x0 (Voreinstellung ist x0=0) werden die ersten Taylor-Näherungen gebildet.
Alle gefundenen Näherungen werden in die aufklappbare Box eingetragen. WinFunktion stellt die Auswahl automatisch auf die höchste berechnete Näherung. Gelingt es 'WinFunktion' nicht, ein Näherungspolynom zu finden, wird t(x)=0 angezeigt.

Anmerkung: MöchtenSie parallel zu Ihrer Funktion 1 mehrere Taylor-Entwicklungen darstellen, so könnenSie die Zwischenablage von Windows nutzen. Markieren Sie dazu eine beliebige Funktion in der Listbox der Taylor-Entwicklungen (festgehaltene [Umsch]-Taste und Mausklick auf Textanfang und -ende), kopieren Sie diesen Text mit [STRG]+[EINFG] in die Zwischenablage, und fügenSie diesen wieder mit [Umsch]+[EINFG] in eine der Zeilen von Funktion 2 bis 4 ein.

Menü

Wertetabelle	Berechnung und Anzeige einer Wertetabelle
Diskussion	Analytische Funktionsdiskussion
Bibliothek	Aufruf der Funktionsbibliothek
Konstanten	Konstantendefinition
Hilfe	Anzeige des Hilfetextes zur Funktionseingabe

Schalter

Grafik	Schalter zur Anzeige der Graphischen Darstellung
Taylor	Berechnung der Taylor-Näherungen

Das Hauptmenüerreicht man überden Menüpunkt... zurück.

Bildschirmschoner

WinFunktion enthälteinen eigenen Bildschirmschoner.
Haben Sie unter "Optionen" das Feld "Schoner autom." gewählt,schaltet WinFunktion entsprechend der Schaltzeit den Bildschirm dunkel, wenn bis dahin keine Tastatur- oder Mausbetätigung(Taste/Bewegung) erfolgte. Im Bildschirmschoner-Programm bewegen sich drei Körperrotierend überden Bildschirm bzw. erscheint ein IFS-Fraktal. Zusätzlicherscheint ein Werbetext.
Tastendruck oder Betätigeneiner Maustaste bringen den Original-Bildschirm wieder zur Ansicht.

Zum Einschalten des Schoners müssenSie nicht die eingestellte Zeit warten. Taste [F12] im Haupfenster aktiviert das Programm sofort. Andernseits unterbinden Sie das Einschalten des Schoners, wenn der Mauspfeil sich in der linken oberen Bildschirmecke befindet. Damit könnenSie auch längereZeit den Bildschirm betrachten. Desaktivieren Sie das Feld "Schoner autom." könnenSie überdie Taste [F12] den Schoner weiterhin zuschalten.

Beachten Sie: Währendder Darstellung einer Funktion, Kurve, ... bzw. einer Animation wird das Zuschalten des Schoners unterbunden. Haben Sie WinFunktion im Hintergrund laufen und arbeiten mit einem anderen Programm bleibt die Tastatur- und Mauskontrolle aktiv, d.h. auch währenddes anderen Programms schaltet sich der Schoner entsprechend den Einstellungen ein.

Analytische Funktionsdiskussion

Bei Übernahme der in der Funktionseingabe als 1.Funktion eingegebenen Funktion oder einer Neueingabe und einer Quittierung des Startschalters wird eine analytische Funktionsdiskussion durchgeführt.

Mittels einer Routine wird die Funktionsgleichung zweimal differenziert.

beachten:
- Zu komplexe Terme (Stringlänge> 100 Zeichen) bzw. nicht differenzierbare Funktionen werden als solche ausgewiesen.
- Die Funktionsgleichungen der Ableitungen werden zusammengefaßt.Dennoch kann es zu Konstruktionen wie Y=SIN(X)+(0*X) bzw. sehr vielen Klammern kommen. Dies hat keinen Einfluß auf die weitere Arbeit.

Beachten Sie: Das analytische Differenzieren von Funktionen gehört zu den anspruchsvollsten Teilen von WinFunktion. Dies wurde zwar ebenso mit Sorgfalt programmiert; dennoch sollte der Nutzer die Ergebnisse; insbesondere bei 'exotischen' Funktionen; einer kritischen Kontrolle unterziehen.

Das Ableiten der Funktionen können Sie direkt beeinflussen. Wünschen Sie keine automatische Differentiation durch WinFunktion, so entfernen Sie die Markierungen bei '1. bzw. 2.Ableitung'. Daraufhin werden diese Ableitungen nicht neu berechnet, sondern aus den Eingabefeldern entnommen, d.h. die von Ihnen eingegebenen Gleichungen beider Ableitungen zur weiteren Berechnung herangezogen. Selbstverständlich können Sie aber auch durch WinFunktion ermittelte Ableitungsgleichungen manuell zusammenfassen. Beachten Sie aber, daß bei eingeschalteten Markierungsfeldern ein Aufruf der Diskussion bzw. graphischen Darstellung die Ableitungen automatisch neu bestimmt, d.h. Ihr mühevolles 'Zusammenfassen' wieder unwirksam wird.

Überschreitet die Stringlänge der Ableitungen 100 Zeichen bricht WinFunktion die Differentiation ab und meldet
Ableitung zu komplex.

Insbesondere bei der 2.Ableitung ist dies mitunter zu verzeichnen. In einigen Fällen sollten Sie wie folgt vorgehen:

1. Bestimmen Sie automatisch 1. und 2.Ableitung.
2. Schalten Sie die Automatik-Markierung bei der 1.Ableitung aus und fassen Sie die Gleichung manuell zusammen.
3. Rufen Sie erneut die Ableitung auf, worauf die 1.Ableitung nicht neu berechnet wird, jedoch die 2. Häufig erhalten Sie nun ein Ergebnis. Selbstverständlich können Sie auch die Gleichung der 2.Ableitung vor einem Abspeichern in der Funktionsbibliothek selbst zusammenfassen.

Diskutieren Sie gebrochenrationale Funktionen (bei denen sehr oft die 2.Ableitung sehr umfangreich wird), so nutzen Sie das Unterprogramm 'Gebrochenrationale Funktionen'.

Signifikante Punkte

Anschließend erfolgt eine Suche nach Null- und Polstellen sowie Extrem- und Wendepunkten der Funktion.
Als Suchintervall werden die eingegebenen Werte von ... bis ... genutzt. Voreinstellung ist ein Intervall
-5 <= x <= 5 .

Darüberhinaus werden Eigenschaften der Funktion wie periodisch, gerade bzw. ungerade ermittelt. Ist die Grenzwertbestimmung möglich, werden die entsprechenden Werte für Grenzübergänge gegen plus und minus Unendlich angezeigt.
Werden zwei Nullstellen gefunden, zwischen denen sich keine Unstetigkeitsstelle bzw, eine Nullstelle, welche gleichzeitig lokales Extrema ist, befindet, berechnet WinFunktion die Fläche zwischen der Funktion und der x-Achse von der ersten zur zweiten Nullstelle iterativ.

Der Fortschritt der Berechnung kann neben dem Startschalter als Prozentwert abgelesen werden. Während der Suche nach besonderen Punkten kann zur graphischen Darstellung geschaltet werden.

Krümmung einer Funktion
Haben Sie eine Funktionsdiskussion durchgeführt und wurden die 1. und 2.Ableitung erfolgreich ermittelt, können Sie in den Boxen Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte weitere Informationen erhalten. Klicken Sie dazu einen der Einträge an, erscheint ein Rahmen mit Informationen zu
- Argument, Funktionswert und Anstieg am gewählten Punkt
- der Gleichung der Tangente in diesem Punkt
- dem Krümmungsmaß und der Krümmungsart
- den Koordinaten des Mittelpunktes des Krümmungskreises

Beachten Sie, daß interne Rundungen zu Abweichungen in der 3. und 4. Dezimalstelle führen können.Durch erneutes Anklicken verschwindet der Rahmen wieder.

Haben Sie eine Funktionsdatei 1 geöffnet,so trägt WinFunktion die in der Diskussion ermittelten Ableitungen und signifikanten Punkte in diese ein. Diese Datei können Sie speichern bzw. drucken.

Wollen Sie Ihre Ergebnisse sofort auf einen Drucker ausgeben, wählen Sie den Menüpunkt Drucken. Das Programm druckt für Ihre Funktion:
Funktionsgleichung, 1.Ableitung und 2.Ableitung, Eigenschaften, Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte.

Zur Bestimmung der signifikanten Punkte wird das Untersuchungsintervall in eine Vielzahl von Teilintervallen geteilt. Voreingestellt sind 500, was in den meisten Fällen genügt.Wünscht man eine genauere Auswertung, kann am entsprechenden Rollbalken die Anzahl der Intervalle von 50 bis 2500 verändert werden.
Beachten Sie: Eine höhere Zahl von Teilbereichen erhöht die Genauigkeit der Rechnung, verlängert aber die benötigte Zeit quadratisch (!).

Rufen Sie den Menüpunkt Bibliothek, können Sie die eben untersuchte Funktion sowie deren ermittelte Ableitungen in der Funktionsbibliothek dauerhaft speichern.

Menü

Wertetabelle Berechnung und Anzeige einer Wertetabelle
Bibliothek Aufruf der Funktionsbibliothek
Drucken Druck der Diskussionsergebnisse
Hilfe Anzeige des Hilfetextes 'Funktionsdiskussion'

Schalter

Start Start der Differentiation und Funktionsdiskussion.
Grafik Anzeige der Graphischen Darstellung

Zu beachten ist, daßdie 1. und 2.Ableitung nur gezeichnet werden, wenn die Markierungsfelder fürdie Bilder der Funktionen (neben den Funktionsgleichungen) gewähltwurden. WählenSie das Feld "3.Ableitung" ermittelt WinFunktion numerisch die 3.Ableitung. Voraussetzung ist, daßIhre eingegebene Funktion mindestens einmal differenziert wurde.

Integration/Flächenberechnung

Fürdie 1.Funktion f(x) wird die Flächeunter der Funktion im eingestellten Intervall berechnet.
Standardintervall ist -5 <= x <= 5.
Als Intervallgrenzen könnenneben reellen Zahlen auch Ausdrückeder Form

PI, -2*PI, SIN(1) oder 1/3

genutzt werden.

Ermittelt werden 2 Flächen.Zum einen die absolute Flächeunter der Funktion, zum anderen der Betrag aller Flächenstückegleichgültig ob diese negatives Vorzeichen (sie befinden sich unterhalb der x-Achse) oder positive Orientierung (oberhalb der Abszissenachse) haben.

Zusätzlichwird das Volumen zweier Rotationskörper(als Vielfache von PI) angezeigt, bei welchem die absolute Flächeunter der Funktion um die Koordinatenachsen rotiert.
Zu beachten ist, daßfürdie Berechnung des Volumens des Rotationskörpersum die y-Achse nicht die Flächeunter der Funktion in Richtung Ordinatenachse gemessen wird, sondern die farbig hervorgehobene.
Im Beispiel ermittelt 'WinFunktion' fürdie Flächeunter der Funktion Y=SIN(2*X) als absolute Fläche4,899 Flächeneinheiten,fürdie orientierte Fläche3,061 FE, da der größereTeil der markierten Flächeoberhalb der Abszissenachse liegt.
Ein Rotationskörperum die x-Achse hätteein Volumen von

Stützstellen	2500	10000	20000	
ber. Wert	7,371	7.370	7.370	Raumeinheiten * PI;

... um die y-Achse 13.652 RE. (2500 Stützstellen) Bogenlängefürf(x) 6.92 Längeneinheiten.

Sehr oft ist es notwendig, Flächenzwischen zwei Funktionen zu berechnen. Dazu ist es möglich,unter g(x) eine zweite Funktion zu definieren.
Das Beispiel demonstriert die Flächenstückezwischen den Funktionen Y=X*SIN(X) und Y=G(X)=X.
Die Flächeninhalte werden dann für f(x)-g(x) in dem jeweiligen Intervall ermittelt, absolut bzw. orientiert.
Die gefundenen Werte sind 5,130 FE absolute Fläche, 2,353 FE orientierte Fläche, 4,971*PI RE Volumen des Rotationskörpersum die x-Achse; 16.718*PI um die y-Achse. (10000 Stützstellen)

Zur numerischen Berechnung der Flächewerden im Integrationsintervall Stützstellenausgewertet. Voreingestellt sind 2500. Mit Hilfe des Rollbalkens kann dieser Wert von 500 bis 20000 verändertwerden.
Mehr Stützstellenbedeutet höhereGenauigkeit des ermittelten Flächeninhaltes,allerdings auch längereRechenzeit. Abbrechen können Sie die laufende Flächenberechnungdurch Betätigungeiner beliebigen Taste.

Zu beachten ist, daßdie Funktion g(x) nur gezeichnet wird, wenn das Markierungsfeld fürdas Bild der Funktion (neben der Funktionsgleichung) gewähltwurde. Nur in diesem Fall wird die zu berechnende Flächeeingefärbt.Die zum Färbengenutzt Farbe könnenSue unter "Farbeinstellung" selbständigwählen.
Markieren Sie das Feld "Wert anzeigen" erscheint in der graphischen Darstellung der zuvor berechnete Flächeninhalt.
Das Hauptmenüerreicht man überden Menüpunkt... zurück.

Weiterhin werden die Bogenlängender Funktionen f(x) und g(x) fürdas eingestellte Intervall sowie die Trägheitsmomente(statische Momente) der Flächebzgl. beider Koordinatenachsen berechnet. Als Flächendichtewird 1 gesetzt.
Wird fürg(x) keine Funktion gewählt,ermittelt WinFunktion die Mantelflächedes Rotationskörpersum die x-Achse. Tritt im Berechnungsintervall kein Vorzeichenwechsel zwischen den Funktionen f(x) und g(x) auf, erhalten Sie zusätzlichdie Koordinaten des Schwerpunktes der eingeschlossenen Fläche.


e: Zur Berechnung der Bogenlängebestimmt 'WinFunktion' die jeweils 1.Ableitungen der Funktionen. Sind diese im Integrationsintervall (auch die Grenzen !) nicht voll differenzierbar, kann der ermittelte Wert der Bogenlängevom tatsächlichen erheblich abweichen.
Ist die Funktion f(x) insbesondere an den Intervallgrenzen nicht definiert, könnendie Ergebnisse ungenau sein.

Rotationskörper

WählenSie den Schalter [Körper], wird entsprechend den Einstellungen der Rotationskörperum die x-Achse räumlichdargestellt. Je nach Wahl der Funktionen f(x) und g(x) wird der innere sowie äußereKörpergezeichnet.

Überden Menüpunkt"Farben" wählenSie die Darstellungsfarbe des Körpers.Innerhalb der Dialogbox Sicht bestehen die Möglichkeiten zur Einstellung der Darstellung.
Schalter maßstäblichgarantiert gleichen Maßstabsowohl in Abszissen- als auch in Ordinatenrichtung. Ist dies Option ausgeschaltet, wird der Körpersowohl in x- als auch in y-/z- Richtung gedehnt oder gestaucht und somit in die Fenstergrößeeingepaßt.
Mittel Rollbalken Sichtfaktor könnenSie die Blickrichtung wählen.Positive Werte bedeuten eine Blickrichtung von rechts, negative von links.
Bei gewählterSeitenfläche wird die seitliche Begrenzung gezeichnet.
Die Festlegung des Zeichenwinkels bestimmt, aller welchem Winkel Hilfslinien gezeichnet werden. WünschenSie das Eintragen der Koordinatenachsen , so wählenSie den enstprechenden Punkt.

Als Hintergrundfarbe wird die unter "Optionen" fürdas Grafikfenster eingestellte (grau, weißoder schwarz) genutzt. Den gezeichneten KörperkönnenSie überBearbeiten... Speichern" als Bitmap abspeichern bzw. überBearbeiten... zur Zwischenablage" in das Clipboard kopieren. ÜberDrucken erhalten Sie die Druckausgabe. Zuvor könnenSie überDruckgrößedie Größedes Ausdrucks festlegen.

Wertetabelle

Fürdie in der Funktionseingabe als 1.Funktion festgelegte Funktion wird entsprechend den Intervallgrenzen eine Wertetabelle ermittelt. Diese Tabelle enthältdie Abszisse und den Funktionswert. Erfolgte der Aufruf aus der analytischen Funktionsdiskussion und wurden dort 1. sowie 2.Ableitung der Funktion bestimmt, kommen auch diese Werte zu Anzeige.

Als Schrittweite wird der fürdie Funktionsschar eingegebene Wert s genutzt. Wurde kein Parameter s festgesetzt, so beträgtdieser standardmäßig0.5

Zur Berechnung einer weiteren Tabelle, könnenneuer Anfangs- und Endwert sowie die Schrittweite in den gekennzeichneten Feldern eingegeben werden.
Drucken könnenSie die Wertetabelle überden entsprechenden Menüpunkt.
WünschenSie eine umfangreichere Tabelle der Funktionswerte wählenSie den Menüpunkt'Wertetabelle' im Hauptfenster.

Schalter	
Tabelle	Übernahmeder neuen Werte und Neuberechnung.

Die aufrufende Dialogbox erreicht man wieder überden Menüpunkt... zurück.

