ARCHITETTURA DI UN DBMS

- Finora abbiamo visto modelli di DBMS ad alto livello (*livello logico*): é il livello corretto per gli utenti del DB

- un fattore importante nell'accettazione da parte dell'utente è dato dalle prestazioni

- le prestazioni del DBMS dipendono dall'efficienza delle strutture dati e dall'efficienza del sistema nell'operare su di esse

- esistono varie strutture alternative per implementare un modello dei dati; la scelta dipende dal tipo di accessi che si eseguono sui dati

- normalmente un DBMS ha le proprie strategie di implementazione di un modello dei dati; l'utente (esperto) può influenzare le scelte fatte dal sistema

ARCHITETTURA DI UN DBMS

Componenti funzionali di un DBMS:

- **file system**

  gestisce l'allocazione dello spazio su disco e le strutture dati usate per rappresentare le informazioni memorizzate su disco

- **buffer manager**

  è responsabile per il trasferimento delle informazioni tra disco e main memory

- **query parser**

  traduce i comandi del DDL e del DML in un formato interno (parse tree)

- **optimizer**

  trasforma una richiesta utente in una equivalente ma più efficiente

ARCHITETTURA DI UN DBMS

Componenti funzionali di un DBMS (segue):

- **authorization and integrity manager**

  controlla che i vincoli di integrità (per esempio le chiavi) siano verificati e controlla che gli utenti abbiano i diritti di accesso ai dati

- **recovery manager**

  assicura che il DB rimanga in uno stato consistente a fronte di cadute del sistema

- **concurrency controller**

  assicura che interazioni concorrenti procedano senza conflitti

ARCHITETTURA DI UN DBMS

Un DBMS contiene inoltre alcune strutture dati che includono:

- i file con i dati (cioè i file per memorizzare il DB stesso)
- i file dei dati di sistema; tali dati includono il dizionario dei dati, le autorizzazioni
- indici (ad esempio B-tree o tabelle hash)
- dati statistici: per esempio il numero di tuple in una relazione; tali dati sono usati dallo strategy selector per determinare la strategia ottima di esecuzione

SUPPORTI DI MEMORIZZAZIONE

- i dati memorizzati in una base di dati devono essere fisicamente memorizzati su un *supporto fisico di memorizzazione*

- **Memoria primaria**

  memoria principale (*main memory*) e le memorie *cache* più piccole e più veloci

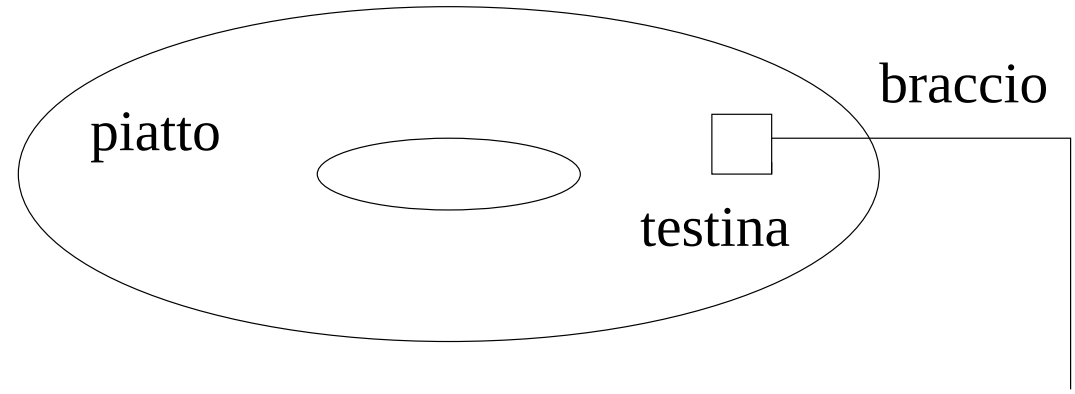
  - i dati possono essere direttamente manipolati dalla CPU
  - accesso veloce ai dati
  - capacità di memorizzazione limitata
  - *volatile* (il contenuto viene perso in seguito a cadute del sistema)

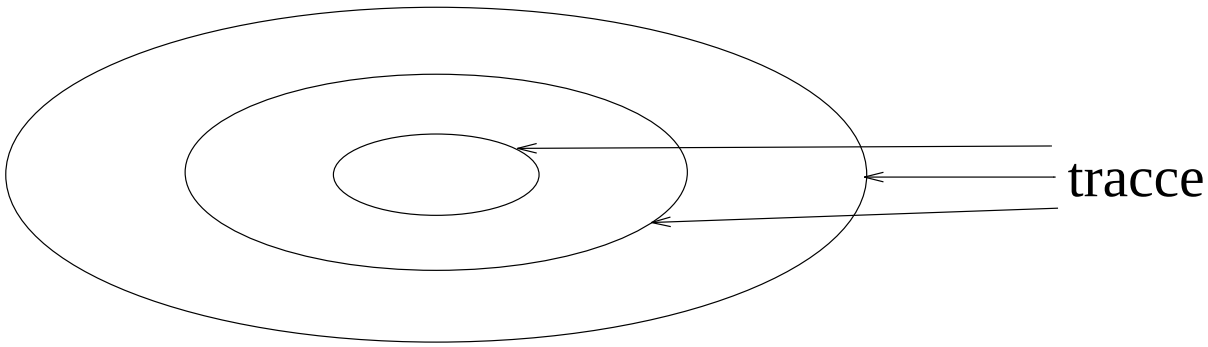
SUPPORTI DI MEMORIZZAZIONE

- **Memoria secondaria** dischi magnetici, dischi ottici e nastri
  - capacità maggiore, costo inferiore e accesso più lento
  - necessità di trasferire i dati in memoria principale per elaborazione dalla CPU
  - *non volatile*
- basi di dati in genere memorizzate su memoria secondaria (dischi magnetici)
  - troppo grosse per risiedere in memoria principale
  - maggiori garanzie di persistenza dei dati
  - costo per unità di memorizzazione decisamente inferiore

SUPPORTI DI MEMORIZZAZIONE

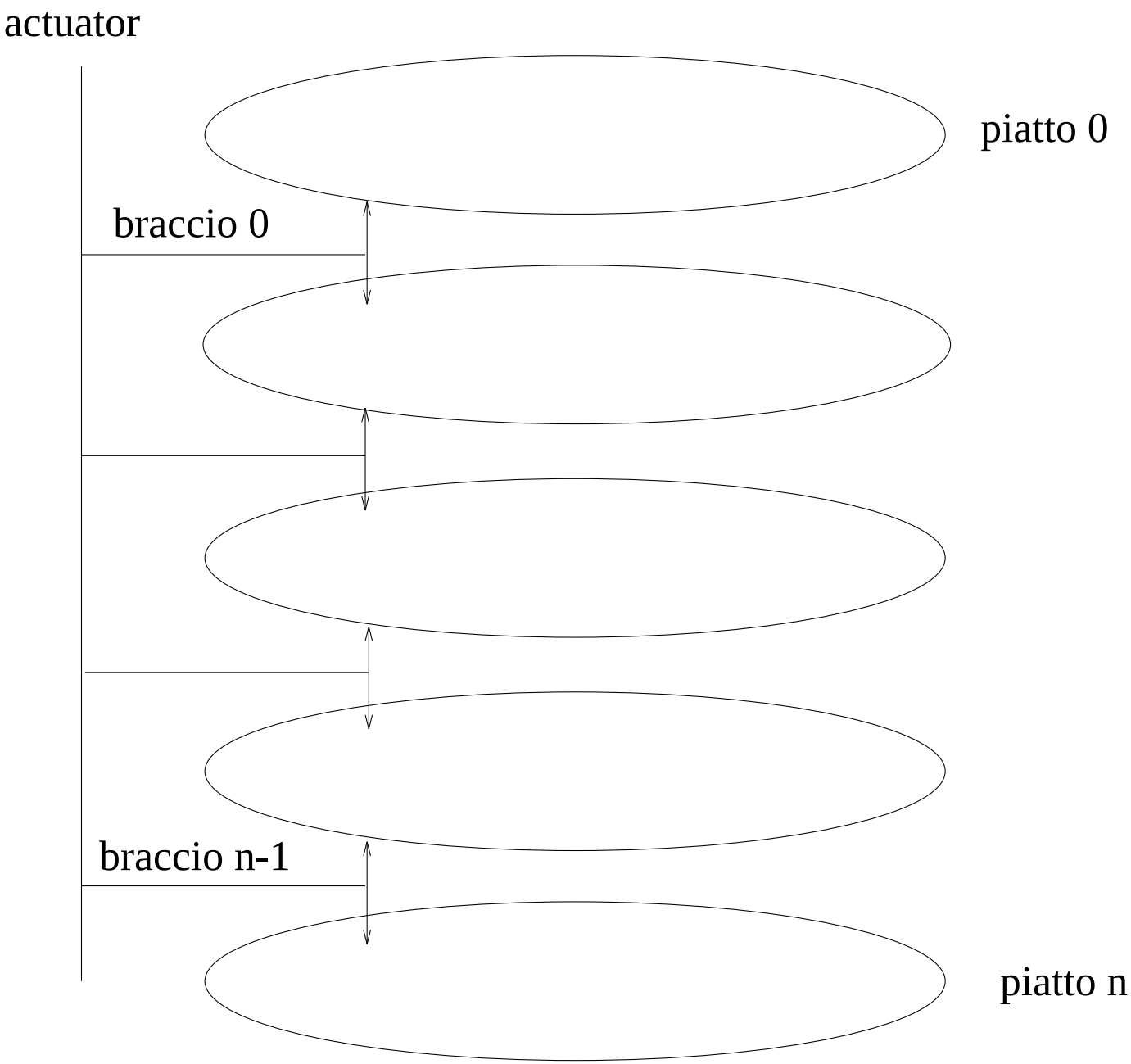
DISCHI





SUPPORTI DI MEMORIZZAZIONE

DISCHI A PIÙ PIATTI



SUPPORTI DI MEMORIZZAZIONE

DISCHI

- l'informazione è memorizzata su una superficie del disco in cerchi concentrici di piccola ampiezza, ognuno con un diametro distinto, detti **tracce**

- per i dischi a più piatti, le tracce con lo stesso diametro sulle varie superfici sono dette un **cilindro**

- dati memorizzati su uno stesso cilindro possono essere recuperati molto più velocemente che non dati distribuiti su diversi cilindri

- il meccanismo hardware che legge e scrive è la *testina*, collegato ad un *braccio* meccanico

SUPPORTI DI MEMORIZZAZIONE

DISCHI

- nel caso di dischi a più piatti, tutti i bracci sono collegati ad un'unità detta *actuator*, che muove contemporaneamente tutte le testine posizionandole sul cilindro delle tracce specificate in un indirizzo

