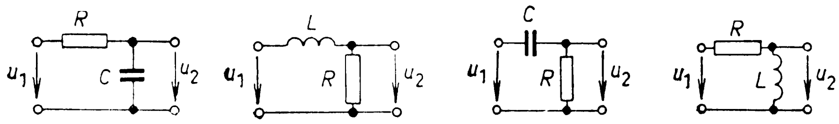
Komplexní lineární dvojbrany

Komplexní lineární dvojbran vznikne uspořádáním odporové a reaktanční součástky tak, že zapojení má *dvojici vstupních* a *dvojici výstupních svorek.*



Obr. 1. Komplexní lineární dvojbrany – integrační články RC a RL a derivační články RC a RL

Postup při vyšetřování přenosových vlastností těchto obvodů budeme nyní demonstrovat na *integračním článku.* Charakteristickou veličinou je *napěťový přenos článku*. Pro článek RC je

$$A = \frac{u_2}{u_1} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{\dfrac{1 + j\omega RC}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

a pro článek RL

$$A = \frac{u_2}{u_1} = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega \dfrac{L}{R}}$$

Jak výraz RC, tak $\dfrac{L}{R}$ mají rozměr času a nazývají se *časovou konstantou obvodu* τ. Pomocí této konstanty definujeme *mezní kmitočet obvodu*

$$\omega_m = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega_m} \Rightarrow f_m = \frac{1}{2\pi RC}$$

Dosadíme tedy za RC a $\dfrac{L}{R}$ výraz $\dfrac{1}{\omega_m}$

$$A = \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_m}} = \frac{1}{1 + j\dfrac{f}{f_m}} \text{ a tedy } A = \frac{1}{1 + j\dfrac{f}{f_m}} \frac{1 - j\dfrac{f}{f_m}}{1 - j\dfrac{f}{f_m}} = \frac{1 - j\dfrac{f}{f_m}}{1 + \left(\dfrac{f}{f_m}\right)^2}$$

což platí jak pro integrační článek RC, tak RL

Nyní vyjádříme absolutní hodnotu přenosu

$$|A| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}$$

A samozřejmě absolutní hodnotu přenosu v poměrných jednotkách (dB)

$$a = 20.\log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}$$

Použitím vět o logaritmování získáme

$$a = 20.\log \left[1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}20.\log \left[1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2\right] = -10.\log \left[1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2\right]$$

Proveďme nyní rozbor pro oblast nízkých kmitočtů a vysokých kmitočtů.
Pro oblast nízkých kmitočtů, kdy $\frac{f}{f_m} \ll 1$, jej oproti jedničce zanedbáme a dostáváme

$$a = -10.\log 1 = 0 \qquad \text{(to je rovnice asymptoty pro } \frac{f}{f_m} \longrightarrow -\infty)$$

pro oblast vysokých kmitočtů, kdy $\frac{f}{f_m} \gg 1$, zanedbáme jedničku a dostáváme

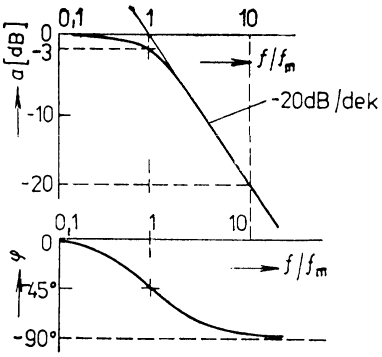
$$a = -10.\log \left(\frac{f}{f_m}\right)^2 = -20.\log \frac{f}{f_m} \qquad \text{(to je rovnice asymptoty pro } \frac{\mathrm{f}}{\mathrm{f_m}} \longrightarrow \infty)$$

Asymptota pro má sklon $-20\,\mathrm{dB/dek}$.

V praxi se někdy skutečná charakteristika takového dvojbranu nahradí pouze jejími asymptotami, největší chyba takového nahrazení je pak při $\frac{f}{f_m} = 1$ a jsou to $3\,\mathrm{dB}$.

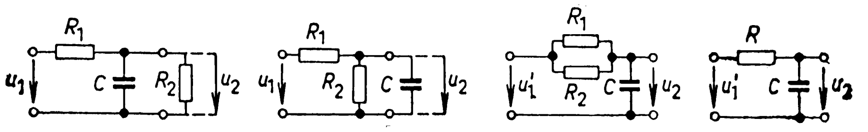
Fázový posuv φ

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\Im(A)}{\Re(A)} = \operatorname{arctg} \frac{\dfrac{-\frac{f}{f_m}}{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}{\dfrac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}} = \operatorname{arctg} -\frac{f}{f_m} = -\operatorname{arctg} \frac{f}{f_m}$$



Obr. 2. Kmitočtové charakteristiky integračního článku RC a RL

Doposud jsme uvažovali články nezatížené, což však v praxi v mnoha případech nelze zajistit, častěji se setkáme s *články zatíženými.* Postup při vyšetřování přenosových vlastností zatíženého komplexního dvojbranu budeme demonstrovat na *integračním článku zatíženém odporem.*



Obr. 3. Integrační článek zatížený odporem a jeho transformace pomocí Theveninovy poučky

Jak je vyznačeno na obr. 3 transformujeme tento obvod podle Theveninovy poučky. Platí

$$u_1' = u_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ a } R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

pro zjednodušení zavedeme

$$m = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

pak

$$u_1' = m u_1 \Rightarrow u_1 = \frac{u_1'}{m} \text{ a } R = m R_1$$

Vyjádříme tedy přenos

$$A = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_2}{\frac{u_1'}{m}} = m\frac{u_2}{u_1'} = m\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = m\frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}} = m\frac{1}{1 + j\omega\tau} = m\frac{1}{1 + j\frac{f}{f_m}}$$

Využitím znalostí o absolutní hodnotě podílu a absolutní hodnotě komplexního čísla zjistíme absolutní hodnotu přenosu

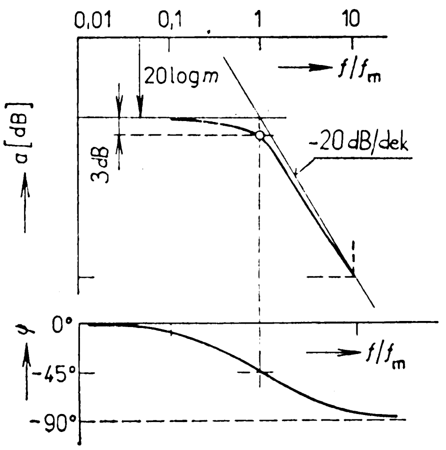
$$|A| = m\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}$$

Vyjádříme absolutní hodnotu přenosu v poměrných jednotkách – decibelech

$$a = 20.\log m - 10.\log\left[1+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2\right]$$

Fázový posuv

$$\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{\Im(A)}{\Re(A)} = \mathrm{arctg}\,\frac{-m\dfrac{\frac{f}{f_m}}{1+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}{m\dfrac{1}{1+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2}} = \mathrm{arctg}\,\frac{-m\frac{f}{f_m}}{m} = -\mathrm{arctg}\,\frac{f}{f_m}$$



Obr. 4. Kmitočtové charakteristiky integračního článku zatíženého odporem

Vidíme, že připojením zatěžovacího (tlumícího) odporu dojde k posunutí výchozí úrovně útlumové charakteristiky směrem dolů o hodnotu 20.log m. Směr asymptot ani tvar fázové charakteristiky se nezmění.

Použitá literatura

[MF81] *Maťátko, J. – Foitová, E.:* Elektronika pro 3. ročník SPŠ elektrotechnických. SNTL, Praha, 1981.