Wertetabelle einer Funktion

WünschenSie eine umfangreichere Tabelle der Funktionswerte einer Funktion, so könnenSie in diesem Unterprogramme eine derartige Tabelle berechnen, speichern bzw. ausdrucken.
Nach Eingabe der 'Funktion' und der Festlegung von Anfangs- und Endwert ermittelt WinFunktion in der Listbox die entsprechenden Funktionswerte mit einer Schrittweite von 0.1, 0.01 bzw. 0.001. Mittels vertikalem und horizontalem Rollbalken könnenalle Werte sichtbar gemacht werden.

Beachten Sie: Existiert fürdie Funktion fürein bestimmtes Argument kein Funktionswert (unstetig oder nicht definiert) oder tritt ein numerischer Überlaufauf (abhängigvon der Funktion, etwa ab 10000) auf, erscheint in der Tabelle nicht definiert . Stückweiselineare Funktionen, z.B. INT(X), könnennicht genutzt werden.

Die berechnete Tabelle könnenSie mittels Datei...speichern in einer Textdatei ablegen. Überden MenüpunktDatei drucken erreichen Sie eine Ausgabe der Tabelle auf Ihren Drucker. (Zeilenbreite beachten !)

Graphische Darstellung

Bei Aufruf der 'Graphischen Darstellung ' wird ein Koordinatensystem (optional) mit einem Bild einer Funktion, Kurve, eines fraktalen Gebildes oder eines Körpersdargestellt.

Aufruf aus Funktionseingabe
Aufruf aus analytischer Funktionsdiskussion
Aufruf aus Integration/Flächenberechnung
Aufruf aus Kurvendefinition/Kegelschnitt
Aufruf aus Funktionen der Form F(X,Y)/Flächen2.Ordnung
Aufruf aus Fraktalen Kurven
Aufruf aus Interpolation / Zahlenfolgen
Aufruf aus Regression/Korrelation
Aufruf aus stochastischen Verteilungen
Aufruf aus Dreieck / Vieleck / Polyeder

Zwischenablage/Speichern
Funktions- und Kurvenanimation
Veränderungder Parameter P und Q
Verlauf der Funktion bzw. Kurve
Darstellungsintervall fürKurven
Drucken der graphischen Darstellung
Einstellung des Koordinatensystems
Allgemeine Bemerkungen
Menüfunktionen

Aufruf aus Funktionseingabe

Je nach den getroffenen Festlegungen in der 'Funktionseingabe' werden die definierten Funktionen graphisch dargestellt. Zur Unterscheidung erfolgt dies optional mit jeweils anderen Farben.
Wurde das Markierungsfeld für'Funktionsschar' aktiviert, zeichnet das Programm die 1.Funktion mit einem um die Schrittweite s bis zur oberen Grenze r laufenden Parameter p.

Bei Kennzeichnung von '1. Ableitung' bzw. 'Stammfunktion' werden die 1.Ableitung bzw. eine Stammfunktion der Funktion 1 numerisch ermittelt.
Da dies numerisch, ohne Prüfungder tatsächlichenDifferenzier- bzw. Integrierbarkeit der Funktion, erfolgt, ist es möglich,auch fürz.B. stückweiselineare Funktionen diese Zusatzfunktionen näherungsweisezu ermitteln.
Bei der Berechnung der Stammfunktion wird diejenige Funktion gezeichnet, deren Funktionswert an der Abszisse 0 ebenfalls 0 ist, d. h. die Stammfunktion verläuftprinzipiell durch den Koordinatenursprung.

Polstellen werden im Allgemeinen korrekt dargestellt. Nur bei extremen Funktionsgraphen und Darstellungsintervallen kanne es zu nicht zur Funktion gehörendensenkrechten Linien kommen. Dies ist durch die Wahl von "Optionen...Punktmodus" verhinderbar.
Bei Markierung des Feldes Umkehrkurve wird der Verlauf der Umkehrkurve gezeichnet; unabhängigdavon, ob es sich um eine Funktion handelt oder nicht.
Auswahl von "Evolute" ermittelt fürFunktion 1 den Verlauf dieser Kurve. Haben Sie gleichzeitig das Feld "Ableitung" markiert, wird auch die Evolute numerisch differenziert.

Enthältdie Funktion 1 einen Parameter P, so könnenSie eine Animation starten, bei welcher die Graphen von Funktionen mit sich veränderndenParameter P gezeichnet werden.
Enthältdie Funktionsgleichung die Parameter P oder Q, könnenSie überden MenüpunktParameter schrittweise die Werte von P und Q verändern.

Aufruf aus Analytischer Funktionsdiskussion

Entsprechend der Festlegung der untersuchten mathematischen Funktion und der Markierung der Bildoption fürdie 1. und 2. Ableitung konstruiert das Programm diese Funktionen.
War es nicht möglich,die 2.Ableitung analytisch zu ermitteln (nicht differenzierbar oder zu komplex), so wird diese numerisch ermittelt. Ist die Funktion 1 f(x) überhauptnicht differenzierbar, wird ausschließlichderen Graph gezeichnet.
Y=X*SIN(X) und 1.Ableitung, Tangentengleichung in 2 Punkten

Beispiel

Darstellungsintervall fürKurven

Fürdie Darstellung von Kurven, Kegelschnitten, Evolute ... ist fürden laufenden Parameter K ein Intervall festzulegen. Dieses kann z. B. im Unterprogramm Mathematische Kurven eingestellt werden.
Zusätzlichbesteht die Möglichkeit,ohne Rückkehrin die Dialogbox "Kurven", durch Aufruf dieses Menüpunktesdas Intervall neu einzustellen. Geben Sie den Anfangs- und Endwert sowie die Schrittweite der Darstellung ein. Nach [OK] kehrt WinFunktion in das Fenster der graphischen Darstellung zurückund zeichnet die Kurve neu.

Drucken der graphischen Darstellung

Ab Version 3.1 ist die Druckausgabe der graphischen Darstellung optimiert. Über den Menüpunkt "Druckereinrichtung" können Sie den als Standarddrucker definierten Drucker konfigurieren. Über "Druckgröße einstellen" können Sie die Größe des Ausdrucks einstellen. Dabei ist zu beachten, daß die Druckerauflösung viel höher als die Bildschirmauflösung ist, d.h. bei Wahl von "gleich groß" erhalten Sie (je nach Drucker) eine sehr kleine Druckausgabe. Erfahrungsgemäß empfiehlt sich die Nutzung der voreingestellten 3fachen Größe bei einer graphischen Darstellung von 640 x 480 Pixeln.
Über die Werte für "Rand links" und "Rand oben" können Sie die Position ihres Druckes auf dem Blatt festlegen.

Wählen Sie den Menüpunkt "Drucken" übermittelt WinFunktion die aktuelle Anzeige des Grafikfensters sofort an den Drucker. Ein Abbruch ist nicht möglich. Die erfolgreiche Übermittlung wird mit der Meldung

Graphische Darstellung übermittelt

beendet.
Anmerkung: Diese Einstellung der Druckgröße ist auch bei dem Drucken eines Rotationskörpers und eines Fraktals des L-Systems möglich. (siehe dort)
Die bei vorangegangenen Versionen von WinFunktion oft auftretende Verzögerung der Druckausgabe (die Darstellung wurde intern neu gezeichnet !), tritt nun nicht mehr auf.

Einstellung des Koordinatensystems

Nach dem Start von 'WinFunktion' ist das Koordinatensystem auf ein Abszissen-Intervall von -5 <= x <= 5, das y-Intervall im gleichen Maßstab eingestellt.

In diesem Unterprogramm kann vor dem ersten Aufruf der Graphischen Darstellung die Größe durch Benutzung zweier Rollbalken auf den individuellen Geschmack eingestellt werden.
Wählen Sie Änderungen speichern , so wird bei Programmende der eingestellte Maßstab sowohl für die x- als auch für die y-Achse in der Initialisierungsdatei gesichert.


e: Ist dieses Markierungsfeld gewählt, wird die bei Programmende aktuelle Einstellung des Grafikfensters gespeichert.

Vier voreingestellte Größen des Grafikfensters von 320 x 240, 480 x 360, 640 x 480 bzw. 800 x 600 Pixeln können Sie wählen. Dabei ist zu beachten, daß Titel- und Menüfeld des Darstellungsfensters in dieser Größe mit enthalten sind.

WinFunktion ermittelt automatisch die dargestellten und beschrifteten Einheiten auf beiden Koordinatenachsen. Im Punkt "Einteilung der x- bzw. y-Achse" können Sie dies ausschalten. In diesem Fall verwendet das Programm die von Ihnen eingegebenen Einheiten. Gegenwärtig können Sie ausschließlich natürliche Zahlen als Einheiten festlegen.

Beachten Sie: Verändern Sie den Abbildungsmaßstab der Darstellung werden die von Ihnen gewählten Einheiten nicht verändert. Im Extremfall kann es dazu führen, daß z.B. bei einem Darstellungsintervall von -100 < x < 100 und einer x-Einheit von 1 200 Werte auf der Abszisse angegeben werden (im Linienraster 200 senkrechte Linien gezeichnet werden.). Im automatischen Modus wird dies verhindert.
Das Punktraster wird nur dargestellt, wenn zwischen benachbarten Punkten sowohl in x- als auch in y-Richtung mindestens 10 Pixel Abstand bestehen.

Weitere Einstellungen sind im Menüpunkt Optionen zu verändern.

Aufruf aus Integration/Flächenberechnung

Abhängigvon den in der Integration/Flächenberechnung definierten Funktionen f(x) und g(x) werden diese gezeichnet. Zusätzlicherscheinen zwei Geraden der Form X=Konstante fürdie untere und obere Grenze des Integrationsintervalls. Anschließend wird die zu berechnende Flächeeingefärbt.

Beispiel
Flächezwischen den Funktionen Y=X*SIN(X) und Y=X

Bei ausgeschalteter Markierung zum Zeichnen der Funktion g(x), wird die Flächenicht hervorgehoben.
Den bei der Rotation um die x-Achse entstehenden KörperkönnenSie im Unterprogramm "Integration" durch die Wahl des Schalters [Körper] darstellen.

Veränderungder Parameter P und Q

Zur Demonstration der Abhängigkeitdes Funktions- und Kurvenverlaufs von einem Parameter P oder Q könnenSie Kurvenscharen zeichnen bzw. eine Animation nutzen.
Zusätzlichbietet WinFunktion die Möglichkeit,schrittweise die Größenvon P und Q zu ändernund sofort den verändertenGraph darzustellen.

Rufen Sie dazu den Menüpunkt"Parameter" auf. In der linken oberen Ecke des Grafikfensters erscheint eine Dialogbox, in welcher Sie die Parameter ändernkönnen.

WählenSie den Parameter P oder Q. Durch Betätigendes Schalters [<-] verringern Sie diesen; entsprechend der in den "Optionen" eingestellten "Animationsschrittweite"; bei gleichzeitigem Neuzeichnen der Grafik. Schalter [-->] erhöhtden Parameter.
Schalten Sie das Feld "Grau" ein, werden die zusätzlichenGraphen von Funktionen oder Kurven nicht in der gleichen Farbe sondern grau gezeichnet.
Mit dem Schalter [RESET] stellen Sie den ursprünglichenZustand wieder her. [Ende] schließtdiese Dialogbox und übergibtdie Programmsteuerung wieder an das Grafikfenster.

Zur Erhöhungder Darstellungsgeschwindigkeit werden die Graphen mit der eingestellten "Animationsauflösung"gezeichnet; welche evtl. von Ihnen grober als die "Grafikauflösung"eingestellt wurde. Zu beachten ist, daß;insbesondere bei mathematischen Kurven; die Animationsgeschwindigkeit nicht erreicht werden kann, da hier die "normale" Darstellungsmethode genutzt wird, die filmartige Animation mit speziellen Routinen arbeitet.

Verlauf der Funktion oder Kurve

Zur Demonstration der Verlaufes einer Funktions oder Kurve können Sie diesen Menüpunkt nutzen.
Nach Aufruf wird für X=0, K=0 oder W=0 (Polarkoordinaten) der Punkt des Graphen ermittelt und mit einem farbigen Kreis markiert.
In der Dialogbox werden die aktuellen Werte angezeigt.

Mittels der Schalter können Sie nun die Koordinaten schrittweise ändern und dabei den Verlauf Ihrer Funktion oder Kurve verfolgen.

Schalter	Wirkung
[->], [<-]	Erhöhung oder Verringerung der Koordinate
[->>], [<<-]	ständige Änderung (Animation)
[Stop]	Abbruch der Animation
[Ende]	Schließen der Dialogbox

Die Erhöhung bzw. Verminderung der Größen (X ... bei Funktionen, K ... bei Kurven in Parameterform, W ... bei Kurven in Polarkoordinaten) erfolgt je Schritt um den in "Optionen" festgelegten Wert für Animationsschrittweite .

Aufruf aus Kurvendefinition

Entsprechend der Festlegung einer mathematischen Kurve in Parameterform konstruiert das Programm dieses Gebilde.

Epizykloide

Beispiel

Bei einer Polarkoordinatendefinition bildet die positive Abszissenachse die Bezugslinie fürden Winkel.
Eine räumlicheKurve wird in einem dreidimensionalen Koordinatensystem gezeichnet.

Enthältdie Definition der Kurve (Parameterdarstellung oder Polarkoordinaten) einen Parameter P, so kann eine Animation der Kurve durchgeführtwerden.

Aufruf aus Kegelschnitt-Untersuchung

Wird bei der Analyse der allgemeinen Kegelschnittgleichung eine Ellipse, Hyperbel bzw. Parabel ermittelt, wird diese graphisch dargestellt. Liegt die Hyperbel achsenparallel werden wahlweise die Asymptoten gezeichnet.

Aufruf aus Interpolationspolynom-Bestimmung

Nach der Festlegung der Stützstellenund der Ermittlung des Interpolationspolynoms wird die zugehörigeganzrationale Funktion dargestellt.

Zusätzlichbesteht die Möglichkeit,innerhalb der graphischen Darstellung weitere Stützstellenhinzuzufügen.(maximale Anzahl von Stützstellen7)
Dazu ist ein Punkt des Koordinatensystems mit der rechten Maustaste doppelt anzuklicken. Kann das Polynom bestimmt werden, wird dieses sofort dargestellt.
Die Stützstellenwerden durch Kreise symbolisiert.

Aufruf aus Zahlenfolgen

Die Zahlenfolge wird beginnend mit dem festgelegten 1.Glied dargestellt. Rekursive Definitionen werden nur bei Markierung des zugehörigenFeldes ausgewertet.
Auf Grund des Definitionsbereiches erscheinen die Glieder als Kreise.
Besitzt die Zahlenfolge einen Grenzwert, könnenSie wahlweise die Epsilon-Umgebung darstellen.

Aufruf aus Dreieck, Polygon bzw. Polyeder

Dreieck

Rufen Sie aus der Berechnung des rechtwinkligen Dreiecks die graphische Darstellung auf, wird das Dreieck maßstabsgetreu sowie der In- und Umkreis gezeichnet.

Polygon

Ein eingegebenes Vieleck wird entsprechend seiner Eckpunktkoordinaten gezeichnet. Haben Sie Transformationen in der Ebene definiert, erhalten Sie die Bilder des verschobenen, gestreckten, gespiegelten ... Polygons.

Polyeder

Haben Sie einen Polyeder ausgewählt, stellt WinFunktion diesen entsprechend der Auswahl

- Schrägbild
- Animation
- 2-Tafelprojektion

dar.

Auswahl: Schrägbild und Animation
Der Körper wird in einem räumlichen Koordinatensystem dargestellt. Zur besseren Veranschaulichung wird dieser Körper bei gewählter "Animation" sofort entsprechend den gewählten Drehwinkeln um die drei Achsen gedreht.
Betätigen Sie die linke Maustaste wird die Drehgeschwindigkeit um die z-Achse um 50 Prozent erhöht. Ein rechter Mausklick beendet diese Animation.
Nach Aufruf des Menüpunktes 'Animation' wird der Körper erneut gedreht. Eine Animationsspur ist nicht nutzbar.

Beachten Sie: Insbesondere bei Körpern mit einer größeren Anzahl von Körperkanten (z.B. das regelmäßige Ikosaeder) kann es zu einem Flimmern der Darstellung kommen. Die Ursache liegt dabei vor allem in der Geschwindigkeit der Grafikkarte.
In gewissen Grenzen können Sie dies beeinflussen, indem Sie innerhalb der Optionen die Animationsauflösung verändern.

Haben Sie "Schrägbild" gewählt, erscheint der Körper um das 10fache der eingestellten Drehwinkel um jede Achse gedreht. Wünschen Sie es, können Sie über das gleitende Menü die Animation zusätzlich starten.

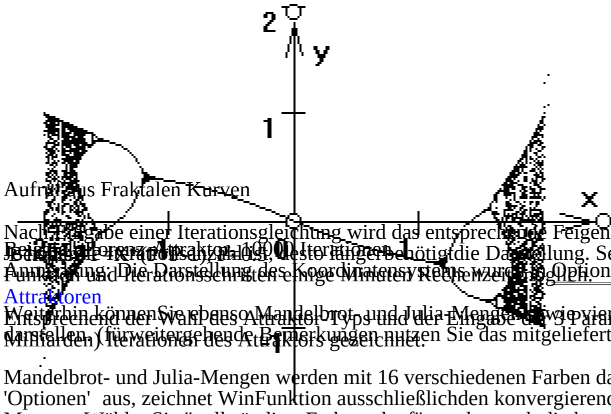
Auswahl: 2-Tafel-Projektion
Bei dieser Wahl stellt WinFunktion den gewählten Körper in Zwei-Tafel-Projektion (Grund- und Aufriß) dar. Für die erste Darstellung werden erneut die in der Dialogbox "Polyeder" eingestellten Drehwinkel genutzt.