- *tempo di latenza* del disco: tempo necessario affinché tutta una traccia passi sotto al braccio (tempo molto breve)

- *tempo di seek*: tempo necessario per posizionare i bracci su un certo cilindro (tempo molto più alto rispetto al tempo di latenza)

SUPPORTI DI MEMORIZZAZIONE

DISCHI

- i dati sono trasferiti tra il disco e la memoria principale in unità chiamate **blocchi**

- un blocco è una sequenza di byte contigui memorizzati in una stessa traccia di un singolo cilindro

  la dimensione del blocco dipende dal sistema operativo e varia tipicamente tra 512 e 4096 byte

- il tempo di trasferimento di un blocco è il tempo impiegato dalla testina per trasferire un blocco nel buffer, una volta posizionata all'inizio del blocco

ORGANIZZAZIONE DI FILE

- i dati sono generalmente memorizzati in forma di **record**

- ogni record è costituito da un insieme di valori collegati

  ogni valore è formato da uno o più byte e corrisponde ad un *campo* del record

- una collezione di nomi di campi a cui sono associati i tipi corrispondenti costituisce un *tipo di record*

- il numero di byte necessari per la memorizzazione di un valore di un certo tipo è fissato per ogni sistema

ORGANIZZAZIONE DI FILE

un record del seguente tipo

Nome del Tipo di Record

```
type Impiegato = record
```

Nomi dei Campi	Tipi dei Campi
Imp#:	integer;
Nome:	packed array[1..20] of char;
Mansione:	packed array[1..10] of char;
Data_A:	date;
Stipendio:	integer;
Premio_P:	integer;
Dip#:	integer;

può essere memorizzato in 50 byte

(4*4=16 per gli interi + 4 per la data + 10 + 20 per le stringhe)

ORGANIZZAZIONE DI FILE

- un **file** è una sequenza di record

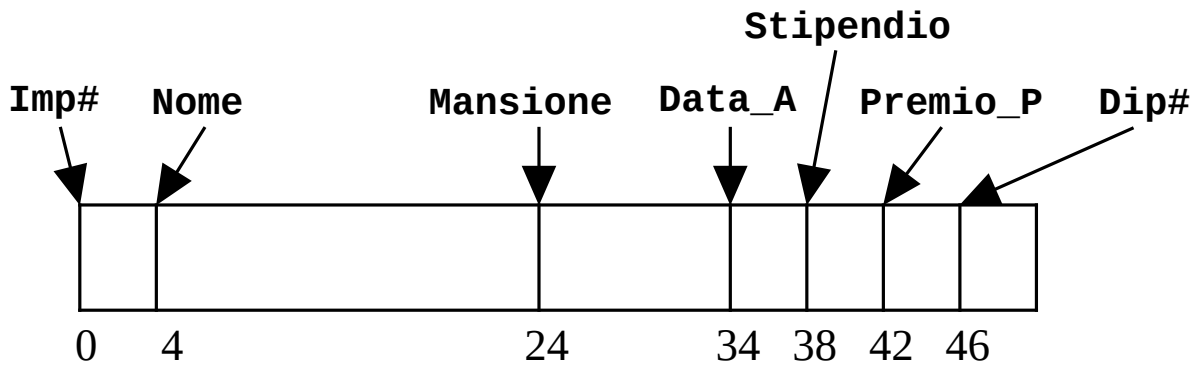
- *file con record a lunghezza fissa* se tutti i record memorizzati nel file hanno la stessa dimensione (in byte)

- un file può contenere record a lunghezza variabile per varie ragioni:
  - campi di dimensione variabile
  - campi multivalore
  - campi opzionali
  - file eterogenei: il file contiene record di tipi differenti, e quindi di dimensioni differenti

    (informazioni collegate ma di tipi differenti memorizzate vicine sullo stesso blocco di disco)

ORGANIZZAZIONE DI FILE

File con record a lunghezza fissa



ORGANIZZAZIONE DI FILE

File con record a lunghezza fissa

cancellazione di un record:

- inserzioni più frequenti delle cancellazioni $\Rightarrow$ non si effettuano spostamenti di record e si lascia libero lo spazio occupato dal record cancellato, poi utilizzato alla prossima inserzione

- è necessario allocare delle strutture ausiliarie (*file header*) per determinare velocemente dove effettuare l'inserzione

  (il file header contiene il puntatore al primo record cancellato, e i record cancellati sono collegati a lista)

ORGANIZZAZIONE DI FILE

File con record a lunghezza variabile

- tipo di record `Impiegato`
  - un attributo multivalore: la mansione può non essere unica
  - un attributo opzionale: il premio di produzione può non essere specificato
- sono possibili diverse rappresentazioni

ORGANIZZAZIONE DI FILE

File con record a lunghezza variabile

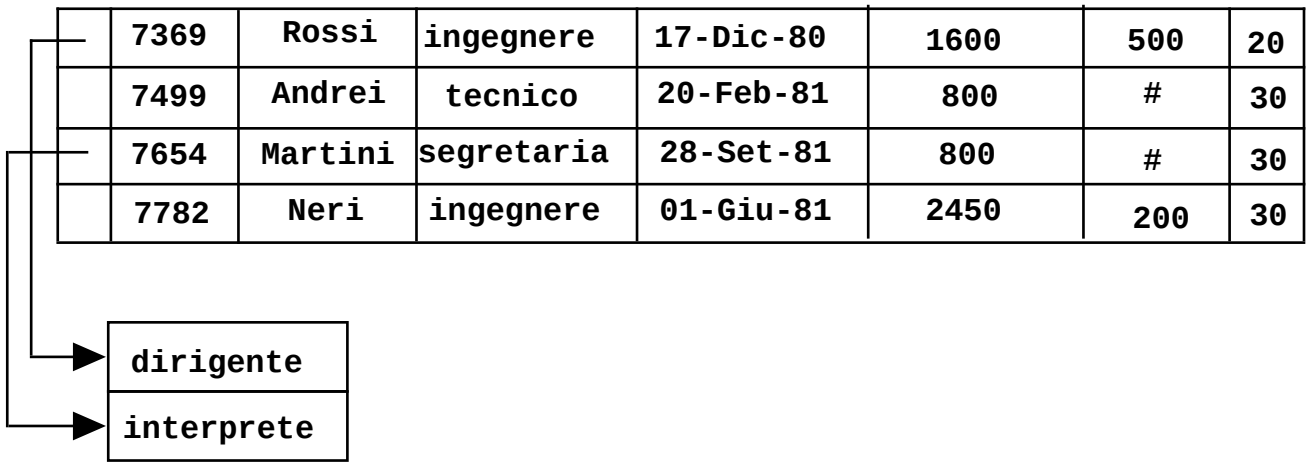
(a)

7369	Rossi	ingegnere	dirigente	17-Dic-80	1600	500	20
7499	Andrei	tecnico	20-Feb-81	800	30		
7654	Martini	segretaria	interprete	28-Set-81	800	30	
7782	Neri	ingegnere	01-Giu-81	2.450	200	30	

(b)

7369	Rossi	ingegnere	dirigente	17-Dic-80	1600	500	20
7499	Andrei	tecnico	#	20-Feb-81	800	#	30
7654	Martini	segretaria	interprete	28-Set-81	800	#	30
7782	Neri	ingegnere	#	01-Giu-81	2450	200	30

(c)



ORGANIZZAZIONE DI FILE

File con record a lunghezza variabile

rappresentazione **byte string**

- si aggiunge un simbolo speciale *end-of-record* che indica la fine di ogni record

- ogni record viene memorizzato come una sequenza di byte consecutivi

- uso di speciali caratteri separatori, che non appaiono come valore in nessun campo, per terminare i campi a lunghezza variabile

ORGANIZZAZIONE DI FILE

File con record a lunghezza variabile

byte string - principali svantaggi:

- non è facile riutilizzare lo spazio occupato da un record cancellato; esistono tecniche per gestire cancellazioni ed inserzioni ma tendono a generare frammentazione

- se un record aumenta di lunghezza deve essere spostato; questo può essere costoso se tale record è puntato

ORGANIZZAZIONE DI FILE

File con record a lunghezza variabile

rappresentazione **fixed-length reserved-space**

- si rappresenta un file con record a lunghezza variabile mediante file con record a lunghezza fissa

- si riserva per i record lo spazio massimo occupabile

- problema: spreco di spazio $\Rightarrow$ lentezza nell'accesso (i record tenderanno a disperdersi su molti blocchi)

ORGANIZZAZIONE DI FILE

File con record a lunghezza variabile

rappresentazione **fixed-length**

- si rappresenta un record a lunghezza variabile con una lista di record a lunghezza fissa, collegati tramite puntatori

- per evitare di dover ripetere i campi che assumono comunque un solo valore si usano due tipi di blocchi nel file:
  - **anchor block**, contenenti il primo record di una lista, e
  - **overflow block**, contenenti i record successivi

ORGANIZZAZIONE DI RECORD IN BLOCCHI

- un file può essere visto come una collezione di record

- poichè i dati sono trasferiti in blocchi tra la MS e la MM, è importante assegnare i record ai blocchi in modo tale che uno stesso blocco contenga record tra loro interrelati

- se si riesce a memorizzare sullo stesso blocco record che sono spesso richiesti insieme si risparmiano accessi a disco

  (ad esempio nell'organizzazione fixed-length per i record a lunghezza variabile, può essere utile memorizzare tutti i record, relativi allo stesso record a lunghezza variabile, nello stesso blocco)

- se si hanno molte modifiche un blocco finisce per contenere record di liste diverse

ORGANIZZAZIONE DI RECORD IN BLOCCHI

- non è sempre possibile organizzare i record in blocchi in modo tale che un blocco sia completamente occupato da record $\Rightarrow$ in ogni blocco si ha una certa quantità di spazio inutilizzato

- si può memorizzare parte di un record in un blocco e la parte rimanente in un altro blocco

- organizzazione **spanned**: i record possono essere memorizzati su più di un blocco (inevitabile se la dimensione del record supera quella del blocco)

- organizzazione **unspanned**: ogni record è memorizzato su un unico blocco (preferibile nel caso di file con record a lunghezza fissa)

ORGANIZZAZIONE DI RECORD IN BLOCCHI

Tecniche per l'allocazione dei blocchi di un file su disco:

- *allocazione contigua*: i blocchi del file sono allocati in blocchi di disco contigui

  lettura dell'intero file molto efficiente, espansione del file difficile

- *allocazione linkata*: ogni blocco di un file contiene un puntatore al successivo blocco del file

  espansione del file facile, lettura dell'intero file lenta

- utilizzo di *bucket* (cioè un insieme di blocchi) per gruppi di record tra loro collegati (ad esempio, tutti gli impiegati di un certo dipartimento)