Beachten Sie: In dieser Darstellung erscheint nur eine Rißachse und kein vollständiges Koordinatensystem. Ein Verkleinern bzw. Vergrößern das Darstellungsbereiches ist aber weiterhin über den Menüpunkt "Größe einstellen" oder das Ziehen eines Rahmens möglich.
(siehe allgemeine Bemerkungen zur Graphischen Darstellung)

Wurde der Körper als Schrägbild oder in 2-Tafelprojektion gezeichnet, finden Sie im gleitenden Pop-Up-Menü der Graphischen Darstellung drei neue Menüpunkte:

X-Drehung - Y-Drehung - Z-Drehung

Ein Klicken auf einen dieser Punkte bewirkt ein Drehen des Körpers um jeweils 15 Grad bezüglich der gewählten Achse und ein Neuzeichnen.



Beispiel: Lorenz-Attraktor, 10000 Iterationen.

Anmerkung: Die Darstellung des Koordinatensystems wurde in Optionen ausgeschaltet.

Attraktoren

Entsprechend der Wahl des Attraktor-Typs und der Eingabe der 3 Parameter werden standardmäßig 10000 (optional bis zu 2 Milliarden) Iterationen des Attraktors gezeichnet.

Aufruf aus Fraktalen Kurven

Nach Eingabe einer Iterationsgleichung wird das entsprechende Feigenbaum-Diagramm gezeichnet. Je größer die Iterationsanzahl ist, desto länger benötigt die Darstellung. Selbst bei schnellen Computern sind in Abhängigkeit von Funktion und Iterationsschritten einige Minuten Rechenzeit möglich.

Weiterhin können Sie ebenso Mandelbrot- und Julia-Mengen sowie vier andere Fraktale und Beispiele zum Barnsleyschen IF-System darstellen. (für weitergehende Bemerkungen nutzen Sie das mitgelieferte Handbuch bzw. die Handbuch-Datei 'HANDBUCH.EXE')

Mandelbrot- und Julia-Mengen werden mit 16 verschiedenen Farben dargestellt. Schalten Sie Farbige Darstellung unter den 'Optionen' aus, zeichnet WinFunktion ausschließlich den konvergierenden Bereich, d.h. die eigentlichen Mandelbrot- und Julia-Mengen. Wählen Sie "vollständiger Farbeverlauf" werden auch die konvergenten ("schwarzen") Bereiche in die Farbgebung miteinbezogen.

Aufruf aus Regression

Entsprechend den Festlegungen im Unterprogramm Regression/Korrelation werden die ermittelte Regressionsgerade y=m*x+n bzw. die ermittelte nichtlineare Regressionsfunktion und die eingegebenen Wertepaare (als Kreise) angezeigt.

Regressionsgerade für4 Wertepaare

Beispiel

Animation parameterhaltiger Funktionen und Kurven

Zum besseren Verständnisvon Funktions- und Kurvenscharen ist eine kontinuierliche Darstellung des Funktions- oder Kurvenverlaufs möglich.Diese Animation könnenSie fürjede Funktion 1 oder Kurve (Parameterdarstellung, Polarkoordinatendarstellung bzw. räumlicheKurve) nutzen, wenn deren Gleichung(en) einen Parameter P enthalten.

Nach der normalen Darstellung wählenSie im Menüoder Track-Pop-Up-Menu den Punkt 'Animation' . Daraufhin stellt WinFunktion fürunterschiedliche Werte des Parameters P die Kurvenverläufedar.
Dazu wird P um eine in den 'Optionen' eingestellte Schrittweite erhöhtbzw. verringert. Mit einem einfachen linken Mausklick innerhalb des Darstellungsfensters schalten Sie von Erhöhungvon P auf Abnahme bzw. umgekehrt. Ein rechter Mausklick beendet die Animation. (andere Eingaben werden ignoriert; auch die [ESC]-Taste !)

Die Geschwindigkeit der Darstellungsfolge hängtim entscheidenden Maßevon
- der eingestellten Schrittweite fürP
- der eingestellten Grafikauflösungfürdie Animation (siehe 'Optionen') und
- der Prozessor- und Grafikkartengeschwindigkeit
ab. Füreine "fließende"Animation ist eine CPU 386 mit hoher Taktfrequenz notwendig, da die Darstellung in Echtzeit erfolgt.

Zur Erhöhungder Geschwindigkeit werden Polstellen und andere Unstetigkeitsstellen nicht gesondert behandelt, so daßes mitunter zu nicht zur Kurve gehörendenLinien kommt. WünschenSie, daßdie einzelnen Bilder währendder Animation nicht gelöschtwerden, so schalten Sie in den 'Optionen' den Punkt 'Animationsspur' ein.

Aufruf aus stochastischen Verteilungen

Bei Aufruf aus den Funktionen

Statistik

Diskrete Verteilungen

Stetige Verteilungen

Normal-Verteilung

werden die statistischen Werte bzw. Verteilungen graphisch dargestellt.

Statistik
Entsprechend der eingestellten Klassenbreite wird die Anzahl der in den jeweiligen Intervallen enthaltenen Werte als Säulegezeichnet. Erwartungswert (arithmetisches Mittel) sowie die GrößenErwartungswert+Standardabweichung (bzw. -) werden auf der Abszisse als Kreise markiert.
Zusätzlicherscheint bezüglichMittelwert und Varianz die Kurve der Normalverteilung.

Diskrete Verteilungen
Bei der Darstellung diskreter Verteilungen (Binomial-, Poisson-, Pólya-und Hypergeometrische Verteilung) wird die Klassenbreite standardmäßigauf 1 gesetzt. Die berechneten Wahrscheinlichkeiten der Einzelereignisse sind zusätzlichuntereinander verbunden.

Stetige Verteilungen
Fürstetige Verteilungsfunktionen (Exponential-, Maxwell, Student-t-, Chi²- , Weibull- und normierte Gaußverteilung)wird der Funktionsverlauf der Dichtefunktion gezeichnet.

Normal-Verteilung
Dichtefunktion und Verteilungsfunktion werden entsprechend Erwartungswert und Varianz gezeichnet.

Wurfexperiment
Die Verteilung der empirisch gefundenen Augenzahlen (1 oder 2 Würfel)wird dargestellt.

Aufruf aus Funktionen zweier Variablen F(X,Y)

Die dreidimensionalen Funktionen werden räumlichversetzt gezeichnet. Höhenlinien(fürden x-Wert im Abstand von 10 Pixeln, fürden y-Wert entsprechend der eingestellten "Auflösung")verstärkenden räumlichenEffekt. ZusätzlichkönnenSie unter 'Optionen' die Sichthöhewählen.Ein größerer Wert bedeutet einen geringeren Sichtwinkel zur x-y-Ebene. Voreingestellt ist 2.
Tip: Besonders reizvolle Darstellungen erhalten Sie mit der Einstellung eines schwarzen Hintergrundes, einer Grafikauflösungvon 2 Pixeln, einer Sichthöhe2 und einer hellgrünenZeichenfarbe fürFlächenfunktionen.In diesem Fall kommt der räumlicheEffekt besonders gut zur Geltung. DarüberhinauskönnenSie eine mehrfarbige Darstellung wählen.(siehe "Funktionen der Form F(X,Y)").

Die graphische Darstellung einer 3-D-Funktion erfordert hohen Rechenaufwand, wodurch die Darstellung eine gewisse Zeit benötigt.

Implizite Kurven
Entsprechend den Bemerkungen in Impliziten Kurven kommen prinzipielle Kurvenverläufezur Anzeige. Die Darstellung erfordert bei kleinen Parametern sehr viel Zeit. (Abbruch der Darstellung mit linker oder rechter Maus-Taste)
Beispiel: Näherungsdarstellungdes Verlaufs von 0=X^Y-Y^X

Differentialgleichung

Das Richtungsfeld der Differentialgleichung Y'= F(X,Y) wird dargestellt.

Allgemeine Bemerkungen

Achtung ! Alle nachfolgenden Bemerkungen gelten nur für ein fertig gezeichnetes Koordinatensystem. Während des unmittelbaren Vorgangs der graphischen Darstellung sind ausschließlich die linke und rechte Maus-Taste ansprechbar.

Die Festlegung des Darstellungsintervalls für die Abszissen bzw. Ordinaten erfolgt mittels 'Maus'.
Standardmäßig wird das Intervall -5 < x < 5 gezeichnet.

Betätigt man auf dem bei 'x' markierten Kreis die linke Maustaste wird das x-Intervall auf 150 Prozent erweitert. Erneutes Betätigen der Maustaste erweitert den aktuellen Wert wieder um 50 Prozent usw...
Die Benutzung der rechten Maustaste verringert das Intervall jeweils um die Hälfte, wobei der Koordinatenursprung nicht verschoben wird.
Ein Verschieben des Ursprungs ist durch einen Doppelklick der linken Maustaste auf den neuen Ort innerhalb des Darstellungsfensters zu erreichen.
Möchten Sie den Koordinatenursprung außerhalb des Fensters legen, so können Sie dies über ein Betätigen der [CURSOR]-Tasten (Verschiebung um je 50 Pixel) erreichen.

Beachten Sie: Während die maximale Größe des Koordinatensystems auf etwa 600 Einheiten je Achse festgelegt und vom Programm kontrolliert wird, ermöglichen die [CURSOR]-Tasten des rechten Tastaturblockes (NUMLOCK-Taste einschalten !) jede Verschiebung. WinFunktion führt keinen (!) Test durch, ob bei Einsatz dieser Tasten durch PASCAL vorgeschriebene Integergrenzen verletzt werden. Setzen Sie deshalb diese Tasten nur in Maßen ein.

Durch Wahl des Menüpunktes Standard <Leertaste> werden die Standardwerte eingestellt und die graphische Darstellung neu gezeichnet.
Standardwerte: - Koordinatenursprung im Fensterzentrum
- Darstellungsintervall von -5 <= x <= 5

Zur Veränderung des Abbildungsmaßstabes der Ordinate ist analog der bei 'y' befindliche Kreis mit der Maus anzuklicken. Wünscht man eine gleichzeitige Veränderung des Abbildungsmaßstabes sowohl in x- als auch in y-Richtung, ist der Kreis im Koordinatenursprung zu verwenden.

Mit den genannten Möglichkeiten kann der Maßstab nur in Schritten von 50 % vergrößert bzw. verkleinert werden. Für eine Feineinstellung ist der Menüpunkt KSystem <RETURN-Taste> zu nutzen. Mittels zweier Rollbalken kann der Maßstab in kleineren (größeren) Schritten verändert werden.

Als Besonderheit können Sie ein neues Darstellungsintervall durch Ziehen eines Rahmens innerhalb des Grafikfensters erreichen. Halten Sie dazu die [STRG]-Taste gedrückt. Betätigen Sie nun eine Maustaste und Bewegen Sie die Maus (Maustaste weiterhin festhalten !), so erscheint ein Rahmen, welcher das neue Intervall kennzeichnet. Für die linke Maustaste wird nach Loslassen der Maustaste der im Rahmen sichtbare Bereich auf die Fenstergröße gezoomt. Nutzen Sie die rechte Maustaste wird das aktuelle Intervall in den Rahmen eingepaßt, also verkleinert.

Das Fenster der Graphischen Darstellung besitzt einen Rahmen, welcher bei gedrückter linker Maustaste und Mausbewegung zu einer Veränderung der Fenstergröße führt. Bei anschließendem Loslassen der Maustaste werden das Koordinatensystem und die definierten Funktionen entsprechend der Fenstergröße neu gezeichnet.

Abbruch der Darstellung
Einige Darstellungen benötigen etwas Zeit. Deshalb ist es möglich, bei Funktionsscharen, mathematischen, fraktalen und impliziten Kurven sowie dreidimensionalen Funktionen das Zeichnen des Funktions- oder Kurvenbildes mit einer Maus-Taste abzubrechen. Nutzen Sie die rechte Maustaste stopt die Darstellung, bei der linken Taste wird zusätzlich das Fenster ikonisiert.

Koordinatenbestimmung
Zur Bestimmung der Koordinaten einzelner Punkte bestehen folgende Möglichkeiten:

Ein linker Mausklick auf einen beliebigen Punkt des Darstellungsfensters zeigt dessen Koordinaten an.

Bei einem linken Mausklick auf einen Punkt des Graphen der Funktion 1 erscheinen die Punktkoordinaten des Graphen. Wurde eine analytische Funktionsdiskussion ausgeführt, d.h. die 1.Ableitung ermittelt, wird gleichzeitig die Gleichung der Tangente an die Funktion in diesem Punkt angegeben.
Wurde unter Optionen der Punkt 'Tangente zeichnen' gewählt, erscheint das Bild der Geraden.


Beispiel
Y=X*SIN(X) und 1.Ableitung, Tangentengleichung in 2 Punkten

Wählt man in Optionen den Punkt Punktkoordinaten erscheinen während der Bewegung der Maus durch das Grafikfenster in der Menüzeile die jeweils aktuellen Punktkoordinaten.

Raster
Als weitere Hilfe kann in Optionen die Anzeige eines Koordinatenrasters eingestellt werden. Die Wahl besteht in:
- kein Raster; nur Koordinatenachsen
- Punktraster in allen Punkten mit ganzzahligen Koordinaten
- Linienraster, d.h. alle Geraden der Form X=k und Y=K; k ... ganze Zahl; werden im Hintergrund gezeichnet

Während das Linienraster nur in Zusammenhang mit den Koordinatenachsen einsetzbar ist, können Sie das Punktraster auch nutzen, wenn Sie den Punkt "Koordinatenachsen" ausgeschaltet haben.

Weiterhin können Sie die Länge des Abstandes zweier Punkte der graphischen Darstellung ermitteln. Halten Sie die [Shift]-Taste

(Umschalttaste) gedrücktund klicken Sie mit der linken Maustaste einen beliebigen Punkt an. Bewegen Sie die Maus zum zweiten Punkt (bei weiter gedrückterMaustaste) erscheint in der linken Ecke des Fensters der jeweils aktuelle Abstand beider Stellen.

Achseneinteilung

Fürdie Darstellung trigonometrischer Funktionen ist es mitunter günstig,auf der x-Achse eine Teilung in Gradmaßzu erhalten. Dies kann in Optionen ebenfalls eingestellt werden.
WünschenSie kein Grad- sondern Bogenmaß,schalten Sie zusätzlichzur "Winkeleinteilung" in "Optionen" das Markierungsfeld "... Vielfache von PI" ein.

Normalerweise ermittelt WinFunktion automatisch die dargestellten und beschrifteten Einheiten auf beiden Koordinatenachsen. Im Punkt "Koordinatensystem Einteilung der x- bzw. y-Achse" könnenSie dies ausschalten. In diesem Fall verwendet das Programm die von Ihnen eingegebenen Einheiten. Gegenwärtigkönnen Sie ausschließlichnatürlicheZahlen als Einheiten festlegen.

Beachten Sie: VerändernSie den Abbildungsmaßstabder Darstellung werden die von Ihnen gewähltenEinheiten nicht verändert.Im Extremfall kann es dazu führen,daßz.B. bei einem Darstellungsintervall von -100 < x < 100 und einer x-Einheit von 1 200 Werte auf der Abszisse angegeben werden (im Linienraster 200 senkrechte Linien gezeichnet werden.). Im automatischen Modus wird dies verhindert.
Das Punktraster wird nur dargestellt, wenn zwischen benachbarten Punkten sowohl in x- als auch in y-Richtung mindestens 10 Pixel Abstand bestehen.

MöchtenSie ein akustisches Signal, daßdie graphische Darstellung fertig gezeichnet wurde, so schalten Sie in den Optionen den Punkt Ton-Meldung ein, anderfalls aus.

Bei der Darstellung von Funktionsverläufenmit steilen Anstiegen (z.B. an Polstellen) könnennicht zum Graphen gehörendesenkrechte Linien auftreten. MöchtenSie dies unter allen Umständenverhindern, so schalten Sie innerhalb der Optionen 'Fkt- Punktmodus' ein. Die fürdas Zeichnen der Funktion (auch Ableitung und Stammfunktion) berechneten Punkte werden dann nicht mehr untereinander verbunden.

Vorder- und Hintergrundfarbe

Standardmäßigbesitzt das Grafikfenster einen grauen Hintergrund. Innerhalb der 'Optionen' könnensie eine weißebzw. schwarze Hintergrundfarbe wählen.Insbesondere bei der Darstellung fraktaler Gebilde ergibt ein schwarzer Hintergrund reizvollere Bilder.

Darüberhinausbesteht die Möglichkeitunter 'Farbeinstellung' die zum Zeichnen der Graphen verwendeten Farben individuell zu wählen.

Nach der Fertigstellung einer Darstellung finden Sie im gleitenden Pop-Up-Menüeinen Eintrag der zum Zeichnen benötigtenZeit. Arbeiten Sie mit einer hohen Grafikauflösungunter Windows (SVGA oder noch besser) kann es sich als günstigerweisen, dem Fenster der graphischen Darstellung oberste Prioritätzu verleihen. WählenSie den MenüpunktImmer im Vordergrund bleibt das Grafikfenster stets das oberste Fenster auf dem Desktop, bzw. das Ikon immer sichtbar. Überden gleichen Menüpunktschalten Sie diese Option wieder aus.

Zum schnellen Erreichen der wichtigsten MenüfunktionenkönnenSie durch einen rechten Mausklick innerhalb des Darstellungfensters ein "gleitendes" Pop-Up-Menu aufrufen. (Anmerkung: Innerhalb des Unterprogramms 'Interpolation' ist diese Funktion nicht verfügbar)

Nutzung der Zwischenablage / Speichern der Grafik

Zur Verbindung von 'WinFunktion' mit anderen Windows Programmen kann eine graphische Darstellung in die Zwischenablage (Clipboard) über den Menüpunkt Bearbeiten ... zur Zwischenablage eingefügt werden.

Mit dieser Funktion eröffnen sich besondere Möglichkeiten des Einbindens graphischer Darstellungen aus 'WinFunktion' in Textverarbeitungsprogramme wie 'Write' oder 'Word für Windows'. Da die Größe der Darstellung eingestellt werden kann, können Sie in Zukunft Ihre mathematischen oder physikalischen Dokumentationen nach Ihrem Geschmack individuell gestalten.

Dieses Bild wurde durch Kopieren der Darstellung einer Lissajouschen Kurve in die Zwischenablage und das anschließende Bearbeiten in 'PAINTBRUSH' von Windows gewonnen. Ihrer Kreativität sind keine Grenzen gesetzt.

ist, daß die Grafik nur solange in der Zwischenablage verbleibt, wie keine neue Darstellung gezeichnet wurde. Wird das Programm beendet, bleibt der Inhalt der Zwischenablage erhalten.

Über den Menüpunkt Bearbeiten ... Speichern kann die graphische Darstellung als Bitmap-Datei abgespeichert werden. Bei Wahl dieses Menüpunktes werden Sie aufgefordert eine Dateibezeichnung einzugeben. Je nach Wunsch können Sie zu einem späteren Zeitpunkt dieses Bild z.B. in einem Grafikprogramm weiterbearbeiten. Nutzen Sie eine hochauflösende Grafik von 1024 x 800 Bildpunkten und vergrößern Sie das Grafikfenster auf die volle Bildschirmgröße, werden in Abszissenrichtung tatsächlich 1024 Funktionswerte gezeichnet und nicht die 640 VGA-Punkte einfach gezoomt. Die Qualität der Darstellungen wird damit von Ihrer Windows-Installation bestimmt.

Der Menüpunkt "Bearbeiten ... Laden" ermöglicht, gespeicherte Darstellung (Format .BMP) zur Ansicht zu laden. Ein Weiterbearbeiten geladener Bilder ist nicht möglich, allerdings deren Druck.
WinFunktion kann neben ungepackten Bitmaps auch komprimierte Bilder des Formats "*.RLE" laden und anzeigen.

Zu den Punkten "Bearbeiten...Schwarz-Weiß-Bild" und "Bearbeiten...Laden aus der Zwischenablage" lesen Sie bitte im Handbuch.

Menü

ACHTUNG !
Währenddes Zeichenvorganges sind nur die Maus-Tasten aktiv !

Koordinatensystem

Standardgröße	Zurücksetzendes Koordinatensystems
~~Größeeinstellen~~	Einstellung des Koordinatensystems
~~Kurvenparameter~~	Einstellung der Kurvenparameter
~~Optionen~~	Optionen einstellen
~~Farbeinstellung~~	Wahl der Vordergrundfarben
...Vordergrund	Ab- und Zuschalten der Fensterpriorität
Neu zeichnen	Bild wird neu gezeichnet
~~Parameter~~	Einflußder Parameter P,Q
~~Verlauf~~	Verlauf der Funktion/Kurve
~~Animation~~	Start der Kurven- bzw. Funktionsanimation

Bearbeiten

~~Speichern~~	Speichern der Grafik
~~Laden~~	Laden einer Grafik zur Ansicht
~~zur Zwischenablage~~	Kopieren in die Zwischenablage
~~Graph drucken~~	Drucken der graphischen Darstellung
~~...Einrichtung~~	Auswahl und Einrichtung des Druckers
~~Druckgröß~~e	Einstellung der Druckgröße

...zurück Ikonisieren des fertig gezeichneten Fensters
und Rückkehrzur aufrufenden Dialogbox/Hauptmenü
Hilfe Anzeige des Hilfetextes 'Graphische Darstellung'

Ein rechter Mausklick in das Darstellungsfenster bringt ein gleitendes Pop-Up-Menu zur Ansicht.

Ein Schließendes Fensters überdie Tastenkombination ALT+F4 wird von 'WinFunktion' mit einer Neuinitialisierung der graphischen Darstellung, einem Ikonisieren des Fensters sowie der Anzeige des Info-Textes quittiert.

Tastatur

ESC-Taste	Ikonisieren der graphischen Darstellung
LEER-Taste	Zurücksetzendes Koordinatensystems
ENTER-Taste	Einstellung des Koordinatensystems
F11-Taste	Einstellen der Optionen
F1-Taste	Aufruf des Hilfetextes
CURSOR-Tasten des rechten Tastaturblockes	Verschieben des Darstellungsbereiches um jeweils 50 Pixel nach links, rechts, oben und unten

Mathematische Kurven

Mathematische Kurven in Parameterform bzw. Polarkoordinatenform könnendefiniert werden.
Dabei werden entweder die x- und y-Werte in Abhängigkeitvon einem Parameter k

$x = a(k)$ und $y = b(k)$

bzw. ein Ortsvektor r in Abhängigkeitvon einem Parameter p und einem Winkel w festgelegt. $r = f(p,w)$

Fürden Parameter k bzw. Winkel w (Bogenmaß!) ist es möglichAnfangs- und Endwert, sowie die Schrittweite bei der graphischen Darstellung zu wählen.FürAnfangs- und Endwert könnenauch Ausdrückeder Form

PI , 2*PI , SIN(2) usw. ...

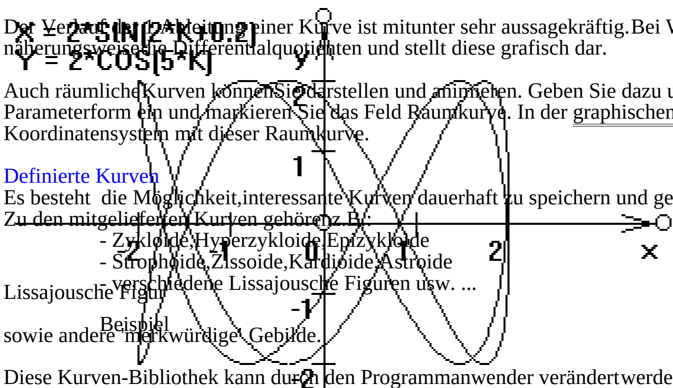
genutzt werden.
Das vordefinierte Intervall von -PI bis PI ist fürdie Mehrzahl der in der höherenMathematik behandelten Kurven ausreichend. Eine kleinere Schrittweite als 0.01 ist nur in wenigen Fällennotwendig (verlängertdie fürdie graphische Darstellung benötigteZeit).
Enthälteine der Definitionsgleichungen den Parameter P, könnensie auch die Kurve füreinen sich veränderndenParameter P animieren.

Der Verlauf der 1. Ableitung einer Kurve ist mitunter sehr aussagekräftig.Bei Wahl des Markierungsfeldes berechnet 'WinFunktion' näherungsweise die Differentialquotienten und stellt diese grafisch dar.

Auch räumlicheKurven könnenSie darstellen und animieren. Geben Sie dazu unter 'Raumkurve' die Gleichung der z-Koordinate in Parameterform ein und markieren Sie das Feld Raumkurve. In der graphischen Darstellung erscheint nun ein räumliches Koordinatensystem mit dieser Raumkurve.

Definierte Kurven
Es besteht die Möglichkeit,interessante Kurven dauerhaft zu speichern und gegebenenfalls schnell zu laden.
Zu den mitgelieferten Kurven gehören z.B.:

- Zykloide,Hyperzykloide,Epizykloide
- Strophoide,Zissoide,Kardioide,Astroide
- verschiedene Lissajousche Figuren usw. ...



Lissajousche Figur

Beispiel

sowie andere 'merkwürdige' Gebilde.

Diese Kurven-Bibliothek kann durch den Programmanwender verändertwerden.
Soll eine Kurve neu aufgenommen werden, ist der Schalter Neu zu betätigen.Danach wird aufgefordert, einen Kurvennamen einzugeben. Nach Quittierung mit OK befindet sich diese Kurve in der Bibliothek. Die zugehörigenParametergleichungen werden aus den entsprechenden Feldern der Dialogbox entnommen.
Eine gewählteKurve wird mit Löschen aus der Bibliothek entfernt.

WünschenSie eine Wertetabelle der untersuchten Kurve wählenSie den entsprechenden Menüpunkt.
Je nach Art der Definition der Kurve erhalten Sie, in Abhängigkeitvon Anfangs- und Endwert und der Schrittweite folgende Werte angezeigt:

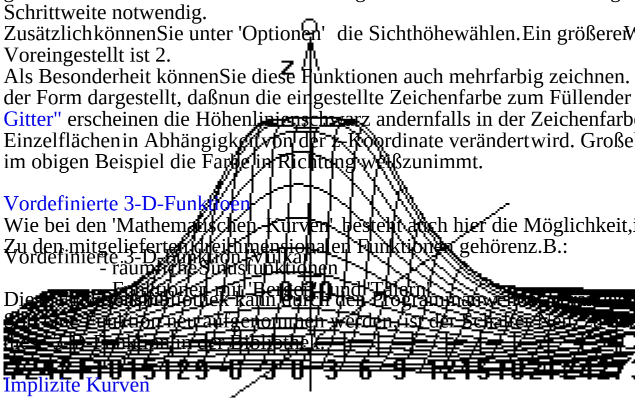
Kurve in Parameterdarstellung:	Parameter K, Koordinaten X und Y
räumlicheKurve:	Parameter K, Koordinaten X, Y und Z
Kurve in Polardefinition:	Winkel W, in Grad und LängeR

Dreidimensionale mathematische Funktionen

Dreidimensionale Funktionen der Form Z=f(X,Y) können definiert werden.
Dabei wird die Koordinate y als laufender Parameter mit einer gewissen Schrittweite eingesetzt.

Für diese Koordinate können Anfangs- und Endwert, sowie die Schrittweite bei der graphischen Darstellung gewählt werden. Diese Schrittweite wird als Abstand der Höhenlinien in Richtung der y-Koordinate wirksam. Die unter 'Optionen' gewählte Grafikauflösung gibt den Abstand der Linien in x-Richtung an. Je nach Funktion ist ein gewisses Experimentieren mit Anfangswert, Endwert und Schrittweite notwendig.
Zusätzlich können Sie unter 'Optionen' die Sichthöhe wählen. Ein größerer Wert bedeutet einen geringeren Sichtwinkel zur x-y-Ebene. Voreingestellt ist 2.
Als Besonderheit können Sie diese Funktionen auch mehrfarbig zeichnen. Wählen Sie diesen Markierungspunkt, wird Ihre Funktion in der Form dargestellt, daß nun die eingestellte Zeichenfarbe zum Füllen der Flächen genutzt wird. Bei zusätzlich gewähltem "... schwarzes Gitter" erscheinen die Höhenlinien schwarz andernfalls in der Zeichenfarbe. Mehrfarbigkeit entsteht dadurch, daß die Farbe der Einzelflächen in Abhängigkeit von der z-Koordinate verändert wird. Große bzw. kleine z-Werte erhalten einen höheren Blauanteil, so daß im obigen Beispiel die Farbe in Richtung weiß zunimmt.

Vordefinierte 3-D-Funktionen
Wie bei den 'Mathematischen Kurven' besteht auch hier die Möglichkeit, interessante 3-D-Funktionen dauerhaft zu speichern.
Zu den mitgelieferten dreidimensionalen Funktionen gehören z.B.:
- räumliche Sinusfunktionen
- Funktionen mit 'Bergen' und 'Tälern'



Vordefinierte 3-D-Funktion Vulkan

Diese [illegible] Bibliothek kann durch den Programmanwender [illegible] werden.
Soll eine Funktion neu aufgenommen werden, ist der Schalter Neu zu bestätigen. Nach Eingabe eines Funktionsnamens befindet sich diese 3-D-Funktion in der Bibliothek.

Implizite Kurven
Als Spezialfall können Gleichungen der Form

$$0 = F(X,Y)$$

untersucht werden. Diese beschreiben im Allgemeinen mathematische Kurven.
In 'WinFunktion' werden derartige implizite Definitionen als Spezialfall dreidimensionaler Funktionen betrachtet. Gezeichnet werden alle Punkte der X-Y-Ebene, für welche der Funktionswert Z=F(X,Y) verschwindet.

Auf Grund der numerischen Berechnung erhält man für Z=0 nur selten aussagekräftige Kurvenverläufe. Deshalb muß eine Intervallbreite (Standard 0.05) festgelegt werden. Dargestellt werden nun alle Punkte (X,Y) mit

$$| f(X,Y) | < \text{Intervallbreite},$$

wodurch kein exakter Verlauf sondern der Bereich der größten Annäherung an die wahre Kurve erscheint.

Beispiel
Kurve X^Y=Y^X; dargestellt werden der prinzipielle Verlauf, diese Kurve besteht aus der Geraden Y=X im 1.Quadranten und einem Hyperbelast, welcher Y=X im Punkt (e;e) schneidet.

Unter 'Auflösung' wird die Schrittweite für die Y-Koordinate gewählt. Zu bemerken ist, daß die Auswertung für Auflösungen kleiner 0.01 viel Zeit benötigen kann.

Richtungsfelder von Differentialgleichungen
WinFunktion ermöglicht Differentialgleichungen der Form Y' = F(X,Y) zu untersuchen; konkret das Richtungsfeld dieser Differentialgleichung darzustellen. Für den Graphen gelten dabei die oben gemachten Bemerkungen bezüglich der Auflösung.

Schalter

Grafik	Konstruktion des funktionalen Zusammenhangs
Neu	Aufnahme in Bibliothek.

Das Hauptmenü erreicht man über den Menüpunkt... zurück.

Kegelschnitte / Kurven 2.Ordnung

Eine besondere Form mathematischer Kurven stellen die Kegelschnitte oder Kurven 2.Ordnung dar.

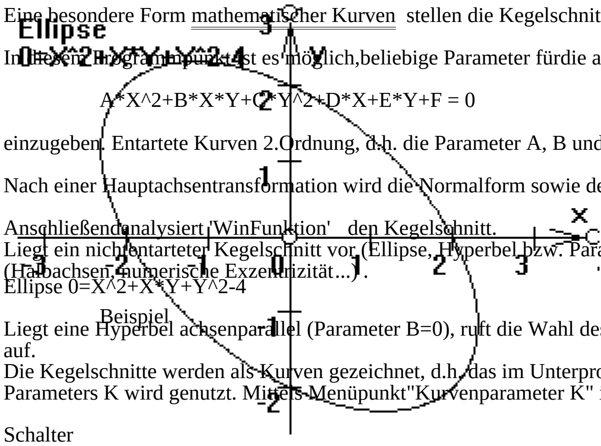
In diesem Programmpunkt ist es möglich,beliebige Parameter fürdie allgemeine Gleichung der Kurven 2.Ordnung

A*X^2+B*X*Y+C*Y^2+D*X+E*Y+F = 0

einzugeben. Entartete Kurven 2.Ordnung, d.h. die Parameter A, B und C sind gleichzeitig 0, werden nicht analysiert.

Nach einer Hauptachsentransformation wird die Normalform sowie der zur Achsentransformation notwendige Drehwinkel angezeigt.

Anschließendanalysiert 'WinFunktion' den Kegelschnitt.
Liegt ein nichtentarteter Kegelschnitt vor (Ellipse, Hyperbel bzw. Parabel), werden die entsprechenden Parameter ermittelt (Halbachsen, numerische Exzentrizität...) .



Ellipse 0=X^2+X*Y+Y^2-4

Beispiel

Liegt eine Hyperbel achsenparallel (Parameter B=0), ruft die Wahl des Markierungsfeldes die Darstellung der Hyperbel-Asymptoten auf.
Die Kegelschnitte werden als Kurven gezeichnet, d.h. das im Unterprogramm Mathematische Kurven eingestellte Intervall des Parameters K wird genutzt. Mittels Menüpunkt"Kurvenparameter K" im Grafikfenster könnenSie dies beeinflussen.

Schalter

Grafik Konstruktion des Kegelschnittes

Das Hauptmenüerreicht man überden Menüpunkt... zurück.

Zahlenfolgen

Zahlenfolgen der Form
A(K) = F(K) und B(K) = F(K)
könnendefiniert werden.

Sehr oft besitzt das erste Glied einer Zahlenfolge den Index 1. Dieses erste Argument kann geändertwerden.
In der graphischen Darstellung werden die einzelnen Glieder der Zahlenfolge als Kreise dargestellt.

Darüberhinaus wird der Grenzwert der Folge A(K) ermittelt. Divergiert die Zahlenfolge wird der Grenzwert mit unbestimmt ausgewiesen.
Nach Eingabe des ersten bzw. letzten Gliedes fürdie Partialsummenberechnung und der Quittierung des entsprechenden Schalters, wird die Summierung durchgeführt.