ORGANIZZAZIONE DI RECORD IN BLOCCHI

- è possibile avere bucket che occupano più blocchi: i blocchi di uno stesso bucket sono collegati tra loro (*block header* memorizza il puntatore al prossimo blocco)

- se un bucket aumenta di dimensione si allocano nuovi blocchi

  i blocchi liberi sono collegati per poterli riusare in caso di nuove inserzioni nello stesso bucket

- è meglio non riusare i blocchi liberi di un bucket per memorizzare record di un altro bucket: i blocchi di uno stesso bucket sono memorizzati nello stesso cilindro

GESTIONE DEL BUFFER

- obiettivo delle strategie di memorizzazione: minimizzare gli accessi a disco

- alternativa: mantenere più blocchi possibile in MM

  si usa un **buffer** che permette di tenere in MM copia di alcune pagine di disco

- il buffer manager di un DBMS usa alcune politiche di gestione che sono più sofisticate delle politiche usate nei SO:

  - le politiche di LRU non sempre sono le più adatte per i DBMS

  - per motivi legati alla gestione del recovery in alcuni casi un blocco non può essere trasferito su disco, mentre in altri è necessario forzare un blocco su disco

GESTIONE DEL BUFFER

- un DBMS è in grado di predire il tipo dei futuri riferimenti

  Esempio: operazione di join

  $$\texttt{Impiegati} \bowtie \texttt{Dipartimenti}$$

- una volta che una tupla della relazione `Impiegati` è stata usata non è più necessaria $\Rightarrow$ strategia *toss-immediate*

- per la relazione `Dipartimenti` il blocco più recentemente acceduto sarà riferito di nuovo solo dopo che tutti gli altri blocchi saranno stati esaminati $\Rightarrow$ strategia *most recently used* - MRU

  (è però necessario tenere in memoria il blocco correntemente esaminato fino a che non ne sono state esaminate tutte le tuple)

CLUSTERIZZAZIONE

Mapping di relazioni a file:

- una soluzione spesso adottata è di memorizzare ogni relazione in un file separato

- questa soluzione va bene per DBMS progettati per personal computer

- nel caso di DBMS large-scale questa strategia di base deve essere estesa (molto spesso il DBMS deve poter allocare in modo opportuno i record ai blocchi per minimizzare le operazioni di I/O)

- una strategia frequente è di allocare per il DBMS un unico grosso file, in cui sono memorizzate tutte le relazioni; la gestione di questo file è lasciata al DBMS

CLUSTERIZZAZIONE

- interrogazione SQL:

```
SELECT Imp#, Nome, Sede
FROM Impiegati, Dipartimenti
WHERE Impiegati.Dip# = Dipartimenti.Dip#;
```

- una strategia di memorizzazione efficiente per questo tipo di interrogazione è basata sul *raggruppamento* (**clustering**) delle tuple che hanno lo stesso valore dell'attributo di join

- la clusterizzazione può rendere inefficiente l'esecuzione di altre interrogazioni (ad es. `SELECT * FROM Dipartimenti;`)

CLUSTERIZZAZIONE

10	Edilizia Civile	1100	D1	7977		
7782	Neri	ingegnere	01-Giu-81	2450	200	10
7839	Dare	ingegnere	17-Nov-81	2600	300	10
7934	Milli	ingegnere	23-Gen-82	1300	150	10
7977	Verdi	dirigente	10-Dic-80	3000	?	10
20	Ricerche	2200	D1	7566		
7369	Rossi	ingegnere	17-Dic-80	1600	500	20
7566	Rosi	dirigente	02-Apr-81	2975	?	20
7788	Scotti	segretaria	09-Nov-81	800	?	20
7876	Adami	ingegnere	23-Set-81	1100	500	20
7902	Fordi	segretaria	03-Dic-81	1000	?	20
30	Edilizia Stradale	5100	D2	7698		
7499	Andrei	tecnico	20-Feb-81	800	?	30
7521	Bianchi	tecnico	20-Feb-81	800	100	30
7654	Martini	segretaria	28-Set-81	800	?	30
7698	Blacchi	dirigente	01-Mag-81	2850	?	30
7844	Turni	tecnico	08-Set-81	1500	?	30
7900	Gianni	ingegnere	03-Dic-81	1950	?	30

STRUTTURE AUSILIARIE DI ACCESSO

- Spesso le interrogazioni accedono solo un piccolo sottoinsieme dei dati

- per risolvere efficientemente le interrogazioni associative può essere utile allocare delle strutture ausiliarie che permettano di determinare direttamente i record che verificano una data interrogazione (senza scandire tutti i dati)

- i meccanismi più comunemente usati sono dai DBMS sono: indici, funzioni hash

STRUTTURE AUSILIARIE DI ACCESSO

- ogni tecnica deve essere valutata in base a:
  - tempo di accesso
  - tempo di inserzione
  - tempo di cancellazione
  - occupazione di spazio
- molto spesso è preferibile aumentare l'occupazione di spazio se questo contribuisce a migliorare le prestazioni
- **chiave di ricerca**: un attributo o un insieme di attributi usati per la ricerca (concetto di chiave diverso dalla chiave primaria)

STRUTTURE AUSILIARIE DI ACCESSO

Una ricerca può essere effettuata per:

- **chiave primaria**: il valore della chiave identifica un unico record (es. *il contribuente con codice fiscale GRRGNN69R48*)

- **chiave secondaria**: il valore della chiave può identificare più record (es. *i contribuenti di Genova*)

- **intervallo di valori** (sia per chiave primaria che per secondaria) (es. *i contribuenti con reddito compreso tra 60 e 90 milioni*)

- combinazioni delle precedenti (es. *i contribuenti di Genova e La Spezia con reddito compreso tra 60 e 90 milioni*)

STRUTTURE AUSILIARIE DI ACCESSO

- mantenere il file ordinato secondo il valore di una chiave di ricerca
  - il costo di ricerca è logaritmico nel numero di blocchi del file (comunque elevato nel caso di file di grandi dimensioni)
  - la ricerca su altri campi è inefficiente

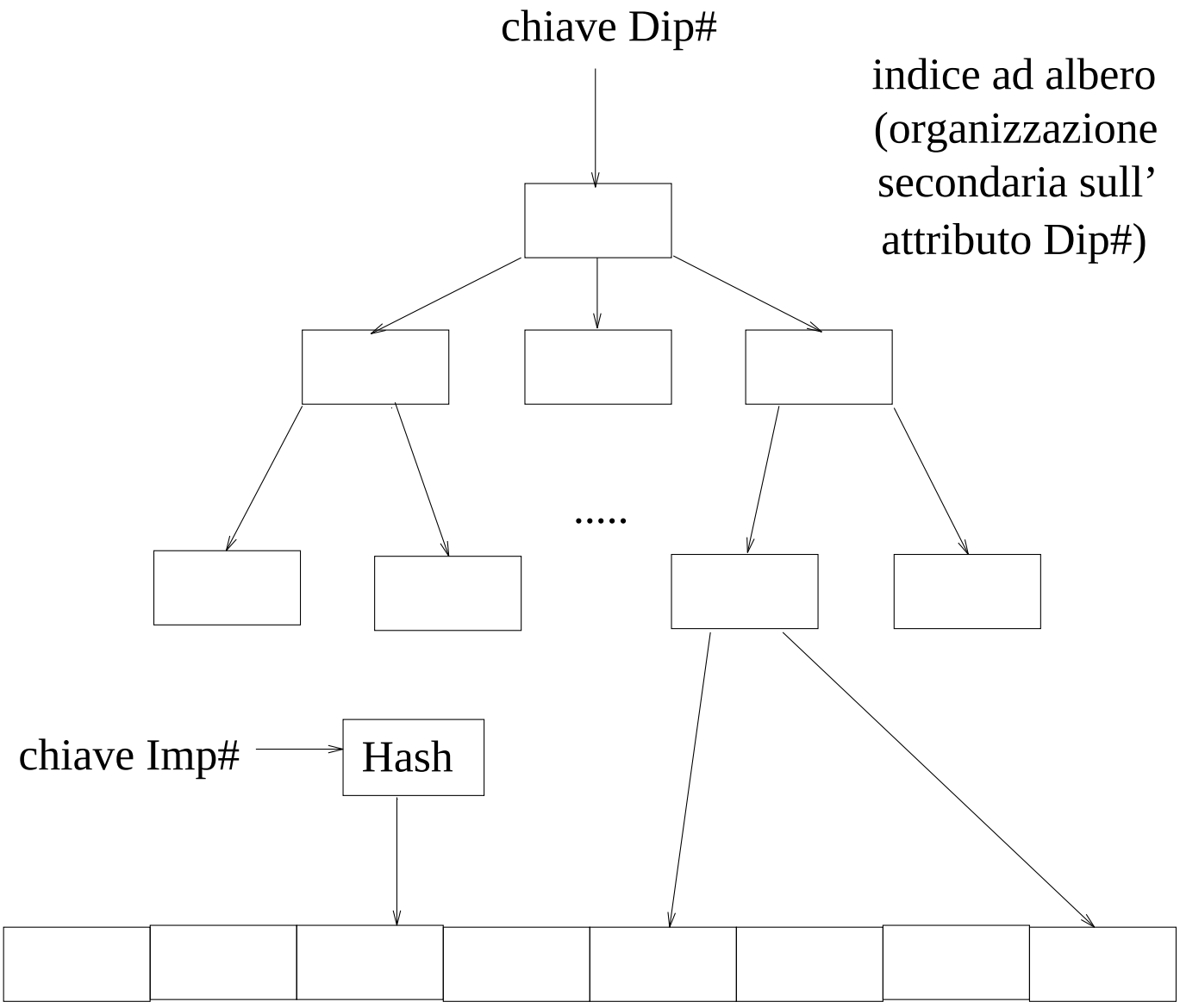
- due tipi di organizzazioni per migliorare l'accesso ai dati:

  organizzazioni primarie: impongono un criterio di allocazione dei dati
  organizzazioni ad albero o hash

  organizzazioni secondarie: uso di indici (separati dal file dei dati)
  normalmente organizzati ad albero

- in generale si hanno a disposizione più modalità (cammini) di accesso ai dati

STRUTTURE AUSILIARIE DI ACCESSO



file dei dati con struttura hash
(organizzazione primaria sull'attributo Imp#)