Rekursive Definition
Zahlenfolgen könnenauch rekursiv definiert werden.
Bei Markierung des entsprechenden Feldes sind die Ausdrücke
A(K-1) und A(K-2)
in der Zahlenfolgendefinition möglich.
Darüberhinaus müssenein Anfangsglied bzw. zwei Anfangsglieder definiert werden. Dies geschieht in den Eingabefeldern (K-1) und (K-2).

$$S = \sum_{k}^{\infty} a(k)$$

Außerdem können Sie Wertetabellen für die Zahlenfolge A(k) und die unendliche Reihe berechnen. Wählen Sie dazu das entsprechende Feld und betätigen Sie den Schalter Berechnen . Daraufhin werden entsprechend Ihrer Wahl (Voreinstellung 500) Glieder der Folge oder Reihe ermittelt. 'WinFunktion' bricht die Auswertung ab, wenn zum einen das Glied der Zahlenfolge nicht definiert ist, zum anderen der Wert der Reihe konstant bleibt.
Besitzt die eingegebene Zahlenfolge A(k) einen eigentlichen Grenzwert g, so wird entsprechend der Festlegung der Größeeiner Epsilon-Umgebung das Intervall der Umgebung dargestellt. WählenSie fürEpsilon den Wert 0, wird die Umgebung nicht dargestellt.

Arithmetische Zahlenfolgen
Ist in einer Zahlenfolge die Differenz d zweier benachbarter Glieder konstant, verschieden 0, so spricht man von einer arithmetischen Zahlenfolge. Neben der Differenz sind das Anfangsglied a(1), und fürdas n.Glied der Wert a(n) sowie die Partialsumme s(n) von Bedeutung.

Drei dieser 5 Größengenügenim Allgemeinen, um die Folge zu beschreiben. Geben Sie genau drei Werte ein und quittieren Sie mit [Berechnung], ermittelt WinFunktion die anderen 2 Größenund trägtdie zugehörigeDefinitionsgleichung unter a(n) ein.
Dabei ist zu beachten, daßnicht in jedem Fall eine Lösungexistiert bzw. unter Umständenauch zwei Lösungenbestehen.

Geometrische Zahlenfolgen
In einer geometrischen Zahlenfolge ist der Quotient q (q<>1) zweier benachbarter Glieder konstant. Ist q positiv haben alle Glieder das Vorzeichen das 1.Gliedes a(1), ist q negativ ergeben sich alternierende Folgen.

Wie bei den arithmetischen Zahlenfolgen sind fünfGrößenvon Bedeutung: das erste Glied a(1), der Quotient q, das Glied a(n) und dessen Nummer n sowie die Partialsumme. Erneut müssendrei der fünfWerte eingegeben werden. Die Bestimmung der restlichen Werte kann zu Exponentialgleichungen oder ganzrationalen Gleichungen n-ten Grades führen,und damit sehr anspruchsvoll werden.

Gegenwärtiglöstdas Programm von den zehn möglichenFällen6, d.h. fürdie Eingabe von
[a(1), q, n], [a(1), q, a(n)], [a(1), q, s(n)], [a(1), n, a(n)], [q, n, a(n)] und [q, n, s(n)].
Weiterhin sei darauf hingewiesen, daßauch fürdie lösbarenFällenicht immer eine Lösungexistiert. Insbesondere bei negativem Quotienten findet das Programm nicht immer eine Lösung.

Schalter

Grafik	Darstellung der Zahlenfolge
Berechnung	Berechnung der arithm./geom. Zahlenfolge
Tabelle	Berechnung der Partialsumme bzw. Reihe

Das Hauptmenüerreicht man überden Menüpunkt... zurück.

Fraktale Kurven

In WinFunktion enthaltene Arten von fraktalen Gebilden :

- Feigenbaum-Diagramm
- Attraktoren
- Mandelbrot-Menge, Julia-Menge
- Barnsley's IFS, L-System

Anmerkung: Interessierte Anwender seien auf das ausgezeichnete Fraktalberechnungs-Programm 'Fractint' unter Windows verwiesen.

Schalter

Grafik Darstellung des Fraktals
Das Hauptmenüerreicht man überden Menüpunkt... zurück.

Feigenbaum-Diagramm

Ist eine Gleichung der Form f(X)=0 gegeben, so kann eine Nullstelle überIteration bestimmt werden.
Die Konvergenzgeschwindigkeit hängtdabei entscheidend vom Startwert x0 ab. Allerdings gibt es auch Funktionen und Anfangswerte bei denen die Iteration divergiert oder ganz andere Eigenschaften demonstriert.

Zur Untersuchung diesen Verhaltens kann eine Funktion
f(X,P)
eingegeben werden, bei welcher X als variabler Startwert und P als Parameter, überwelchen die Iteration erfolgt, zu sehen ist.

Beispiel: P=X*(P*P-1), P=0.5

Der Anfangswert fürParameter P mußfestgelegt werden, ebenso die Anzahl der darzustellenden Iterationsschritte. (Voreinstellung 50)
Unter 'Vor'- Iteration ist die Anzahl der Iterationsschritte einzugeben, welche zum Abfangen von Anfangsschwankungen vor dem Beginn der graphischen Darstellung durchgeführtwerden.

Währendder Darstellung wird der Anfangswert X entsprechend dem eingestellten Darstellungsintervall verändert. An Hand des Iterationsgraphens kann das Verhalten der Funktion abgelesen werden.
Bereiche der Konvergenz (nur 1 Funktionswert), Bereiche der Periodizität(2, 4, 8, ... Werte) und chaotische Bereiche (Divergenz !) sind festzustellen.
Die enstehenden graphischen Gebilde nennt man nach ihrem Entdecker Feigenbaum-Diagramme.

Vordefinierte Feigenbaum-Gleichungen
Wie bei den 'Mathematischen Kurven' besteht auch hier die Möglichkeit,interessante Gleichungen dauerhaft zu speichern.
Diese Bibliothek kann durch den Programmanwender verändertwerden.
Soll eine Gleichung aufgenommen werden, ist der Schalter Neu zu betätigen.

Attraktoren

Seltsame Kurven, sogenannte Attraktoren, ergeben sich bei der Darstellung numerischer Lösungenvon Systemen dreier gewöhnlicher Differentialgleichungen.

Z.B. ensteht der Lorenz-Attraktor durch das System von Differentialgleichungen

dx/dt = a*(y- x)
dy/dt = b*x - y + x*z
dz/dt = x*y - c*z

Beispiel: Lorenz-Attraktor a=5, b=14, c=1.6, 10000 Iterationen

Der Lorenz-Attraktor kann (bei Wahl entsprechender Parameter, z.B. a=10, b=28 und c=2.5) in zwei Bereiche eingeteilt werden. Meist verweilt die Kurve längereZeit in einem Bereich, um dann plötzlichund unvorhersehbar die Seite zu wechseln. Dieses chaotische Verhalten ist gut zu beobachten.
WinFunktion ermöglichtdas Zeichnen von 10 Attraktoren:
Rössler,Rössler2, Rössler3D, Lorenz, Lorenz 2, Henon, Hopalong, Martin, Matin2, Gingerbread und Kamtorus.
Zu Erklärunglesen Sie bitte im Handbuch.
In der graphischen Darstellung werden standardmäßig10000 Iterationen gezeichnet. Dieser Wert kann bis zu 2 Milliarden erweitert werden, verlängertdie Rechenzeit aber erheblich.

Mandelbrot-Menge

Seit Benoit B.Mandelbrot 1980 seine berühmteFigur, welche spätervon der Bremer Forschungsgruppe fürkomplexe Dynamik "Apfelmännchen"genannt wurde, fand, faszinieren graphische Veranschaulichungen fraktaler Gebilde.
Fraktale sind nicht mehr durch herkömmlicheBegriffe wie Punkt - Linie - Flächeund Körperbeschreibbar. Vielmehr sind dies mit einer Breite 0 unendlich lang, wobei sie sich durch Selbstähnlichkeitauszeichnen. Ordnung geht dabei in Chaos über,wodurch Längeoder Flächeninhaltnicht mehr bestimmbar sind.

Komplexe Iterationsgleichungen und Vereinbarungen überIterationstiefe und Grenzwerte erzeugen so verblüffendegraphische Gebilde.

Mandelbrot untersuchte die Funktion y = x^(z+1) in der komplexen Zahlenebene, wobei jede komplexe Zahl als Paar zweier Koordinaten x und y benutzt wird. Als Iterationsgleichung ergibt sich

z(n) = z(n-1)^2 + c

Wird die Iteration mit den Startwerten x = y = 0 begonnen und die Iteration entweder nach einer gewissen Anzahl von Iterationen oder nach der Überschreitungeines Abbruchwertes durch den Betrag der komplexen Zahl abgebrochen, erhältman das berühmte "Apfelmännchen"(Mandelbrot-Menge).

In WinFunktion könnenSie als weitere Fraktale modifizierte Mandelbrotmengen sowie weitere Fraktale nutzen.

Als Erweiterung könnenSie die angegebenen Fraktaltypen (außer'Circle') auch als Julia-Mengen darstellen.
Die zugehörigeGrundidee wurde von dem französischenMathematiker Gaston Julia vor etwa 70 Jahren entwickelt. Währendallerdings bei der Mandelbrotmenge; jeweils von z=(0;0) ausgehend; die Färbungdes Pixels durch die veränderlicheKonstante c (Koordinaten des Punktes) bestimmt wird; bleibt nun c konstant wobei der Startwert z wird von den Punktkoordinaten gebildet wird.
Interessante Gebilde erhalten Sie z.B. fürdie grundlegende Mandelbrot-Menge mit den konstanten Werten:

Startwert cr(eell) = 1 ci(maginär)= 0
Startwert cr(eell) = 0 ci(maginär)= 1
Startwert cr(eell) = -0.149 ci(maginär)= 0.6557
Startwert cr(eell) = 0.7453 ci(maginär)= 0.11301

Die eigentliche Mandelbrot- bzw. Juliamenge besteht aus dem schwarzgefärbtenInnenbereich, fürdessen Punkte die Iteration nicht divergiert. WünschenSie ausschließlichdiese Darstellung, so schalten Sie in 'Optionen' den Punkt "Farbige Darstellung" aus. Auch der Konvergenzbereich kann farbig dargestellt werden.

Markieren Sie das Feld "VollständigerFarbverlauf" zeichnet WinFunktion fürdie Mandelbrotmenge in Abhängigkeitvon dem nach der Iteration erreichten Funktionswert farbige Punkte.
Schalten Sie "Schwarzer Mandelbrotkörper"aus, wird der Konvergenzbereich in die Farbabstufung miteinbezogen.
Die Berechnung von Mandelbrot- bzw. Julia-Mengen benötigtsehr viel Zeit. Transformation der Werte in den Bereich der ganzen Zahlen ermöglichtes, die um vieles schnellere Ganzzahl-Arithmetik zu nutzen. Schalten Sie dazu das entsprechende Markierungsfeld ein.Der Geschwindigkeitsgewinn wird dabei jedoch mit einem Verlust an Genauigkeit bezahlt. Die Berechnung eines Ausschnittes des klassischen Apfelmännchenbenötigteohne Ganzzahl-Arithmetik in 2 min 49 Sekunden, mit Ganzzahl-Arithmetik in nur 49 Sekunden.
Insbesondere der vollständigeFarbverlauf des "Apfelkörpers"ist nun unscharf. Von Fall zu Fall sollten Sie etwas experimentieren.

Barnsley's Iterated Function Systems - IFS

Durch Michael Barnsley (Georgia Institute of Technology) wurde ein spezielles Verfahren zur Kompression von Darstellungen natürlicherGebilde auf der Basis von Fraktalen entwickelt. Prinzipiell kann fürjede Darstellung eine Fraktal-Kompression (Iterated Function System) gefunden werden.

WinFunktion enthält21 verschiedene Fraktale des Typs IFS, u.a. 'Farn' dessen Bild die Darstellung eines Farns simuliert. Mittels Parameter "A" könnenSie gewisse Veränderungender Graphen erreichen.

Zur Verhinderung eines numerischen Überlaufsist der zulässigeBereich des Parameters A eingeschränkt.

L-System

Ebenso ist ein Einblick in eine weitere Kategorie von Fraktalen, dem L-System, möglich.
Dieses System ermöglicht,Fraktale durch rekursive Definitionsgleichungen zu zeichnen.

In "The Fractal Geometry of Nature by Mandelbrot" wurde diese Idee besonders durch Adrian Mariano verwirklicht. Eine Definitionsgleichung besteht aus einer Folge von Zeichen der Menge

F , G , + , - , | , [,] , / , \ , < , > und !

Dabei bedeutet:

F Zeichnen einer Linie
G Bewegen ohne Zeichnen der Linie
\+ Drehung der Zeichenrichtung um einen Winkel nach oben
\- Drehung der Zeichenrichtung um einen Winkel nach unten
| Drehung der Zeichenrichtung um 180°
! Vertauschen der Wirkung von +,- bzw. / und \
[Speichern der aktuellen Zeichenposition (PUSH)
] Einstellen der zuletzt abgespeicherten Zeichenposition (POP)
/nn Drehung um nn Grad nach oben
\nn Drehung um nn Grad nach unten
<nn Multipkation der Zeichenlängemit Faktor nn/10
>nn Division der Zeichenlängemit Faktor nn/10

Da die Definitionsgleichungen in der Form F = f(F,+,-,[,],/,\,<,>,|,!) gegeben werden, entsteht eine rekursive Vorschrift. Höhere "Iterationszahlen" bewirken ein immer stärkeresAusbilden der typischen Fraktalform.

Die Festlegung des Drehwinkels erfolgt in ganzzahligen Anteilen des Vollwinkels, d.h. Winkel 6 bewirkt jeweils eine Drehung um 60 Grad. In WinFunktion ist die Anzahl der Iterationen auf den Bereich von 1 bis 10 beschränkt.

Beachten Sie: Mit steigender Iterationszahl wächstdie notwendige Berechnungs- und Darstellungszeit exponentiell an. Abbrechen könnenSie die Darstellung wie gewohnt, durch Betätigungder linken bzw. rechten Maustaste.
Ein Fraktal des L-Systems wird in diesem Programm stets so gezeichnet, daßes die volle Größedes Darstellungsfensters nutzt, d.h. unabhängigvon einem Koordinatensystem. Ein Zoomen des Fensters hat damit keine Bedeutung.

In der Listbox des L-Systems finden Sie über10 interessante Gebilde dieser Art. Diese gehen fast alle auf Mariano zurück.Damit Sie selbst experimentieren können,besteht wie bei den Feigenbaum-Diagrammen die Möglichkeit,Ihre Definitionsgleichungen in einer Bibliothek aufzubewahren.

Interpolationspolynom

Mitunter sind nur einzelne Punkte einer Funktion bekannt, deren Funktionsgleichung jedoch nicht.

In diesen Fällenversucht man, eine geeignete ganzrationale Funktion zu ermitteln, deren Graph annäherndie gegebenen Punkte enthält.
Nach der Eingabe von maximal 8 Punkten und der Quittierung mit dem Polynom- bzw. Grafik-Schalter wird ein entsprechendes Polynom ermittelt.

 beachten, daßkeine Abszisse zweimal genutzt werden kann (in diesem Fall würdekeine Funktion vorliegen.)

Zusätzlichkann die Anzahl der Dezimalstellen der berechneten Koeffizienten von 3 bis 5 ausgewähltwerden. Je höherdie Stellenzahl ist, desto genauer nähertdie ermittelte ganzrationale Funktion die Stützstellen.Wird die Funktion als zu komplex ausgewiesen, mußdie Stellenzahl oder die Anzahl der Stützstellenreduziert werden.

Beispiel

Interpolationspolynom für4 Stützstellen.

Eine Besonderheit besteht in der Möglichkeit,innerhalb der graphischen Darstellung weitere Stützstellenhinzuzufügen.(maximale Anzahl von Stützstellen8)
Dazu ist ein Punkt des Koordinatensystems mit der rechten Maustaste doppelt anzuklicken. Kann das Polynom bestimmt werden; nicht zu komplex bzw. keine schon festgelegte Abszisse wurde erneut gewählt;wird dieses sofort dargestellt.
Die Stützstellenwerden durch kleine Kreise symbolisiert.

Polynomregression
Zusätzlichhaben Sie die Möglichkeit,fürIhre Stützstellenein weiteres Näherungspolynomzu suchen, dessen Grad Sie selbst festlegen. WinFunktion ermittelt stets; entsprechend dem gewähltenGrad; ein derartiges Polynom der besten Annäherung.Innerhalb der Listbox erhalten Sie eine Tabelle der Stützstellen,der Funktionswerte der Näherungsfunktionund der auftretenden prozentualen Abweichung. Schalten Sie das Feld "Bild" ein, wird auch diese Funktion in der graphischen Darstellung gezeichnet.
Beachten Sie: Diese Polynomregression ist erst ab 3 Stützstellenverfügbar.WählenSie z.B. einen Grad = 7, so kann dennoch die ermittelte Funktion kleineren Grades sein, da in Abhängigkeitvon der eingestellten Genauigkeit, die Koeffizienten gerundet werden; d. h. fürsehr kleine Faktoren auch auf Null.

Schalter

Polynom   Berechnung des Interpolationspolynoms
Grafik   Darstellung des Polynoms

Das Hauptmenüerreicht man überden Menüpunkt... zurück.

Funktionsbibliothek

Zur Unterstützungder Arbeit enthält'WinFunktion'   eine durch den Anwender erweiterbare Funktionsbibliothek.

Nach der Wahl der Funktionsklasse :

- Ganzrationale Funktionen
- Gebrochenrationale Funktionen
- Stückweiselineare Funktionen
- Wurzelfunktionen
- Exponential-Funktionen
- Logarithmus-Funktionen
- Trigonometrische Funktionen
- Hyperbolische Funktionen
- Zyklometrische und Area-Funktionen
- sonstige Funktionen

werden die gespeicherten Funktionen angezeigt.
WählenSie mit der Muas eine Funktion und quittieren Sie mit dem Grafikschalter zeichnet WinFunktion die Funktion sowie deren 1. und 2.Ableitung (wenn berechnet und gespeichert). DarüberhinauskönnenSie bei Markierung der Felder "3.Ableitung" und "Stammfunktion" näherungsweisediese Funktionen zeichnen lassen.

Bei einem doppelten Mausklick auf den Eintrag werden die Funktionsbibliothek beendet und die Funktion 1 sowie deren Ableitungen gesetzt. Erfolgte der Aufruf aus der analytischen Funktionsdiskussion , so wird unter Eintragen der Funktionen dorthin zurückgekehrt. Bei Ruf aus der 'Funktionsdefinition' wird Funktion 1 gesetzt.

Die Funktionsbibliothek ist erweiterbar.
Nach einer analytischen Funktionsdiskussion ist es möglich,die Bibliothek aufzurufen, eine Funktionsklasse zu wählenund mit dem Schalter Neu diese Funktion sowie deren 1. und 2.Ableitung in die Bibliothek aufzunehmen.
Existiert diese Gleichung schin, erfolgt eine Fehlermeldung.

Ein ausgewählterEintrag kann mit dem Schalter Löschen entfernt werden.
Rufen Sie die Funktionsbibliothek aus dem Unterprogramm "Gebrochenrationale Funktionen", könnenSie ausschließlichdie Diskussionsergebnisse eintragen.

Schalter

Grafik   Graphische Darstellung der ausgewähltenFunktion

Das Hauptmenüerreicht man überden Menüpunkt... zurück.

Drucken

Die Funktion Drucken gewährleistet den Ausdruck der aktuellen Doppelseite der Formelsammlung bzw. einer Datei 'Funktion 1'.

Als Druckertreiber wird der unter 'WINDOWS' eingestellte Standarddruckertreiber genutzt.

Über Drucker-Einrichtung kann ein anderer Drucker eingestellt werden.

Die Größe des Ausdrucks hängt nicht von der aktuell eingestellten Größe der graphischen Darstellung ab, sondern wird durch die für den aktuellen Drucker festgelegten Optionen bestimmt.
Als günstige Optionen haben sich eine hohe Grafikauflösung sowie die Einstellung 'A4- Seite' bei einem Druck auf ein A4-Blatt erwiesen.

Innerhalb verschiedener Unterprogramme von WinFunktion können Sie ermittelte Ergebnisse, Zahlenwerte usw. über den jeweiligen Menüpunkt "Drucken" direkt auf Ihren Drucker ausgeben. Zu diesen Unterprogrammen gehören:

- die analytische Funktionsdiskussion, die "kleine" oder umfangreiche Wertetabelle,
- die gebrochenrationalen Funktionen, Iterations- und numerische Integrationsverfahren
- die stetigen Verteilungen, Primzahlen und Spezielle Zahlen

Zusätzlich haben Sie die Möglichkeit über den Umweg "Speichern" als Textdatei und Ausdruck mittels verschiedener Textverarbeitungsprogramme unter Windows, z.B. 'Write', Ihre Ergebnisse in der von Ihnen gewünschten Form auszugeben. Ein Einbinden von Daten und graphischer Darstellung (über das "Kopieren in die Zwischenablage") in 'Write' ermöglicht das optimale Gestalten des persönlichen Ausdrucks.

Ausdruck der graphischen Darstellung
Für den Druck der graphischen Darstellung gelten die unter diesem Punkt gemachten besonderen Bemerkungen.

Drucker-Einrichtung

Auswahl eines anderen Druckers, als den in 'WINDOWS' festgelegten Standarddruckers.
Darüberhinaus können die Optionen des gewählten Druckers verändert werden. (z.B. Größe des Ausdrucks; Auflösung;usw...

Farbeinstellung

Auf Wunsch könnenGraphen von Funktionen farbig dargestellt werden. (Option: 'farbig') . Dazu ist je Funktion eine Farbe voreingestellt. Diese Einstellungen könnenSie ändern:
WählenSie in der Listbox die zu verändernde Funktion und rechts von den 16 möglichenFarben eine aus, wird die neue Farbgebung in der Initialisierungsdatei nach Programmende gespeichert. Beachten Sie jedoch stets die von Ihnen eingestellte Hintergrundfarbe.

Registrierung

WinFunktion ist ein Shareware-Programm. Haben Sie sich beim Autor registrieren lassen, erhalten Sie eine Registriernummer . Mit Hilfe dieser Nummer verwandeln Sie Ihre Shareware-Version in die registrierte Vollversion. Rufen Sie dazu diesen Menüpunktauf und geben Sie in den Feldern Ihren Namen, Ihre Adresse und die Registriernummer ein. Nach Quittierung mit [RETURN] und dem Unterbleiben einer Fehlermeldung besitzen Sie eine registrierte Version von WinFunktion .

Hinweis Sollte wider Erwarten die Umwandlung in die Vollversion trotz korrekt eingegebener Registriernummer nicht möglichsein, setzen Sie sich bitte mit dem Autor in Verbindung.
Beachten Sie: Die Weitergabe der Registriernummer an Dritte verstößt gegen das Urheberrecht.

Info über...

'WinFunktion' ist ein Shareware-Programm

Entsprechend dem Shareware-Prinzip kann und soll die Shareware-Version frei kopiert und weitergegeben werden. Nach einer Prüfzeit (etwa ein Monat) sollte aus Gründender Fairneßdie weitere Nutzung des Programms durch Registrierung; gegen eine geringe Gebühr; legalisiert werden.
GefälltIhnen dieses Programm und sind Sie an einer ständigenVerwendung interessiert, sollten Sie sich bei

Steffen Polster
Limbacher Straße350
09116 Chemnitz

unter Überweisungeines Betrages von 40 DM registrieren lassen.

Zur Registrierung benutzen Sie bitte das Registrierungsformular WINFKT.TXT, welches als von NOTEPAD lesbares File in Ihrem 'WinFunktion' Verzeichnis vorliegt.
Sie erhalten daraufhin die Registriernummer, welche die Sharewareversion in die Vollversion umwandelt, sowie das 120seitige Handbuch zum Programm in Form von 10 Textdateien, welche Sie mittels Windows-WRITE lesen und bearbeiten können.

Beachten Sie: Die Weitergabe der Vollversion verstößtgegen das Urheberrecht.

Die Sharewareversion kann maximal 30 Tage nach Installation getestet werden. Anschließenderscheint nach dem Start von WinFunktion die Meldung
Prüfzeitüberschritten! Lassen Sie sich bitte registrieren !
Ein Einsatz des Programms ist danach nicht mehr möglich.

Registrierte Nutzer werden überneue Versionen und Programmerweiterungen informiert, welche sie füreine Vorzugsgebührerwerben können.Zusätzlichsteht der Autor fürAnfragen zum Programm jeder Zeit zur Verfügung.
Leider könnenAnfragen im Moment nur schriftlich und nicht telefonisch entgegengenommen werden. Geben Sie bitte Ihre Telefonnummer füreinen Rückrufan.

Eine Bitte ...
Dieses Programm wurde von unterschiedlichen Anwendern getestet. Dennoch könnensich kleine Fehler eingeschlichen haben.
Ich bitte deshalb um Hinweise und Kritiken. Ideen; fürneue Programminhalte; sind ebenso willkommen.
Vielen Dank !

Haftungsausschluß

FürSchäden,die durch die Nutzung dieses Programms eintreten, wird keine Haftung übernommen.

Implementierte Funktionen

Das Programm 'WinFunktion' enthält einen Funktionsinterpreter , welcher es ermöglicht, über den Sprachumfang von 'TURBO PASCAL' hinaus, mathematische Operatoren und Funktionen zu definieren. Folgende Operationen und Standardfunktionen sind gegenwärtig nutzbar:

Operationen

+ - * /	Grundrechenoperationen
^	Potenzieren (schneller ist die Verwendung von '*')

Potenz- und Wurzelfunktionen

sqr(x)***	Quadrat von x, x reell
sqrt(x)	Quadratwurzel von x, x reell und x>=0

Trigonometrische Funktionen

sin(x)	Sinus-Funktion, x im Bogenmaß
cos(x)	Kosinus-Funktion, x im Bogenmaß
tan(x)	Tangens-Funktion, x im Bogenmaß
cot(x)	Kotangens-Funktion, x im Bogenmaß
arcsin(x)	Arkus-Sinus-Funktion, x reell
arccos(x)	Arkus-Kosinus-Funktion, x reell
arctan(x)	Arkus-Tangens-Funktion, x reell
sinh(x)	Sinus hyperbolicus-Funktion, x reell
cosh(x)	Kosinus hyperbolicus-Funktion, x reell
tanh(x)	Tangens hyperbolicus-Funktion, x reell
arsinh(x)	Area Sinus hyperbolicus-Funktion, x reell
arcosh(x)	Area Kosinus hyperbolicus-Funktion, x reell, x>=1
artanh(x)	Area Tangens hyperbolicus-Funktion, x reell, |x|<1
sec(x)***	Sekans-Funktion, x im Bogenmaß

Exponential- und Logarithmusfunktionen

exp(x)	Exponentialfunktion, x reell
ln(x)	Natürlicher Logarithmus, x positiv reell
lg(x)	Dekadischer Logarithmus, x positiv reell
ld(x)	Binärer Logarithmus, x positiv reell

Sonderfunktionen

abs(x)	Absoluter Betrag von x, x reell
int(x)	Integer-Funktion, d.h. größte ganze Zahl kleiner als x
sgn(x)	Vorzeichen von x, x reell
gamma(x)***	Gaußsche Gamma-Funktion, x reell

Mit (***) gekennzeichnete Funktionen werden nicht differenziert.

Parameter und Konstante

p,q,r	frei wählbare reelle Parameter
pi	Kreiszahl PI
k1,...k5	frei definierbare Konstanten

Verknüpfung von Funktionen

In der Definition der Funktionen 2 bis 4 können Verknüpfungen schon definierter Funktionen genutzt werden.

+ - * /	Addition,Subtraktion,... der Funktionen
f1(x)	Funktion 1
f2(x)	Funktion 2
f3(x)	Funktion 3
f4(x)	Funktion 4

Programmanforderungen / Hardwarevoraussetzungen

'WinFunktion' (Version 3.2) erfordert die graphische BenutzeroberflächeWINDOWS 3.1. Ein Einsatz im Real-Modus von WINDOWS 3.0 ist nicht möglich.

Daraus resultierend sind zu einem erfolgreichen Arbeiten folgende Voraussetzungen an die Hardware zu stellen:

- mindestens 286er Prozessor, besser 386er und höher

- mindestens 2Mbyte freier Speicher, besser 4 Mbyte und mehr

- VGA-Grafikkarte und Maus

Die Verwendung einer Maus ist zwingend, da nicht jede Funktion überTastatur angesprochen werden kann.

Ein Einsatz im erweiterten 386er-Modus von WINDOWS ist zu empfehlen.

Aufgetretene Probleme

'WinFunktion' (Version 3.2) wurde von verschiedenen Nutzern auf sehr unterschiedlichen Computern getestet.

Insgesamt traten keine gravierenden Probleme auf. Das Programm blieb stabil und beeinträchtige andere Tasks nicht.

Schwierigkeiten ergaben sich bei der Nutzung von Bildschirmschonern, welche sich auch bei laufender Bildschirmausgabe zuschalten, z.B. 'Sleeper' von Norton. Längerandauernde grafische Darstellungen konnten nur bei ausgeschaltetem Schoner fertig gestellt werden. Der Original-Bildschirmschoner von WINDOWS arbeitet dagegen korrekt.

Bei der Nutzung eines Computers mit 'nur' 286er-CPU und einem kleinen Hauptspeicher von 1 MByte kam es bei Aufruf der Online-Hilfe zu unterschiedlichsten, nicht vorhersehbaren Zeiten zu einem Festfahren des gesamten Systems. Die Ursache lag dabei im Mangel an verfügbaren Speicher.

Zu einem Schreibschutzfehler und Programmabbruch kam es bei dem Versuch, eine analytische Funktionsdiskussion der mehr als exotischen Funktion Y=X^X^X^X^X^X durchzuführen. Da davon ausgegangen werden kann, daß außerden Programmtestern niemand derartige, mathematisch nicht sehr sinnvolle, Funktionen nutzt, besteht dieses Problem gegenwärtig noch.

WinFunktion wurde in einem auf das Grundsystem vereinfachten Novell 2.1-Netz getestet. Die Ergebnisse waren befriedigend, wenn jeder Nutzer vollen Zugriff auf die Laufzeitbibliotheken und Dateien des Programms erhielt und eine eigene Initialisierungsdatei besaß. Modernere Netzwerksysteme konnten nicht überprüft werden.

Sollten dennoch Laufzeitfehler auftreten, so erbittet der Autor eine Mitteilung, welche Computertyp, Grafikkarte und Situation des Laufzeitfehlers enthalten sollte.

Tastaturbelegung

F1	Aufruf 'Hilfe zu WinFunktion'
F2	Funktionsbibliothek
F3	Formelsammlung ein- und ausschalten
F4	Graphische Darstellung
F5	Funktionseingabe
F6	Funktionsdiskussion
F7	Integration/Flächenberechnung
F8	Mathematische Kurven
F9	Gleichungssysteme
F11	Einstellen der Optionen
F12	Bildschirmschoner
Strg+F1	Hilfestellung 'Fehlermeldungen'
Strg+F2	Numerische Integration
Strg+F3	Fraktale Kurven
Strg+F4	Näherungsverfahren
Strg+F5	Langzahlarithmetik-Rechner
Strg+A	Ganzrationale Funktionen
Strg+B	Gebrochene Zahlen
Strg+C	Kombinatorik
Strg+D	Berechnungen am Dreieck
Strg+F	Zahlenfolgen
Strg+G	Gebrochenrationale Funktionen
Strg+H	Diskrete Verteilungen
Strg+I	Info über...
Strg+K	Kegelschnitte
Strg+L	Lineare Regression
Strg+M	Matrizen
Strg+N	Normalverteilung
Strg+O	Flächen2.Ordnung
Strg+P	Polyeder, Platonische Körper
Strg+Q	Determinanten
Strg+R	Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck
Strg+S	Statistik
Strg+T	Primzahltest, Faktorisieren
Strg+U	Zahluntersuchung
Strg+V	Vektoren
Strg+X	Funktionen F(X,Y)
ALT+F1	Hilfestellung 'Menü'
ALT+X	Programmende

Bei eingeschalteter Formelsammlung könnenSie mit den vier Cursortasten in dieser "Blättern".