INDICI

- idea base: associare al file dei dati una "tabella" nella quale l'entrata i-esima memorizza una coppia (k_i, r_i) dove:
  - k_i è un valore di chiave del campo su cui l'indice è costruito
  - r_i è un riferimento al record (eventualmente il solo) con valore di chiave k_i

    il riferimento può essere un indirizzo (logico o fisico) di record o di blocco

INDICI

file dei dati:

c_5	c_2	c_{11}	c_7	c_4

0 8 16 32 48

indice:

chiave k_i	indirizzo p_i
c_2	8
c_4	48
c_5	0
c_7	32
c_{11}	16

INDICI

- le diverse tecniche differiscono nel modo in cui organizzano l'insieme $\{k_i, r_i\}$ di coppie

- vantaggio nell'uso di un indice: la chiave è solo parte dell'informazione contenuta in un record $\Rightarrow$ l'indice occupa meno spazio del file dei dati

- un indice può comunque raggiungere notevoli dimensioni che determinano problemi di gestione simili a quelli del file dei dati

  (es. indice per un file di 50k record, in cui i valori di chiave sono stringhe di 20 byte e i puntatori sono di 4 byte, richiede circa 1,2 Mb)

FILE SEQUENZIALI AD INDICE

- per applicazioni che richiedono sia accessi sequenziali che accessi casuali ai singoli record

- file sequenziale ad indice = file sequenziale + file indice

- file sequenziale: elaborazione efficiente di record ordinati su una chiave di ricerca
  - record collegati tramite puntatori in base all'ordinamento
  - record memorizzati (possibilmente) in base all'ordinamento (si minimizza il numero di blocchi acceduti)
  - dopo molte modifiche, l'ordinamento dato dalla chiave di ricerca non coincide con l'ordinamento fisico $\Rightarrow$ riorganizzazione del file

- strutture ad indice per rendere più efficiente l'accesso casuale

TIPI DI INDICE

Unicità dei valori di chiave

- *Indice su chiave primaria*

  indice su un attributo che è chiave primaria per la relazione

- *Indice su chiave secondaria*

  indice su un attributo che non è chiave primaria per la relazione

TIPI DI INDICE

Ordinamento dei record nel file dei dati

- *Indice clusterizzato*

  indice sull'attributo secondo i cui valori il file dei dati è mantenuto ordinato

- *Indice non clusterizzato*

  indice su un attributo secondo i cui valori il file dei dati non è mantenuto ordinato

TIPI DI INDICE

Numero di coppie nell'indice

- *Indice denso*

  indice il cui numero di entrate (k_i, r_i) è pari al numero di valori di k_i

- *Indice sparso*

  indice il cui numero di entrate (k_i, r_i) è minore del numero di valori di k_i

Numero di livelli

- *Indice a singolo livello*

  indice organizzato su un singolo livello

- *Indice multilivello*

  indice organizzato su più livelli

INDICI DENSI E SPARSI

- un **indice denso** contiene un'entrata per ogni valore della chiave di ricerca nel file

  ricerca più veloce, maggiori costi di aggiornamento

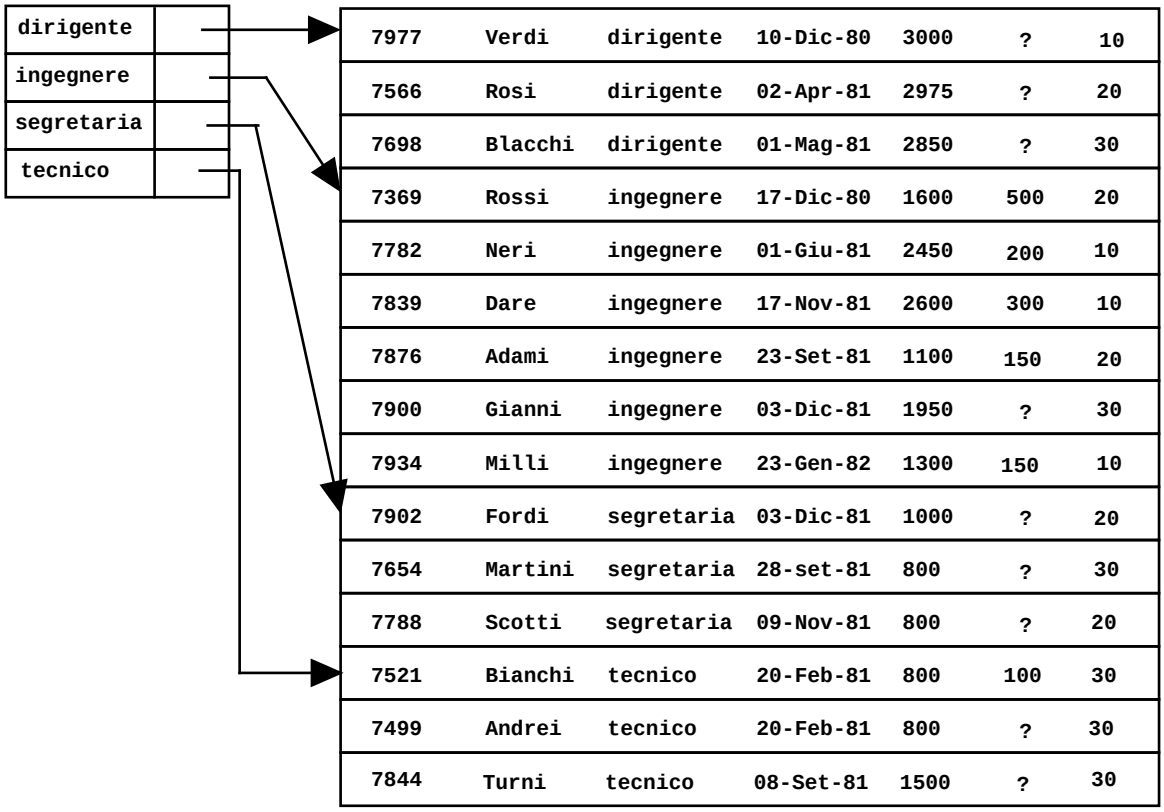
- in un **indice sparso** le entrate dell'indice sono create solo per alcuni valori della chiave

  meno efficiente, minori costi di aggiornamento

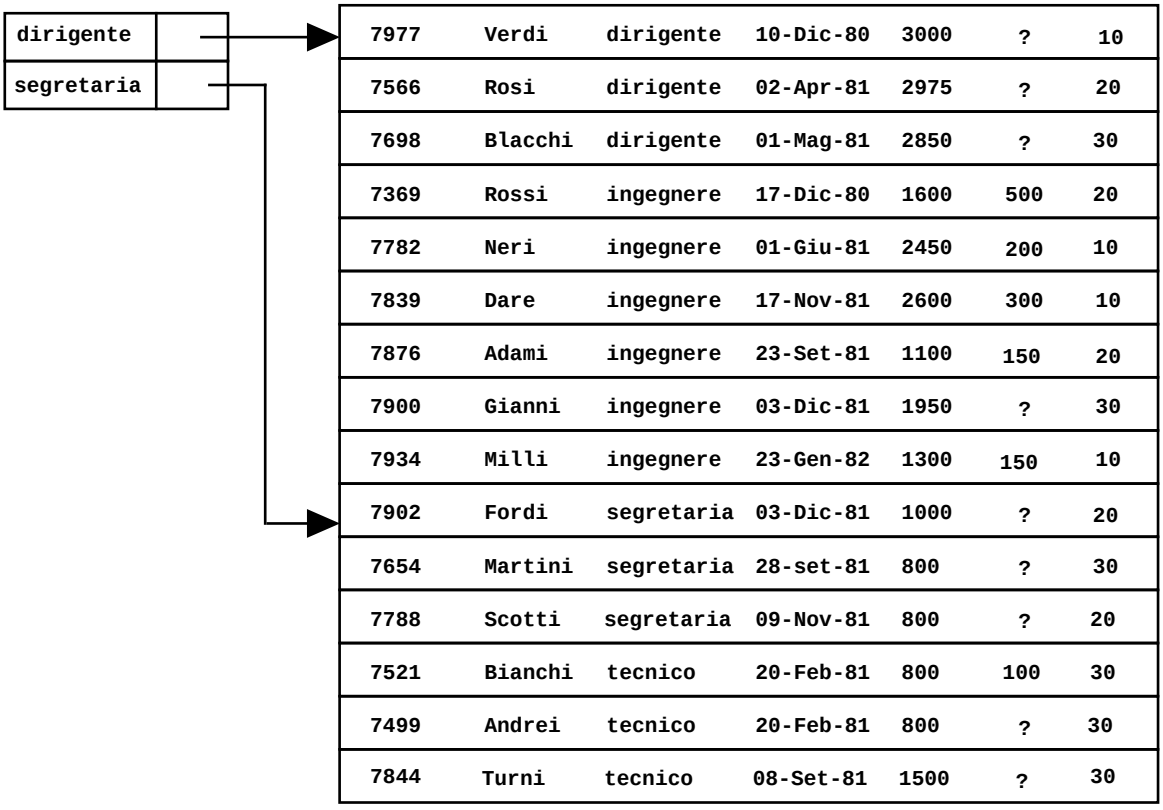
  ricerca: scansione fino a trovare il record con il più alto valore della chiave minore o uguale al valore cercato, ricerca sequenziale sul file dei dati fino a trovare il record cercato

- per minimizzare numero di blocchi trasferiti, spesso si ha un'entrata nell'indice per ogni blocco

INDICI DENSI E SPARSI



INDICI DENSI E SPARSI



INDICI MULTILIVELLO

- un indice anche se sparso può essere di dimensioni notevoli

  es. file di 100000 record, con 10 record per blocco, richiede un indice con 10000 entrate - se ogni blocco contiene 100 entrate dell'indice: 100 blocchi