Track-Pop-Up-Menu Hauptfenster

BetätigenSie innerhalb des Hauptfensters die rechte Maustaste erscheint an der aktuellen Mausposition ein "gleitendes" Pop-Up-Menü mit folgenden Funktionen:

Graph	- Anzeige der graphischen Darstellung
Optionen	- Dialogbox Programm-Optionen
Hilfe	- On-Line-Hilfe
Fkt-Eingabe	- Dialogbox Funktionseingabe
Diskussion	- Dialogbox Funktionsdiskussion
Neu	- Erzeugen einer neuen Datei 'Funktion 1'
Speichern	- Speichern der 'Funktion 1'
Drucken	- Drucken der Formelsammlung bzw. Datei 'Funktion 1'
Ende	- Programmende

Track-Pop-Up-Menu Grafikfenster

Innerhalb der Graphischen Darstellung beinhaltet dieses zusätzlicheMenü:

[nichts]	- Keine Wirkung, Menüwird vom Bildschirm gelöscht
Neu zeichnen	- Graph der Funktion, Kurve ... wird neu gezeichnet
Zeit	- Angabe der Darstellungszeit
Optionen	- Dialogbox Programm-Optionen
Größe	- Dialogbox Koordinatensystem-Größe
Farbe	- Dialogbox Farbeinstellung
Animation	- Start der Animation parameterhaltiger Funktionen, Kurven, Körper
Parameter	- Zeichnen parameterhaltiger Funktionen
Copy	- Kopieren in die Zwischenablage
Drucken	- Drucken der graphischen Darstellung
...zurück	- Schließender graphischen Darstellung

ZusätzlichkönnenSie bei der Darstellung des Schrägbildesoder einer 2-Tafel-Projektion eines Polyeders in diesem Menüwählen

X-Drehung	- Drehung des Körpersum 15 Grad bzgl. der X-Achse
Y-Drehung	- Drehung des Körpersum 15 Grad bzgl. der Y-Achse
Z-Drehung	- Drehung des Körpersum 15 Grad bzgl. der Z-Achse

Menüfunktionen

Datei

Neu	Öffnen einer neuen Datei 'Funktion 1'
Öffnen	Öffnen einer Datei 'Funktion 1'
Speichern	Speichern einer 'Funktion 1'- Datei
Schließen	Schließen einer 'Funktion 1'- Datei
Drucken	Datei / Formelsammlung drucken
Drucker-Einrichtung	Auswahl des Druckers
Optionen	Programm-Einstellungen/Systeminformationen
Farbeinstellung	Einstellung von Farben
Grafikfont	Einstellung des Grafikfonts
Ende	Programmende

Funktion

Funktionseingabe	Funktionseingabe
Funktionsdiskussion	Analytische Funktionsdiskussion
Integration	Integration/Flächenberechnung
Bibliothek	Funktionsbibliothek
Konstanten	Konstantendefinition
Wertetabelle	Wertetabelle
Formelsammlung	Formelsammlung
Graph.Darstellung	Aufruf der graphischen Darstellung

Analysis

Zahlenfolgen	Berechnung von Zahlenfolgen
Funktionen F(X,Y)	Dreidimensionale Funktionen/Implizite Kurven...
Ganzrationale Fkt.	Untersuchung ganzrationaler Funktionen
Gebr.rationale Fkt.	Untersuchung gebrochenrationaler Funktionen
Polynome	Polynomoperationen
St.def.Funktion	Stückweisedef.Funktion
Interpolation	Interpolationspolynom
Näherungsverfahren	Vergleich von Näherungsverfahren
Num.Integration	Numerische Integrationsverfahren

Kurve

Mathematische Kurven	Parameterhaltige Kurven
Kegelschnitte	Kurven 2.Ordnung
Flächen2.Ordnung	Ellipsoid, Paraboloid, Hyperboloid
Fraktale Kurven	Fraktale,Feigenbaum-Diagramme,Attraktoren

Stochastik

Kombinatorik	Permutation,Variation,Kombination
Statistik	Statistische Auswertung
Regression	Lineare und nichtlineare Regression
Diskrete Verteilungen	Binomial-, Poissonverteilung usw...
Stetige Verteilungen	t-,Chi²- Verteilung, Quantile...
Normal-Verteilung	GaußscheNormalverteilung
Statistik-Test	Tests von Mittelwerten und Häufigkeiten
Verteilungstest	Chi²- Anpassungstest
Wurfexperiment	Wurfexperiment
Zufallsgenerator	Zahlen-Zufallsgenerator

Algebra

Rechner	Aufruf des Taschenrechners
Gleichungssystem	Gleichungssysteme
Nichtlineares System	Nichtlineare Gleichungssysteme
Lineare Optimierung	Lineare Optimierung
Langarithmetik	Arithmetik fürlange ganze Zahlen
Primzahlen	Primzahlen/Primfaktorzerlegung
Zahl-Untersuchung	Primfaktorzerlegung usw.
Faktorisierung	Primzahltest, Pollard-Verfahren
ggT, kgV	ggT, kgV, Teiler, Produkt usw.
Komplexe Zahlen	einfache komplexe Berechnungen
Gebrochene Zahlen	Brüche,Dezimal- und Kettenbrüche
Spezielle Zahlen	PI, e, Soziale, Pythagoreische Zahlen
Vektoren	Vektoroperationen
Matrizen	Operationen mit Matrizen
Determinanten	Komplexwertige Determinanten
Aussagenlogik	Aussagenlogische Berechnungen

Geometrie

Rechtwinkl.Dreieck	Berechnungen am rechtw.Dreieck
Dreieck	Berechnungen am Dreieck

Polygon	Berechnungen an Polygonen, Abbildungen
Kreis/Ellipse/N-Eck	Berechnungen an Kreis/Ellipse/N-Eck
Koordinatensysteme	Koordinatensysteme,Kugeldreieck,Einschneiden
Kugel/Zylinder/Kegel	Berechnungen an Kugel/Zylinder/Kegel/Torus
Polyeder	Prisma,Tetraeder,Hexaeder,Oktaeder ...
Geraden im Raum	Lagebeziehung, Gleichung von Geraden
Ebenen im Raum	Gleichungen von Ebenen im Raum

Anwendung

Zinsrechnung	Zins- und Rentenrechnung
Turing-Maschine	Simulation einer Turing-Maschine
'Game of Life'	Populationssimulation
Astr.Koordinaten	Umwandlung astronomischer Koordinaten
Geometrie auf der Erde	Entfernungen und Zeiten
Kalender	Kalenderrechnung

Hilfe

Inhalt	Aufruf des Hilfetextes
Fehlermeldungen	Anzeige der Fehlermeldungen
Tastatur	Hilfestellung Tastaturbelegung
Menü	Hilfestellung Menüfunktionen
Info über..	Autoren-Hinweis

Konstantendefinition

Insbesondere bei der Definition längererFunktionsgleichungen, welche mathematische oder physikalische Konstanten enthalten, kann das Eingabefeld nicht ausreichen. Außerdemwird die Gleichung unübersichtlich.Neben der unter PASCAL definierten Kreiszahl PI könnenSie in diesem Unterprogramm fünfkonstante Größenb K1 bis K5 festlegen.

Fürdie Konstanten K1 bis K4 finden Sie eine aufklappbare Box, in welcher Sie Ihre Konstante auswählenkönnen.Konstante K5 ist in einer Eingabezeile frei wählbar.
MöchtenSie die vier vordefinierten Werte erweitern, so tragen Sie im Feld Numerischer Wert Ihre Konstante ein und bestätigenSie mit [NEU]. Danach könnenSie in jeder Box die neue Zahl wählen.
Die Eingabezeile fürKonstante K5 ist vorgesehen, um nur kurzzeitig benötigteWerte festzulegen, ohne diese in einer Bibliothek dauerhaft zu speichern.

MöchtenSie einen neuen Wert fürdie Bibliothek festlegen, so könnenSie als kleine Gedankenstützehinter dem numerischen Wert ein Semikolon und anschließendbeliebige Zeichen eingeben. Diese Bemerkung wird ebenfalls dauerhaft aufbewahrt.
Neben der Eingabe des Wertes als Zahl besteht auch die Möglichkeit,in der Eingabezeile "Numer.Wert" Terme der Form
SQRT(PI), LN(5), 2+SIN(4)
usw. einzutragen. Voraussetzung ist, daßdiese Terme den allgemeinen Regeln in WinFunktion entsprechen.
Nach der Quittierung mit [NEU] wandelt das Programm Ihre Eingabe selbständigin einen numerischen Wert um. Nutzen Sie diese Variante, könnenSie ebenfalls einen Kommentar nach einem Semikolon anfügen.

Diese Konstanten könnenin jeder Funktionsgleichung, Wertetabelle usw. genutzt werden. Gleichungen, welche "K1" bis "K5" enthalten, könnenebenso differenziert werden.
Beispiel: Entsprechend den obigen Einstellungen könnenSie anstelle von Y=EXP(X) auch Y=K1^X verwenden.

Virenselbsttest

WinFunktion enthält eine Routine zum Selbsttest des Programms auf Veränderung des Programmcodes.
Während der Startphase des Programms wird dieser Test mit der Meldung

Moment bitte ! Virentest läuft!

aufgerufen.
Sollte ein Computervirus Ihr Programm beeinflußt haben, wird dieses erkannt und die Startphase mit der Meldung
Fehler im Anwendungsprogramm
abgebrochen.

Haben Sie selbst keine unberechtigten "Patch"-Versuche am Programm unternommen, sollten Sie in diesem Fall ein Virentestprogramm ablaufen lassen. Wird kein Virus gefunden und sind Sie sich selbst "keiner Schuld bewußt", wenden Sie sich bitte unter Angabe der konkreten Situation an den Autor.

Anmerkung für alle "Hacker": Dieser Selbsttest ist sicher ! Jegliche Versuche, den Programmcode oder Ressourcen zu ändern, sind von vornherein auf Grund der Komplexität des Tests zum Scheidern verurteilt.
'Zig Stunden Hacker-Tätigkeit, schlaflose Nächte, usw.... lohnen nicht; bei nur 40 DM Registriergebühr.

Simulation einer Turing-Maschine

WinFunktion enthältmit diesem Programm eine Möglichkeit,die 1936 von Alan Turing erdachte Maschine zu simulieren.
Nach Eingabe einer Turing-Tafel und einer Start-Bandinschrift könnenSie den Lauf verfolgen.

Zur genauen Beschreibung lesen Sie bitte im Handbuch nach.

Einstellung des Grafikfonts

Zur Beschriftung der Koordinatenachsen und der Ausgabe der Funktions- bzw. Kurvenbezeichnungen wird voreingestellt die Schriftart "MS Sans Serif" genutzt. In diesem Unterprogramm könnenSie diese Einstellung gegen eine beliebige auf Ihrem Rechner installierte Schriftart tauschen.

Zu beachten ist, daßunabhängigvon Ihrer Einstellung der Farbe der Schrift diese stets enstprechend den Regeln von WinFunktion genutzt wird. Ebenso wird Ihre Wahl nach Verlassen von WinFunktion wieder verworfen.

Zufallsgenerator

Eng verbunden mit mathematischen Problemen der Stochastik und Simulation ist die Bestimmung von Zufallszahlen. Neben dem in Turbo Pascal enthaltenen Zufallsgenerator könnenauch andere eingesetzt werden. Der Fibonacci-Generator ist vermutlich das einfachste Verfahren zweiter Ordnung zur Erzeugung von Zufallszahlen.
Testet man diesen Generator auf Gleichverteilung, z.B. mit Hilfe des Chi²- Verteilungstests, so könnendiese Zahlen tatsächlichals gleichmäßigverteilt angesehen werden. Das äußerstVerblüffendeist nun, daßdieser Zufallszahlengenerator nicht (!) fürdie Darstellung eines Chaos-Spiels geeignet ist, d.h. mit diesem kann kein Sierpinski-Dreieck erzeugt werden. Offenbar müssenan einen Zufallsgenerator Forderungen gestellt werden, welche statische Tests nicht immer nachweisen.

Diese Forderungen werden von den zwei anderen Generatoren erfüllt.
Desweiteren legen Sie fest, ob Sie gleich- oder Gauß-normalverteilte (Varianz 1) Zahlen erhalten möchten.
In den Schaltfeldern "reelle Zahlen" bzw. "ganze Zahlen" könnenSie entscheiden, auf welchen Zahlbereich die Zufallszahlen transformiert werden.
Über"Speichern" erhalten Sie eine Textdatei der Zahlen, über"Drucken´" werden Ihre Werte auf den Drucker ausgegeben.
Beachten Sie: Ist die Listbox nicht mehr in der Lage weitere Zufallszahlen aufzunehmen, erscheint die Fehlermeldung
Abbruch der Berechnung ! Listbox kann keine weiteren Werte aufnehmen !

Komplexwertige Determinanten

WinFunktion enthältmit diesem Programm die Möglichkeit,bis zu 12reihige Determinanten im Bereich der komplexen Zahlen zu berechnen.

Zur genauen Beschreibung lesen Sie bitte im Handbuch nach.

Faktorisierung

Eines der anspruchsvollsten mathematischen und rechentechnischen Probleme ist die Faktorisierung sehr großerZahlen. Mehr als 30 stellige Zahlen sind heutzutage nur auf Supercomputern in vertretbarer Zeit faktorisierbar. Computer, wie das MPP (Massively Parallel Processor, mit 16384 Parallelprozessoren !!) benötigenfür50 bis 60 stellige Zahlen etwa eine Stunde Rechenzeit.
Dabei ist es nicht mehr möglich,die gegebene Zahl mittels Testdivisionen zu zerlegen. Füreine nur(!) 18stellige Zahl wärendies etwa 500 Millionen Divisionen. Ausweg aus dem Problem geben drei Verfahren, der Primzahltest nach Fermat, der Miller-Rabin-Test und das Pollard-Verfahren.

In WinFunktion haben Sie die Möglichkeiteine bis zu 30stellige Zahl n einzugeben. Fürdiese wird der Fermat-Test durchgeführt.Findet das Programm einen Rest 2, so ist die Wahrscheinlichkeit sehr groß,daßn eine Primzahl ist. Ist der ermittelte Rest verschieden 2, ist die Zahl n garantiert zusammengesetzt. Deutet der Fermattest mit der Basis 2 auf eine Primzahl hin, wird zusätzlichnoch der Test mit Basis 3 durchgeführt,womit alle Zahlen, welche nur pseudoprim zu 2 sind, ausgesondert werden können.
Sollte der Fermattest keine Zerlegbarkeit nachweisen, könnenSie durch Zuschalten des Markierungsfeldes "Miller-Rabin-Test" einen zusätzlichenTest durchführen.Dieser wird füralle Primzahlbasen von 2 bis voreingestellt 19 durchgeführt,was i.A. genügensollte, da Sie mit etwa einer Irrtumswahrscheinlchkeit von 10-9 alle zerlegbaren Zahlen finden. Mit höchsterWahrscheinlichkeit ist fürden Bereich der in WinFunktion untersuchbaren Zahlen von 100 bis 1032 der Test mit maximaler Basis 19 sicher.

Beachten Sie: Der Miller-Rabin-Test erfordert fürlange Zahlen sehr viel Zeit. Abbrechen könnenSie diesen mit einem Tastendruck, jedoch nur nach Ablauf der vollständigenUntersuchung der gerade getesteten Basis.

Ist bekannt, daßeine Zahl n zerlegbar ist, kann nach Primteilern gesucht werden. Das gegenwärtigschnellste und verblüffendste Verfahren ist eine Monte-Carlo-Methode, welche von Pollard entwickelt wurde. Währendetwa 50 Millionen Testdivisionen fürdie z. B. 17stellige Zahl '11111111111111111' notwendig sind, genügenim Mittel nach Pollard 12000.
Vorsicht ist aber dennoch geboten. Der Vorteil einer geringeren Anzahl von Tests wird durch den erhöhtenAufwand fürkleine Zahlen bis etwa 14-15 Stellen wieder aufgehoben. Erst jenseits von 20 Ziffern kommt das Verfahren voll zur Wirkung, allerdings haben hier Personalcomputer ihre Leistungsgrenze fast schon erreicht.

In diesem Unterprogramm könnenSie nach dem Fermat-Primzahltest, Teiler der Zahl mittels Pollard-p-Verfahren und einem von Brent modifizierten Verfahren suchen lassen. Währendder Rechnung wird Ihnen die durchschnittlich notwendige Schrittzahl sowie die geschätztenotwendige Rechenzeit angezeigt. Die Bestimmung dieser Werte geht vom ungünstigstenFall aus, daßdie Zahl n aus genau zwei etwa gleich großenPrimteilern besteht. In der Praxis ist dies meist nicht so, so daßdie notwendige Rechenzeit oft wesentlich kürzer ist.
Wurde durch den Fermattest die Zahl n als Primzahl oder pseudoprim erkannt, und ist n tatsächlichPrimzahl, ermittelt das Pollard-Verfahren den Teiler 1. Die dazu notwendigen Schritte betragen mitunter das Mehrfache (!) der geschätztendurchschnittlichen Schrittzahl.Das modifizierte Brent-Pollard-Verfahren reduziert den Rechenaufwand je Schritt, benötigtaber mitunter mehr Durchläufe, so daßvon Fall zu Fall das eine oder das andere Verfahren effektiver ist. Leider weißman dies aber nicht vorher.
Abbrechen könnenSie jederzeit mittels Tastendruck.

Fürkleine Zahlen sollten Sie das Unterprogramm "Zahluntersuchung" nutzen.
Zur mathematischen Beschreibung der Verfahren lesen Sie bitte im Handbuch nach.

Lineare Optimierung

Mathematische Methoden werden in nahezu allen Wissenschaften angewandt. Der vermutlich am häufigsten genutzte Algorithmus ist der Simplex-Algorithmus zur Lösung einer Optimierungsaufgabe.

Die Aufgabenstellung der linearen Optimierung besteht darin, für eine von mehreren Größen abhängige lineare Funktion unter Beachtung einer Vielzahl von Nebenbedingungen ein Optimum, d.h. ein Maximum oder Minimum zu suchen.

Begründet wurde dieses Teilgebiet durch den sowjetischen Mathematiker Kantorowitsch 1939. Auf ihn geht das Verfahren der Lösungsfaktoren zurück. Das heute hauptsächlich eingesetzte Lösungsverfahren, das Simplex-Verfahren, wurde 1947 durch Dantzig gefunden. Weiterentwicklungen führten dazu, daß 1963 Probleme mit 32000 (!) Bedingungen und 2 Millionen (!) Variablen rechentechnisch aufgelöst werden konnten.
Die Bedeutung dieses Gebietes liegt vor allem in wirtschaftsmathematischen Anwendungen.

In WinFunktion wird der Simplex-Algorithmus mit maximal 4 Variablen und 8 Nebenbedingungen realisiert. Besteht z.B. folgende Aufgabenstellung,
Beispiel: Die Größe z sei von a und b mit z = a + 4b (Zielfunktion) abhängig, wobei für die Variablen a und b vier Nebenbedingungen gelten sollen: a
>=0, b >=0, 2a + 3b <=4 und 3a + b <=3
Gesucht ist die Belegung von a und b für die die Größe z ein Maximum erreicht.

so geben Sie die Koeffizienten der Zielfunktion in den Feldern sowie die 4 Nebenbedingungen ein. Dabei ist zu beachten, daß keine Multiplikations- oder Divisionszeichen auftreten dürfen. Außerdem ist für ">=" nur ">" bzw. für "<=" nur ">" einzugeben. Wählen Sie zusätzlich "Maximum" und quittieren mit Lösung ermittelt das Programm das Maximum für z, im Beispiel z = 5.33 mit a = 0 und b = 1.33.

Populationssimulation 'Game of Life'

Mit der aufkommenden Computertechnik und vielversprechenden Ergebnissen der Chaosforschung trat vor Jahren erneut die Problematik der Untersuchung einer Populationsdynamik in den Vordergrund. An dieser Stelle setzt der Gedanke ein, Populationsverhalten mittels komplexer Systeme auf Computern zu simulieren.