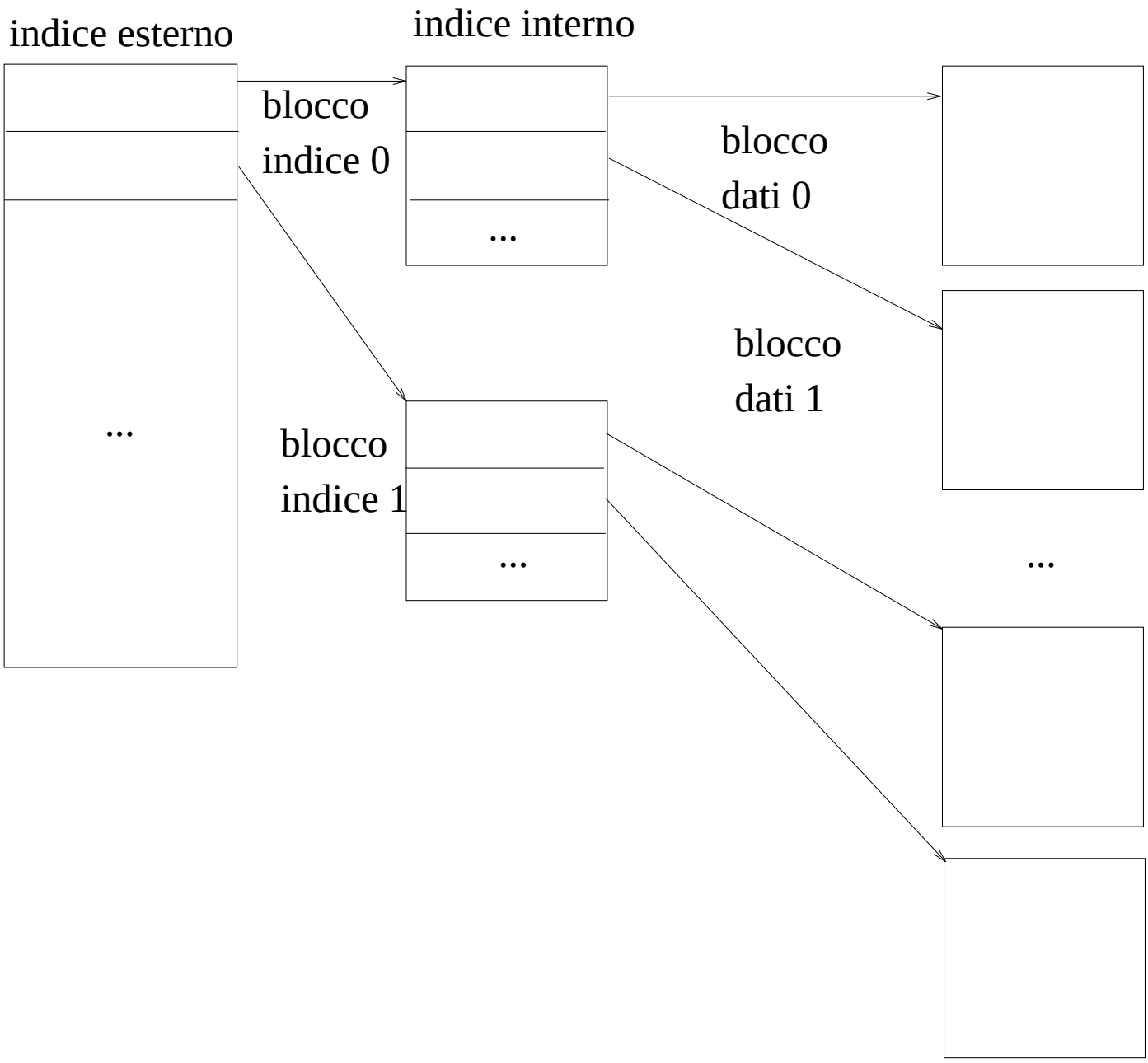
- se l'indice è piccolo, può essere tenuto in memoria principale

- molto spesso, però, è necessario tenerlo su disco e la scansione dell'indice può richiedere parecchi trasferimenti di blocchi (circa 7 nel nostro esempio, se si utilizza ricerca binaria)

- si tratta l'indice come un file e si alloca un indice sparso sull'indice stesso

  si parla di **indice sparso a due livelli**

INDICI MULTILIVELLO



nell'esempio se l'indice esterno è mantenuto in memoria principale basta accedere un solo blocco di indice

INDICI CLUSTERIZZATI

- in un file sequenziale ad indice normalmente si mantiene un solo indice

- se si vogliono mantenere più indici, l'indice la cui chiave è usata per mantenere l'ordinamento dei record nel file è detto **indice primario**, o *clusterizzato*

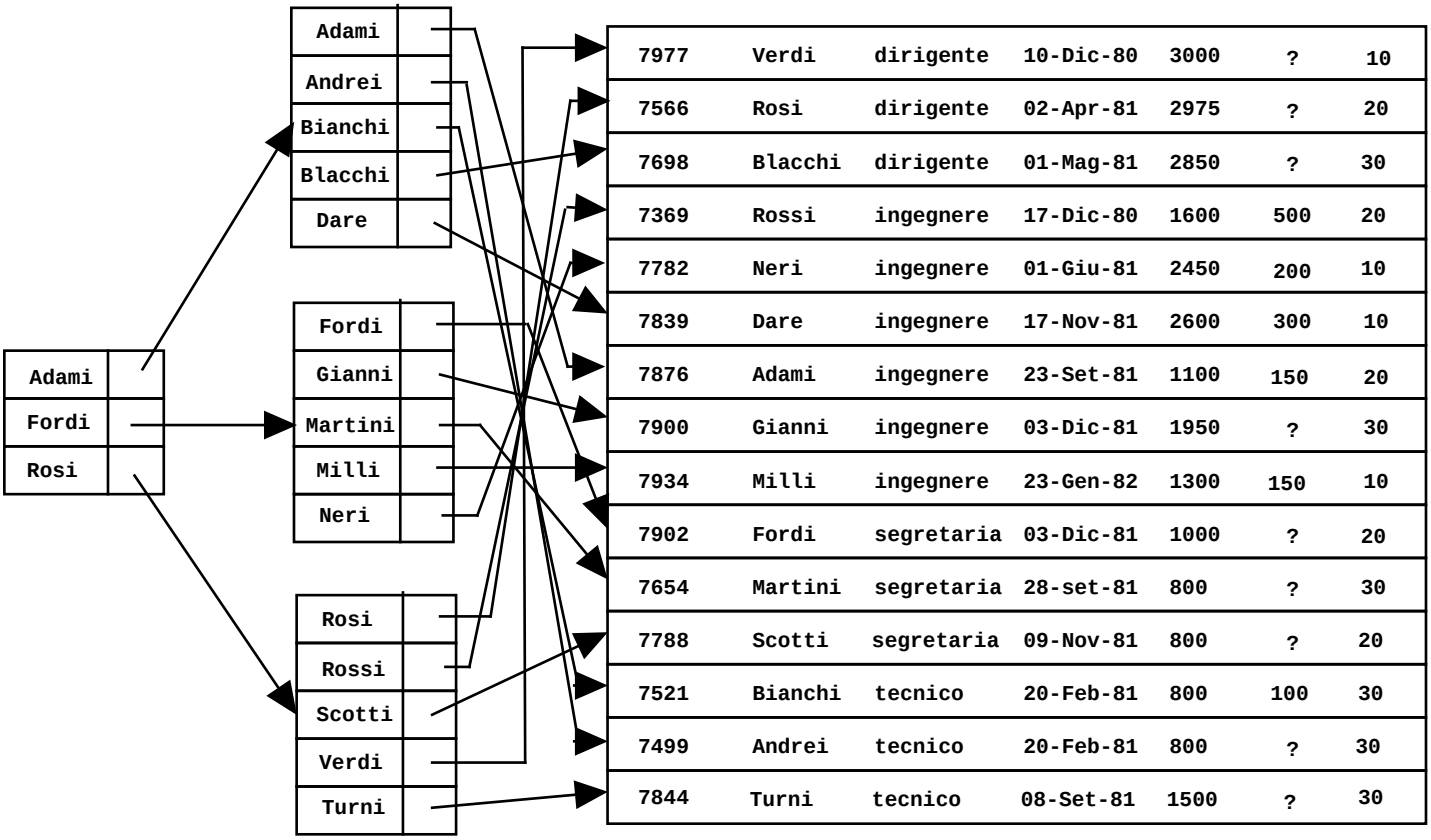
  gli altri indici sono detti **indici secondari**, o *non clusterizzati*

- è preferibile usare indici densi per gli indici secondari anziché usare indici sparsi (il file dei dati non è ordinato in basi alla chiave dell'indice)

- l'uso di più indici secondari rende l'esecuzione delle interrogazioni più efficiente, ma rende più costosi gli aggiornamenti

INDICI CLUSTERIZZATI

esempio di indice (denso) non clusterizzato sull'attributo `Nome` (con indice sparso a due livelli)



B-ALBERI

- i B-alberi sono organizzazioni ad albero bilanciato, utilizzate come strutture di indicizzazione per dati in memoria secondaria

- requisiti fondamentali per indici per memoria secondaria:

  bilanciamento: l'indice deve essere bilanciato rispetto ai blocchi e non ai singoli nodi (è il numero di blocchi acceduti a determinare il costo I/O di una ricerca)

  occupazione minima: è importante che si possa stabilire un limite inferiore all'utilizzazione dei blocchi, per evitare una sottoutilizzazione della memoria

  efficienza di aggiornamento le operazioni di aggiornamento devono avere costo limitato

B-ALBERI

- garantiscono un'occupazione di memoria almeno del 50% (almeno metà di ogni pagina allocata è effettivamente occupata)

- consentono di effettuare l'operazione di ricerca con costo, nel caso peggiore, logaritmico nella cardinalità dell'indice (cioè nel numero di valori distinti della chiave di ricerca)

- in un B-albero ogni nodo ha al più m figli, dove m è l'unico parametro dipendente dalle caratteristiche della memoria, cioè dalla dimensione del blocco

B-ALBERI

Un B-albero di ordine m ($m \geq 3$) è un albero bilanciato che soddisfa le seguenti proprietà:

- ogni nodo contiene al più $m - 1$ elementi
- ogni nodo contiene almeno $\lceil m/2 \rceil - 1$ elementi, la radice può contenere anche un solo elemento
- ogni nodo non foglia contenente j elementi ha $j + 1$ figli
- ogni nodo ha una struttura del tipo:

  $$p_0(k_1, r_1)p_1(k_2, r_2)p_2 \ldots p_{j-1}(k_j, r_j)p_j$$

  dove j è il numero degli elementi del nodo

B-ALBERI

in ogni nodo

$$p_0(k_1, r_1)p_1(k_2, r_2)p_2 \ldots p_{j-1}(k_j, r_j)p_j$$

- $k_1, \ldots, k_j$ sono chiavi ordinate, cioè $k_1 < k_2 < \ldots < k_j$

- nel nodo sono presenti $j + 1$ riferimenti ai nodi figli $p_0, \ldots, p_j$ e j riferimenti al file dei dati $r_1, \ldots, r_j$

- per ogni nodo non foglia, detto $K(p_i)$ $(i = 1, \ldots, j)$ l'insieme delle chiavi memorizzate nel sottoalbero di radice p_i, si ha:

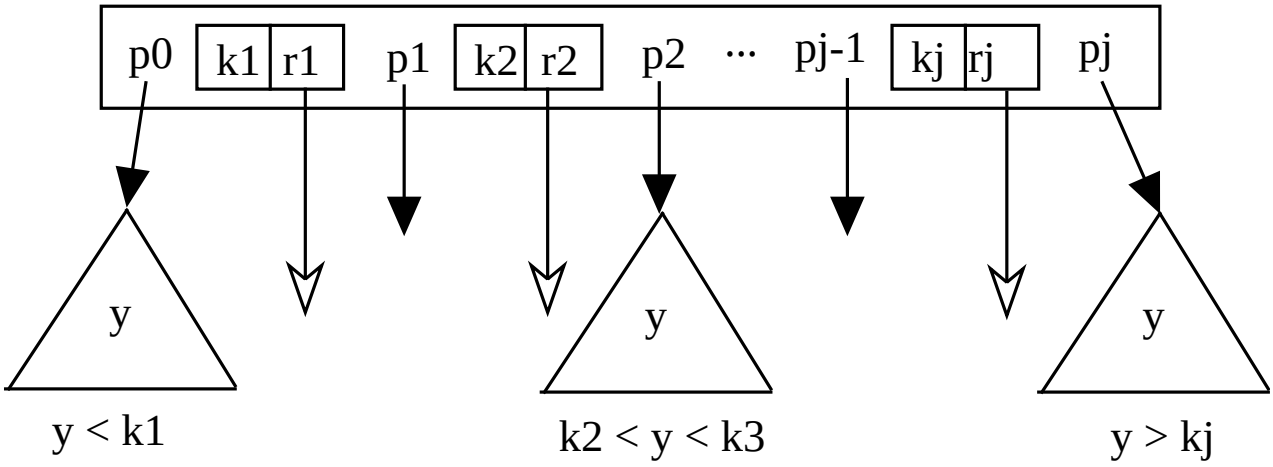
  - $\forall y \in K(p_0), y < k_1$

  - $\forall y \in K(p_i), k_i < y < k_{i+1}, i = 1, \ldots, j-1$

  - $\forall y \in K(p_j), y > k_j$

B-ALBERI

Formato di un nodo di un B-albero

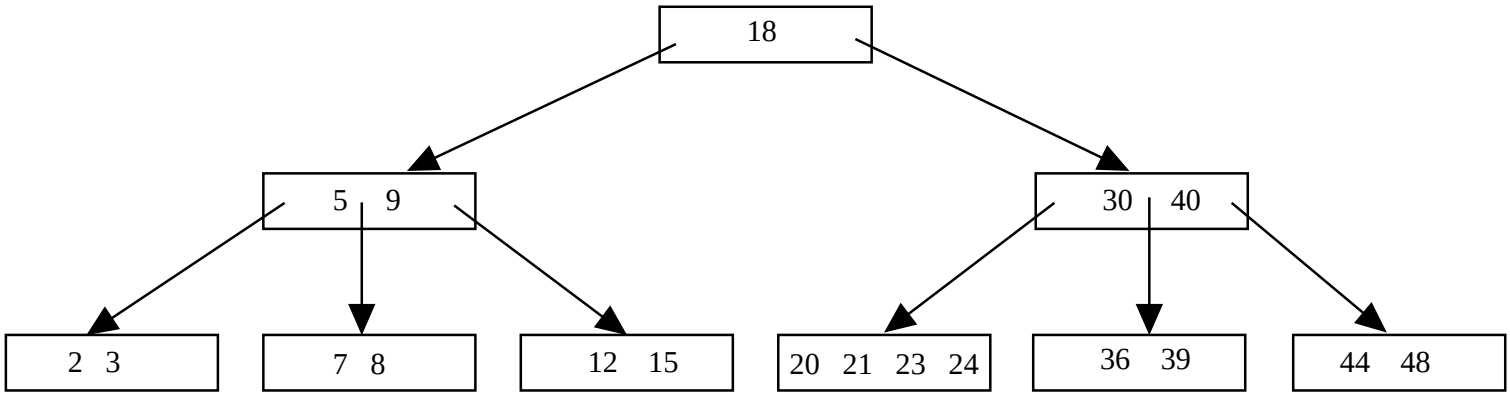


puntatore ad un nodo dell'albero

puntatore al file dei dati

B-ALBERI

Esempio di B-albero di ordine 5



B-ALBERI

Altezza

- altezza = numero di nodi che compaiono in un cammino dalla radice ad un nodo foglia

- i B-alberi permettono di prevedere con sufficiente approssimazione l'altezza media dell'albero in funzione delle chiavi presenti $\Rightarrow$ si possono stimare i costi della ricerca

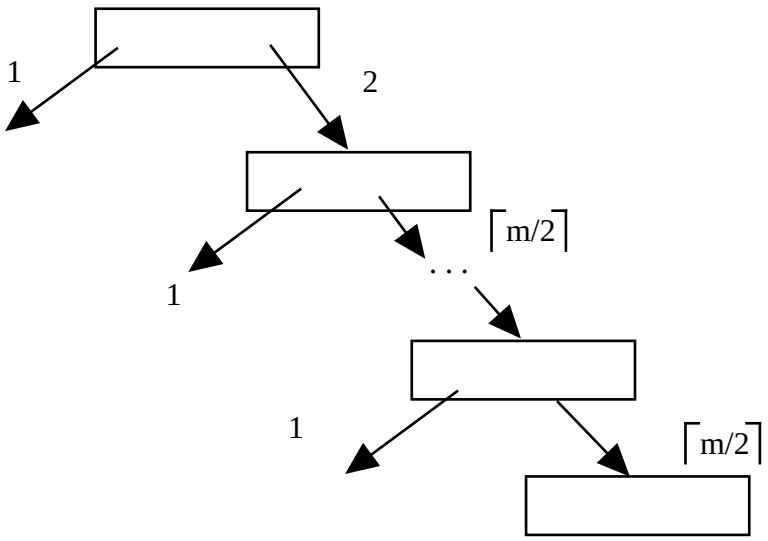
- b_{min} = numero minimo di nodi che un B-albero di altezza h può contenere

  b_{max} = numero massimo di nodi che un B-albero di altezza h può contenere

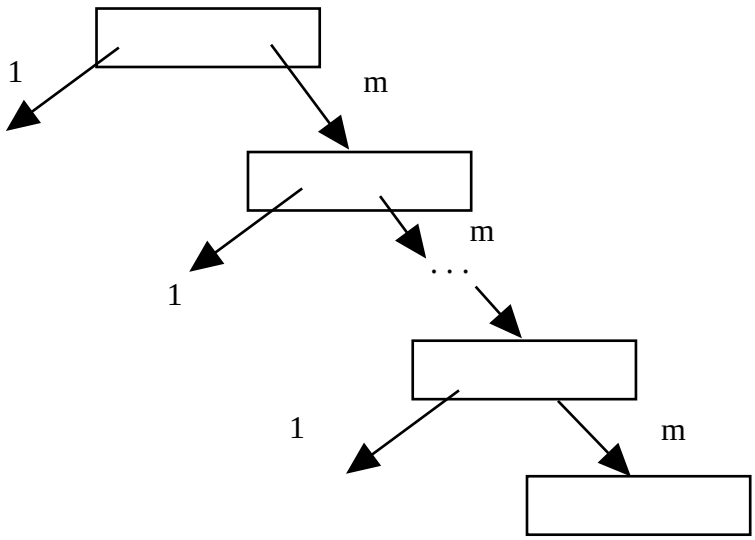
B-ALBERI

Numero minimo e massimo di nodi in albero di altezza h

(a)



(b)



B-ALBERI

- numero minimo di nodi

$$b_{min} = 1+2+2\lceil m/2\rceil+2\lceil m/2\rceil^2+\ldots+2\lceil m/2\rceil^{h-2} =$$

$$= 1 + 2\frac{\lceil m/2\rceil^{h-1} - 1}{\lceil m/2\rceil - 1}$$

(si ricorda che $\sum_{i=0}^{k-1} x^i = \frac{x^k-1}{x-1}$)

- numero massimo di nodi

$$b_{max} = 1 + m + m^2 + \ldots + m^{h-1} = \frac{m^h - 1}{m - 1}$$

- N_{min} = numero minimo di chiavi in un albero di altezza h

  N_{max} = numero massimo di chiavi in un albero di altezza h

B-ALBERI

- minimo numero di chiavi: il numero di nodi è b_{min} e quindi ogni nodo contiene $\lceil m/2 \rceil - 1$ chiavi e la radice contiene una sola chiave

$$N_{min} = 1 + (\lceil m/2 \rceil - 1)(b_{min} - 1) =$$

$$= 1 + (\lceil m/2 \rceil - 1)2\frac{\lceil m/2 \rceil^{h-1} - 1}{\lceil m/2 \rceil - 1} = 2\lceil m/2 \rceil^{h-1} - 1$$

- massimo numero di chiavi: il numero dei nodi è b_{max} e quindi ogni nodo, compresa la radice, contiene $m - 1$ chiavi

$$N_{max} = (m-1)b_{max} = (m-1)\frac{m^h - 1}{m - 1} = m^h - 1$$

- se N indica il numero di chiavi di un B-albero, si ha:

$$2\lceil m/2 \rceil^{h-1} - 1 \leq N \leq m^h - 1$$

$$log_m(N+1) \leq h \leq 1 + log_{\lceil m/2 \rceil}\frac{N+1}{2}$$

B-ALBERI

Altezza di un B-albero in funzione del numero dei nodi e dell'ordine, supponendo che le chiavi siano di 10 byte ed i puntatori di 4 byte

dim pagina	m	$N = 1000$		$N = 10000$		$N = 100000$		$N = 1000000$	
		h_{min}	h_{max}	h_{min}	h_{max}	h_{min}	h_{max}	h_{min}	h_{max}
512	36	1,9	3,2	2,6	3,9	3,2	4,7	3,9	5,5
1024	73	1,6	2,7	2,1	3,4	2,7	4,0	3,2	4,6
2048	146	1,4	2,4	1,8	3,0	2,3	3,5	2,8	4,1
4096	292	1,2	2,2	1,6	2,7	2,0	3,2	2,4	3,6

B-ALBERI

RICERCA

- ricerca di un elemento
  - una volta trasferita la radice in memoria, si esegue la ricerca tra le chiavi contenute fino a determinare la presenza o l'assenza nel nodo della chiave cercata
  - se la chiave non viene trovata, si continua la ricerca nell'unico sottoalbero del nodo corrente che può contenere l'elemento
  - se invece il nodo è foglia, significa che la chiave non è presente nell'albero
- il costo della ricerca di una chiave è il numero di nodi letti, cioè $C^{min}_{ricerca} = 1$ e $C^{max}_{ricerca} = h$