Durch Conway wurde ein System, das "Game of Life" geschaffen, welches mit einfachen Regeln gestattet, die Dynamik von Anfangssituationen zu simulieren.
In der Ebene werden 'lebende' und 'tote' Zellen betrachtet. Dieses Zellmuster entwickelt sich von Generation zu Generation nach folgenden Regeln:

1. Eine lebende Zelle stirbt genau dann, wenn sie weniger als zwei oder mehr als drei lebende Nachbarn besitzt
2. Eine tote Zelle wird lebendig, wenn sie genau drei lebende Nachbarn besitzt, d.h. mindestens drei und höchstensdrei.

In WinFunktion wurde die Conway-Simulation modifiziert. "Spielfeld" ist eine 48 x 48 Felder großeEbene. Es werden drei Arten von Zellen betrachtet, die zwei klassischen Arten, "lebende" und "tote" Zellen, sowie "feste Zellen", welche ständigleben', d.h. nicht absterben können.
Nach dem Start des Programms sind die ursprünglichenRegeln fürGeburt und Tod eingestellt. Nach den vier, oben genannten, Zahlen wird dies auch Life-2333 genannt. Überden Menüpunkt"Optionen" könnenSie diese Werte verändernund somit völligandere Verhaltensmuster simulieren.

Ihre Anfangskonfiguration erzeugen Sie entweder durch Laden eines gespeicherten Bildes überden Menüpunkt"Datei...Laden", durch die Wahl von "Datei...Zufall", wodurch eine zufälligePopulation erzeugt wird oder überlinke und rechte Maustaste.
Klicken Sie ein leeres Feld mit der linken Maustaste an, erzeugen Sie eine lebende Zelle, mit der rechten Maustaste eine feste Zelle. Klicken Sie ein belegtes Feld an, wird dieses gelöschtNach der Eingabe könnenSie Ihre Konfiguration über"Datei...Speichern" dauerhaft aufbewahren.

Die Simulation starten Sie über"Start". Unterbrechen könnenSie, indem Sie mit der Maus auf das Spielfeld klicken. Erneuter Start setzt an der Unterbrechungsstelle fort.Sind zwei aufeinanderfolgende Generationen identisch, stopt WinFunktion automatisch. Löschendes Feldes und Zurücksetzenaller Werte erreichen Sie mittels "Datei...Zurücksetzen".

Währendder Simulation wird die Anzahl lebender Zellen gespeichert. WünschenSie die Darstellung der Populationsentwicklung, so rufen Sie über"Datei...Diagramm" das Diagrammfenster auf, in welchem die Zellenzahl in Abhängigkeitvon den Genrationen angezeigt wird.

Zu den Simulationen '3D- Life', 'Donnelly- Simulation' und 'Wa- Tor' lesen Sie bitte in den Handbuch-Dateien.

Statistische Tests auf Mittelwert und Häufigkeiten

In der Praxis der mathematischen Statistik spielen Tests von Zufallsgrößen eine hervorragende Rolle.
In diesem Unterprogramm können Sie 3 auf der Student-t-Verteilung basierende Tests von normalverteilten Größen durchführen:

1. Test eines normalverteilten Stichprobenmittelwertes
2. Test zweier normalverteilter Stichprobenmittelwerte
3. Test einer Stichprobenhäufigkeit

Zu weiteren Erläuterung lesen Sie bitte im Handbuch nach.

Chi²- Verteilungstest

Dieses Unterprogramm ermöglichtden Test einer Datenmenge auf Gleich- und Normalverteilung sowie den Vergleich zweier Stichproben.
Lesen Sie bitte im Handbuch nach. Danke !

Stückweisedefinierte Funktionen

Mitunter treten mathematische Funktionen auf, welche nicht überihren gesamten Definitionsbereich mit ein und derselben Definitionsgleichung beschreibbar sind. Derartige stückweise(in Intervallen) definierte Funktionen könnenSie in diesem Unterprogramm darstellen. Dabei ist die Anzahl der Teilfunktionen auf vier beschränkt.

Geben Sie dazu in den vier Zeilen die Funktionsgleichung Ihrer Teilfunktionen ein. Rechts neben den Gleichungen könnenSie den entsprechenden Definitionsbereich festlegen. Fürnegatives oder positives Unendlich wählenSie eine entsprechend kleine bzw. große Zahl. Vorgegeben sind dafürz.B. -1000 und 1000.

Auch diese Funktionsgleichungen könnendie Parameter P und Q enthalten. Beachten Sie aber, daßeine Animation nicht möglichist. Dagegen könnenSie überden Menüpunkt"Parameter" des Grafikfensters wieder die Änderungder Funktionsbilder in Abhängigkeitvon P und Q schrittweise verfolgen.

Polynom-Operationen

Nach dem Hauptsatz fürganzrationale Gleichungen (Funktionen) läßtsich jedes Polynom, wenn es eine Lösungx0 besitzt (Nullstelle der Funktion), durch Abspalten des Binoms (x - x0) auf n-1.Grad reduzieren. Die dazu notwendige Polynomdivision kann man auf die Division beliebiger Polynome erweitern.
In diesem Unterprogramm geben Sie zwei ganzrationale Terme a und b (maximal 8.Grades) ein. Nach Betätigenvon [Lösung]ermittelt WinFunktion die Summe beider Polynome, deren Produkt sowie den Quotienten. Fürdie Division erhalten Sie das abspaltbare ganzrationale Polynom sowie das verbleibende Restpolynom der Division.

Markieren Sie die Felder "Bild", so könnenSie die zu den Polynomen gehörendenganzrationalen Funktionen graphisch darstellen.

Kalenderrechnung

Kalender bieten Gelegenheit zu einfachen aber aufwendigen Berechnungen. Insbesondere die Bestimmung der veränderlichen Feiertage erfordert mehrere Überlegungen.
Nach Aufruf dieses Unterprogramms berechnet WinFunktion fürden aktuellen Monat den Kalender und stellt diesen dar. An den Rollbalken könnenSie Monat und Jahr ändern.Geben Sie Zahlenwerte in die Felder ein, ist mit [RETURN] zu bestätigen.

Grundlage der Berechnung ist der Gregorianische Kalender: Vor 1583 wird automatisch zum Julianischen Kalender geschaltet, womit z.B. das Osterfest auch vor dem Jahr 1582 korrekt ausgewertet wird. Die maximale Laufzeit ist das Jahr 8200. Jahre mit negativen Jahreszahlen könnennicht genutzt werden.

Zusätzlichträgtdas Programm die wesentlichsten Feiertage im deutschsprachigen Raum ein, d.h.Neujahr, Heilige 3 Könige,Karfreitag, Ostern, Maifeiertag, Himmelfahrt, Pfingsten, Fronleichnam, Reformationstag (Halloween), Allerheiligen, Bußtagund Weihnachten.
Da WinFunktion kein Terminkalender oder ähnlichesdarstellt, sondern ausschließlichdie mathematische Berechnung im Vordergrund steht, wirkt ein Kalender mit den wenigen Feiertagen etwas leer. Deshalb werden außerdemdie Geburtstage von über100 bedeutenden Mathematikern (mit der Nummer des Jahrestages) eingetragen.

Mittels aufwendiger Berechnungen erhalten Sie fürjeden Monat das Datum des Vollmondes angezeigt.
Weiterhin könnenSie die Zeitdauer zwischen 2 Daten ermitteln. Tragen Sie Start- und Zieldatum im Format dd.mm.jjjj ein und betätigenSie [Lösung] Zeitdifferenzen könnenSie ab dem 1.1. des Jahres 1 berechnen lassen.
Zu beachten ist, daßim Ergebnis der Starttag aber nicht der Zieltag enthalten sind.

Astronomische Koordinaten

Fürastronomische Beobachtungen sind drei Koordinatensysteme
- das Horizontsystem
- das rotierende Äquatorsystem
- und das das ruhende Äquatorsystem

von Bedeutung.
Dieses Unterprogramm ermöglichtdie Transformation der Koordinaten in Abhängigkeitvon Zeit, Datum und Beobachtungsort ineinander. WählenSie zuerst an den oberen Rollbalken Zeit und Datum. Entsprechend dem gewähltenOrt (siehe 'Ortsbibliothek') wird sofort die diesen Daten zugehörigeSternzeit ermittelt und angezeigt.
Je nach Wahl der einzugebenden Koordinaten (an den Schaltfeldern) und der Quittierung mit [Lösung]transformiert WinFunktion die Werte in die zwei anderen Systeme.

Ephemeriden / Berechnung von Planetenpositionen

Fürastronomisch Interessierte ist die Kenntnis der aktuellen Planetenpositionen vonBedeutung. Tabellenwerke sind dabei wertvolle Hilfe, enthalten aber meist nur Werte fürjeweilsein Jahr und einen Berechnungsort (in Mitteleuropa ein Standardort mit 50 Grad geografischerBreite und 15 Grad geografischer Länge)

WinFunktion ermöglichteine Berechnunginteressanter Planetenparameter (Ephemeriden) fürbeliebige Orte und mehrere Jahre genau.

Nach der Wahl des Datums an den Rollbalken berechnet das Programm Ihnen fürdie mit relativen einfachen astronomischen Mitteln zu beobachtenden Planeten

Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun

die aktuellen Ephemeriden. Dazu gehören:
- Heliozentrische Längel in Grad
- Geozentrische Längel und Breite b in Grad
- Abstand von der Erde a in Astronomischen Einheiten
- Rektaszension (h min) und Deklination (ø)
- scheinbarer Durchmesser in "
- scheinbare Helligkeit in mag
- Aufgangszeit und Untergangszeit am gewähltenTag bzgl. des eingestellten Beobachtungsortes

Befindet sich der Beobachtungsort innerhalb der Polarkreise, kennzeichnet die Meldung sichtbar bzw. unsichtbar, daßder Planet ständig sichtbar ist bzw. am jeweiligen Tag nicht aufgeht.

Die Orts-Bibliothek könnenSie durch Anklicken des entsprechendenMenüpunkteserweitern.

Das Hauptmenüerreicht man überden Menüpunkt... zurück.

Berechnung an Polygonen / Affine Abbildungen

WinFunktion ermöglichtIhnen, Berechnungen an Polygonen (Dreieck bis 10-Eck) durchzuführen,d.h. nach der Eingabe der kartesischen Koordinaten der Eckpunkte

die Fläche,den Umfang sowie
die Koordinaten des Ecken- bzw. Flächenschwerpunkteszu berechnen.

Ist das Polygon konvex oder konkav ist die Ermittlung des Flächenschwerpunktesmöglich,ist das N-Eck "überschlagen",d.h. zwei Seiten kreuzen sich; nicht.
Negativer Flächeninhaltbedeutet, daßdie Reihenfolge der Punkte entgegen der mathematisch positiven Richtung eingegeben wurden (in Uhrzeigerrrichtung). WählenSie den Schalter [Abbildung], stellt WinFunktion das N-Eck dar.

Abbildungen in der Ebene

ZusätzlichkönnenSie das Polygon in der Ebene einfachen affinen Transformationen unterziehen. Sie könnenwählenunter:

Verschiebung
Spiegelung an Geraden
Punktspiegelung
Streckung (zentrisch)
Drehung
In den 5 aufklappbaren Boxen wählenSie die gewünschteTransformation. In den rechts davon befindlichen Feldern tragen Sie die entsprechenden Parameter ein, wobei gilt:

- Nach "in x-Richt.", "y-Richt.", "an x=", "an y=", "um x=", "um y=" und "Faktor" wird eine reelle Zahl erwartet.
- Nach "Winkel" wird ein Winkel im Gradmaßerwartet
- Nach "von P(x,y)" und "bis Q(x,y)" müssenzwei durch Komma (!) getrennte Koordinaten eigegeben werden.

Nach [Lösung]ermittelt das Unterprogramm die Eckpunktkoordinaten der transformierten N-Ecke. Nach [Abbildung] erhalten Sie eine graphische Darstellung. WählenSie "Hilfslinien" trägtWinFunktion zusätzlichLinien ein, welche die Transformation verdeutlichen. Drehungen werden in mathematisch positiver Richtung gezeichnet.

Flächen2.Ordnung

Als Flächen2.Ordnung des Raumes werden solche Punktmengen bezeichnet, deren Koordinaten folgender Gleichung genügen:
a(11)x^2+a(22)y^2+a(33)z^2+2*a(12)xy+2*a(13)az+2*a(23)yz+2*a(1)x+2*a(2)y+2*a(3)z+a=0
Wie bei den Kegelschnitten (Kurven 2.Ordnung) strebt man zuerst eine Orientierung dieser Flächelängsder drei Koordinatenachsen an. Nach dieser Hauptachsentransformation gelangt man zur Normalform einer Fläche2.Ordnung. Entweder könnenalle gemischt-quadratischen und linearen Glieder entfernt werden

Normalform 1: b1*x^2+b2*y^2+b3*z^2+c=0

oder ein lineares Glied bleibt erhalten

Normalform 2: b1*x^2+b2*y^2+m*z+n=0

Durch Umbennen der Koordinaten kann stets erreicht werden, daßz linear vorliegt.

WinFunktion ermöglichtin diesem Unterprogramm die Koeffizienteneingabe der Normalformen und ermittelt daraus die zugehörige Flächezweiter Ordnung, neben singulärenGebilden, Doppelkegeln, Ebenen usw.... sind vor allem 3 Flächenvon Bedeutung. Insgesamt werden 17 verschiedene Ergebnisse ermittelt.

Ellipsoid

Sind in der Normalform 1 die Koeffizienten bi positiv und das Absolutglied c negativ, so kann die Gleichung in die Form x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1 gebracht werden und beschreibt ein Ellipsoid. Füra=b=c liegt der Sonderfall einer Kugel vor. a,b,c sind die Halbachsen des Ellipsoids.

Paraboloid

Konnte die allgemeine Gleichung nur auf eine Gleichung der Normalform 2 reduziert werden, stellt die untersuchte Flächeein elliptisches Paraboloid, ein hyperbolisches Paraboloid oder einen parabolischen Zylinder dar.

Hyperboloid

Sind in der Normalform 1 zwei der Koeffizienten bi positiv einer negativ und das Absolutglied c negativ, so kann die Gleichung in die Form x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/c^2 = 1 gebracht werden und beschreibt ein einschaliges Hyperboloid, wobei a und b reelle Halbachsen sind. Ist das Absolutglied c positiv, liegt ein zweischaliges Hyperboloid vor.

Nach der Wahl der "Auflösungin y-Richtung" (Voreinstellung 0.02) könnenSie mit dem Schalter [Grafik] Ihre Fläche2.Ordnung darstellen lassen. Gezeichnet werden Ellipsoid, Hyperboloid (ein- oder zweischalig), Paraboloid (elliptisch, hyperbolisch...), Zylinder und Doppekegel.
Durch Experimentieren mit der Grafikauflösung('Optionen') in x-Richtung könnenSie Ihr gewünschtesBild erzeugen.

Mit dem Menüpunkt"...zurück"gelangen Sie erneut zum Hauptfenster.

Aussagenlogische Berechnungen

Sachverhalte der Realitätwerden in Form von Aussagen erfaßt.Mathematische Aussagen könneneinen der beiden Wahrheitswerte 'Wahr' (1,TRUE) oder 'Falsch' (0,FALSE) annehmen.

Mittels klassischer Aussagefunktionen könnenzusammengesetzte Aussagen auf ihren Wahrheitswert geprüftwerden. In WinFunktion sind als Aussagefunktionen vordefiniert:

1. Negation (NOT, Nicht): Operator: -
... ist eine einstellige Aussagefunktion, welche genau dann wahr ist, wenn die Ausgangsaussage falsch ist.
2. Konjunktion (AND, Und): Operator: + oder &
... ist wahr, wenn beide Aussagen gleichzeitig wahr sind.
3. Disjunktion (OR, Oder): Operator: * oder |
... ist wahr, wenn einer der beiden Aussagen wahr ist.
4. Alternative (XOR, Entweder Oder): Operator: #
... ist wahr, wenn entweder die eine oder die andere Aussage wahr ist.
5. Implikation (Wenn ... so): Operator: >
... ist nur falsch, wenn aus einer wahren Aussage eine falsche geschlußfolgertwerden soll.
6. Äquivalenz(Genau dann, wenn): Operator: =
... ist wahr, wenn beide Aussagen gleichen Wahrheitswert besitzen.
7. NAND-Operation: Operator: /
... ist wahr, wenn beide Aussagen falsch sind. Diese Operation entspricht -A & -B.
8. NOR-Operation: Operator: \
... ist falsch, wenn beide Aussagen wahr sind. Diese Operation entspricht -A | -B.

In diesem Unterprogramm könnenSie bis zu fünfAussagen (A,B,C,D und E) durch diese fünfFunktionen verknüpfen.Nach Quittierung mit dem Schalter "Lösung"wird eine Wahrheitswertetabelle füralle möglichenBelegungen der Aussagen mit "Wahr (1)" oder "Falsch (0)" bestimmt.

Die besondere Bedeutung derartiger Aussagenverbindungen liegt in der Begründungmathematischer Beweistechniken, bildet die Grundlage der Mengentheorie und findet sich in der Schaltalgebra wieder.
Das Hauptfenster erreichen Sie überden Menüpunkt... zurück

Gebrochenrationale Funktionen