B-ALBERI

RICERCA

Ricerca in un B-albero
INPUT: y = il valore della chiave da cercare
$root$ = il puntatore alla radice dell'albero
OUTPUT: $trovata = True$ se la chiave è presente,
$False$ altrimenti
METODO:
$P(p)$ = il nodo puntato da p
$k_1, \ldots, k_j$ = le chiavi in $P(p)$
$p_0, \ldots, p_j$ = i puntatori ai figli in $P(p)$
$p := root$;
$trovata := False$;
While $(p \neq nil)$ and (not $trovata$) **Do:**
If $y < k_1$ **Then** $p := p_0$
Else If $\exists i\ y = k_i$ **Then** $trovata := True$
Else If $\exists i\ k_i < y < k_{i+1}$ **Then** $p := p_i$
Else $p := p_j$
endif
endif
endif
endwhile

B-ALBERI

INSERIMENTO

- idea chiave di inserimento e cancellazione: le modifiche partono sempre dalle foglie e l'albero cresce o si accorcia verso l'alto

- esempio: inserimento
  - non si creano nuovi figli dalle foglie, ma, se necessario, si crea una nuova foglia allo stesso livello delle altre e si propaga un valore di chiave (separatore) verso l'alto
  - i nodi ai livelli superiori non sono necessariamente pieni e quindi possono "assorbire" le informazioni che si propagano dalle foglie
  - la propagazione degli effetti sino alla radice può provocare l'aumento dell'altezza dell'albero

B-ALBERI

INSERIMENTO

- l'inserimento richiede prima di tutto un'operazione di ricerca per verificare se l'elemento è già presente nell'albero

- l'inserimento avviene quindi sempre in una foglia - ci possono essere due casi:

  1. se la foglia non è piena, si inserisce la chiave e si riscrive la foglia così aggiornata

  2. se la foglia è piena, si attiva un processo di *suddivisione* (splitting) che può propagarsi al livello superiore e, nel caso peggiore, propagarsi fino alla radice

B-ALBERI

INSERIMENTO: suddivisione

- P un nodo pieno in cui deve essere inserita una chiave

- sequenza ordinata di m entrate che si verrebbero a creare

  $$p_0 k_1 p_1 k_2 p_2 \ldots k_g p_g k_{g+1} p_{g+1} k_{g+2} p_{g+2} \ldots k_m p_m$$

  con $g = \lceil m/2 \rceil - 1$

- si partizionano le chiavi come segue:

  - nel nodo P gli elementi:

    $p_0 k_1 p_1 k_2 p_2 \ldots k_g p_g$

  - in un nuovo nodo P' gli elementi:

    $p_{g+1} k_{g+2} p_{g+2} \ldots k_m p_m$

B-ALBERI

INSERIMENTO: suddivisione

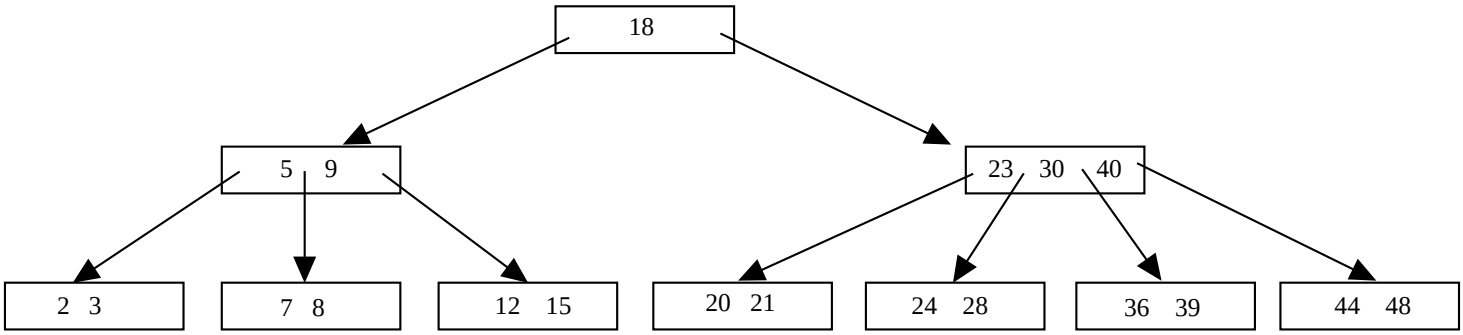
- nel nodo Q padre di P si inserisce l'entrata $k_{g+1}p'$ con p' puntatore al nodo P'

- se anche Q è pieno, allora il processo di splitting deve essere ripetuto

- se si deve sdoppiare la radice, questa diventa $pk_{g+1}p'$ con p puntatore al nodo P (la radice prima dell'inserzione)

B-ALBERI

INSERIMENTO



costi:

- caso migliore (assenza di splitting): si leggono h nodi e si riscrive una foglia, quindi $C^{min}_{inserimento} = h + 1$

- caso peggiore (lo splitting si propaga fino alla radice): si leggono h nodi e se ne riscrivono $2h + 1$, quindi $C^{max}_{inserimento} = 3h + 1$

B-ALBERI

CANCELLAZIONE

- anche in questo caso ci si riconduce ad una cancellazione da un nodo foglia

- viene innanzitutto effettuata la ricerca dell'elemento da cancellare nell'albero

- se tale elemento non si trova in una foglia, si rimpiazza tale elemento con il valore di chiave più piccolo del sottoalbero puntato dal puntatore alla sua destra

B-ALBERI

CANCELLAZIONE

- cancellazione da una foglia - si distinguono due casi:

  1. se la foglia non è troppo vuota (cioè ha ancora almeno $\lceil m/2 \rceil - 1$ elementi), si cancella la chiave e si riscrive la foglia così aggiornata

  2. se la foglia è troppo vuota, si attiva un processo di *concatenazione* o un processo di *bilanciamento*

B-ALBERI

CANCELLAZIONE - concatenazione

- la concatenazione di due nodi adiacenti P e P' è possibile se i due nodi contengono, complessivamente, meno di $m-1$ chiavi

- un nodo con meno di $\lceil m/2 \rceil - 1$ elementi, detto in *underflow*, si combina quindi con un nodo fratello adiacente con al più $\lfloor m/2 \rfloor$ chiavi

- la concatenazione opera in maniera esattamente inversa al processo di suddivisione

B-ALBERI

CANCELLAZIONE - concatenazione

- situazione iniziale:
  - nodo P in underflow con elementi:
    $p_0 k_1 p_1 k_2 p_2 \ldots k_e p_e$ $(e = \lceil m/2 \rceil - 2)$
  - nodo P' adiacente a P con elementi:
    $p'_0 k_{e+1} p_{e+1} \ldots$
  - nodo Q, padre di P e P', con elementi
    $\ldots k_{t-1} p_{t-1} k_t p_t k_{t+1} p_{t+1} \ldots$
    con p_{t-1} puntatore a P e p_t puntatore a P'

- la concatenazione dei due fratelli porta alla seguente situazione:
  - nodo P con elementi:
    $p_0 k_1 p_1 k_2 p_2 \ldots k_e p_e k_t p'_0 k_{e+1} p_{e+1} \ldots$;
  - nodo Q con elementi:
    $\ldots k_{t-1} p_{t-1} k_{t+1} p_{t+1} \ldots$
    con p_{t-1} puntatore a P

B-ALBERI

CANCELLAZIONE - concatenazione

- l'eliminazione della chiave k_t dal nodo padre può innescare a sua volta una concatenazione (o un bilanciamento)

- la concatenazione si può propagare ricorsivamente fino alla radice, causandone l'eliminazione, con conseguente diminuzione dell'altezza dell'albero

B-ALBERI

CANCELLAZIONE - bilanciamento

- se fra due fratelli adiacenti non si può applicare la concatenazione, allora si distribuiscono tra di essi gli elementi in modo bilanciato

- il bilanciamento interessa anche il nodo padre poiché uno dei suoi elementi viene modificato, ma il numero dei suoi elementi non cambia, quindi il fenomeno non si propaga

B-ALBERI

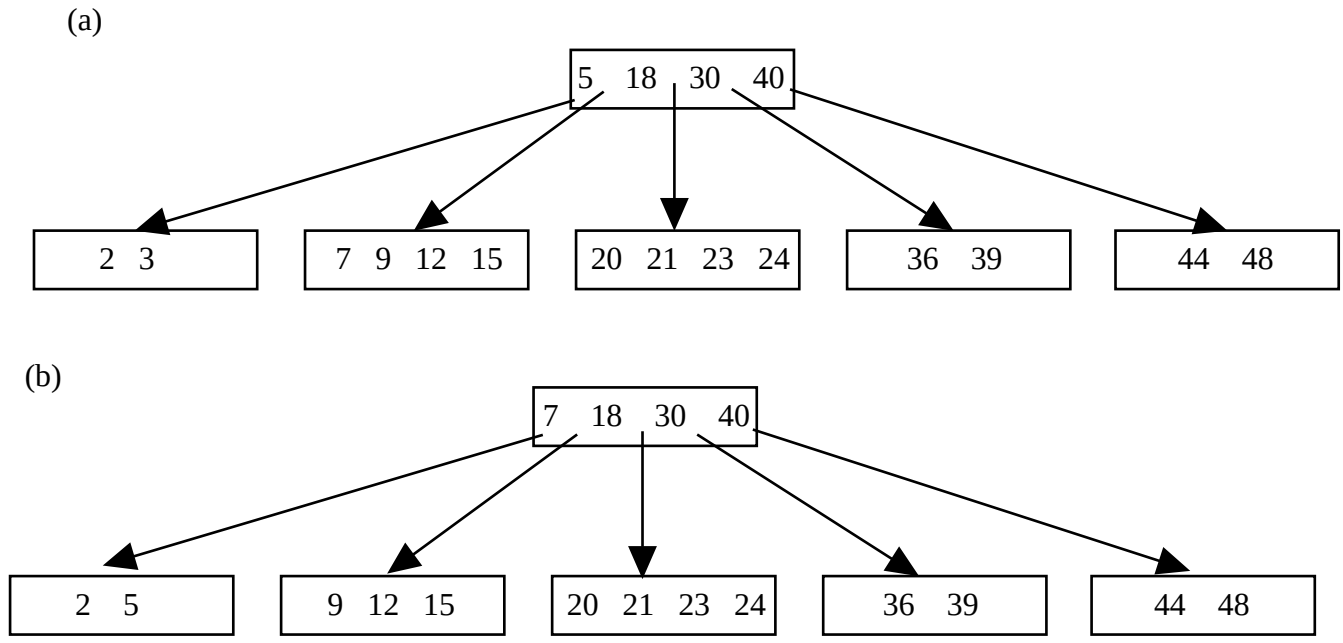
CANCELLAZIONE - bilanciamento

- situazione iniziale:
  - nodo P' in underflow con elementi:
    $p'_0 k'_1 p'_1 k'_2 p'_2 \ldots k'_j p'_j$ $(j = \lceil m/2 \rceil - 2)$
  - nodo P adiacente a P' con elementi:
    $p_0 k_1 p_1 k_2 p_2 \ldots k_e p_e$
  - nodo Q, padre di P e P', con elementi:
    $\ldots k_{t-1} p_{t-1} k_t p_t k_{t+1} p_{t+1} \ldots$
    con p_{t-1} puntatore a P e p_t puntatore a P'

- per bilanciare gli elementi nei due nodi:
  - si considera la lista di chiavi
    $k_1\ k_2\ \ldots\ k_e\ k_t\ k'_1\ k'_2\ \ldots\ k'_j$
  - le prime $\lfloor (e+j)/2 \rfloor$ chiavi rimangono nel nodo P
  - si sostituisce nel nodo padre la chiave k_t con la chiave in posizione $\lfloor (e+j)/2 \rfloor + 1$
  - le rimanenti $\lceil (e+j)/2 \rceil$ chiavi si mettono in P'

B-ALBERI

CANCELLAZIONE



Cancellazione da un B-albero:

(a) Concatenazione [cancellazione di 8]

(b) Bilanciamento [cancellazione di 3]

B-ALBERI

CANCELLAZIONE - costi

- caso migliore (la cancellazione avviene in una foglia e non si rendono necessari né concatenazione né bilanciamento): si leggono h nodi e si riscrive una foglia, quindi $C^{min}_{cancellazione} = h + 1$

- caso peggiore (tutte le pagine nel percorso di ricerca devono essere concatenate ad eccezione delle prime due, il figlio della radice coinvolto nel percorso viene modificato e la radice viene quindi modificata): si leggono $2h - 1$ nodi e se ne riscrivono $h + 1$, quindi $C^{max}_{cancellazione} = 3h$

B-ALBERI

bilanciamento nell'inserimento dei dati

- la struttura di un B-albero dipende dall'ordine in cui vengono inseriti (caricati) i dati

- se le chiavi fossero inserite in maniera ordinata si avrebbe un B-albero con i nodi foglia riempiti tutti a metà tranne al più l'ultimo

- per migliorare l'utilizzo di memoria: B-albero che gestisce l'overflow

  si usa bilanciamento durante l'inserimento: invece di suddivisione del nodo pieno, bilanciamento con un fratello adiacente fino al suo completo riempimento

- genera alberi con nodi più pieni, ma comporta maggiori costi di inserimento

B^+-ALBERI

- un B-albero è molto efficiente per la ricerca e la modifica dei singoli record

  (ad esempio, con $m = 100$ e $N = 1000000$ la ricerca di una chiave comporta al massimo 4 accessi a disco)

- un B-albero non è però particolarmente adatto per elaborazioni di tipo sequenziale nell'ordine dei valori di chiave, né per la ricerca dei valori di chiave compresi in un certo intervallo

- la ricerca del successore di un valore di chiave può comportare la scansione di molti nodi

- per ovviare a questo problema è stata proposta una variante dei B-alberi, nota come B^+-alberi

B^+-ALBERI

- idea principale: in un B-albero, i valori di chiave svolgono una duplice funzione:
  - separatori: per determinare il cammino da seguire nella ricerca
  - valori di chiave: permettono di accedere all'informazione ad essi associata

- nei B^+-alberi queste funzioni sono mantenute separate:
  - le foglie contengono tutti i valori di chiave
  - i nodi interni (organizzati a B-albero) memorizzano dei separatori la cui sola funzione è determinare il giusto cammino nella ricerca di una chiave

B^+-ALBERI

- i nodi foglia sono inoltre collegati a lista, per facilitare ricerche per intervalli di chiavi o sequenziali

  (+ puntatore alla testa di tale lista, per accedere velocemente al valore di chiave minimo)

- parziale duplicazione delle chiavi: le entrate dell'indice (chiavi e riferimenti ai dati) sono solo nelle foglie $\Rightarrow$ la ricerca di una chiave deve individuare una foglia

- il sottoalbero sinistro di un separatore contiene valori di chiave minori del separatore, quello destro valori di chiave maggiori od uguali al separatore

- nel caso di chiavi alfanumeriche facendo uso di separatori di lunghezza ridotta si risparmia spazio

B$^+$-ALBERI

Un B$^+$-albero di ordine m ($m \geq 3$) è un albero bilanciato che soddisfa le seguenti proprietà:

- ogni nodo contiene al più $m - 1$ elementi
- ogni nodo, tranne la radice, contiene almeno $\lceil m/2 \rceil - 1$ elementi, la radice può contenere anche un solo elemento
- ogni nodo non foglia contenente j elementi ha $j + 1$ figli
- ogni nodo foglia ha una struttura del tipo:

  $$(k_1, r_1)(k_2, r_2) \ldots (k_j, r_j)$$

  dove j è il numero degli elementi del nodo

B^+-ALBERI

- nel nodo foglia $(k_1, r_1)(k_2, r_2) \ldots (k_j, r_j)$
  - $k_1, \ldots, k_j$ sono chiavi ordinate, cioè $k_1 < k_2 < \ldots < k_j$
  - nel nodo sono presenti j riferimenti al file dei dati $r_1, \ldots, r_j$
- ogni nodo foglia ha un puntatore al nodo foglia precedente e successivo
- ogni nodo non foglia ha una struttura del tipo:

$$p_0 k_1 p_1 k_2 p_2 \ldots p_{j-1} k_j p_j$$

dove j è il numero degli elementi del nodo

B$^+$-ALBERI

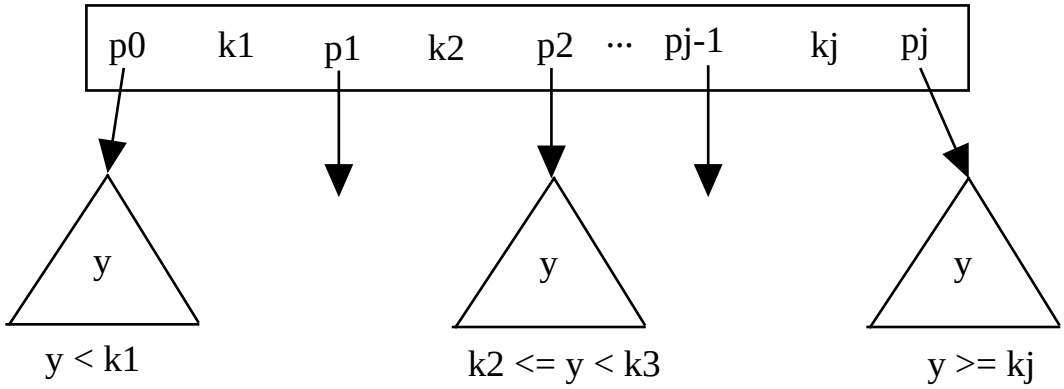
- nel nodo non foglia

$$p_0 k_1 p_1 k_2 p_2 \ldots p_{j-1} k_j p_j$$

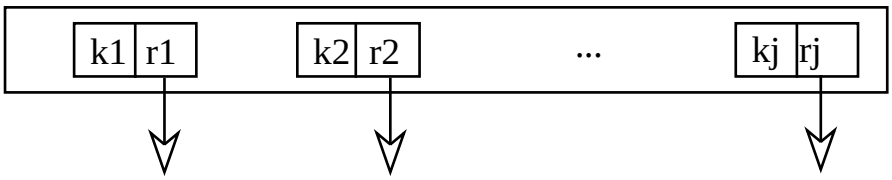
  - $k_1, \ldots, k_j$ sono chiavi ordinate, cioè $k_1 < k_2 < \ldots < k_j$
  - nel nodo sono presenti $j+1$ riferimenti ai nodi figli $p_0, \ldots, p_j$
  - per ogni nodo non foglia, detto $K(p_i)$ $(i = 0, \ldots, j)$ l'insieme delle chiavi memorizzate nel sottoalbero di radice p_i, si ha:
    - $\forall y \in K(p_0), y < k_1$
    - $\forall y \in K(p_i), k_i \leq y < k_{i+1}, i = 1, \ldots, j-1$
    - $\forall y \in K(p_j), y \geq k_j$
  - ogni k_i, per $i = 1, \ldots, j$ è l'elemento minimo di $K(p_i)$

B$^+$-ALBERI

nodo non foglia



nodo foglia

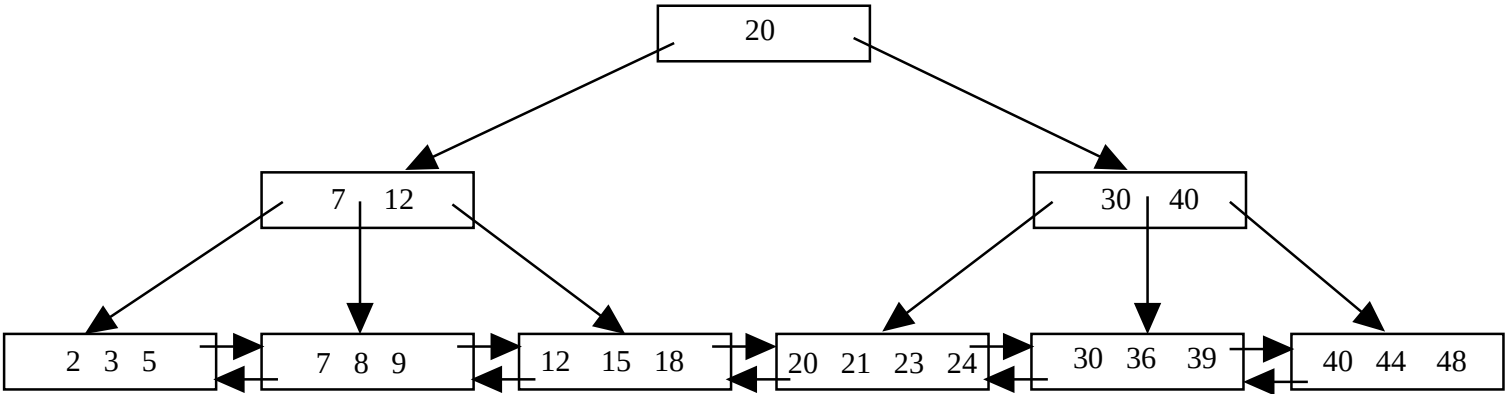


puntatore ad un nodo dell'albero

puntatore al file dei dati

B^+-ALBERI

Esempio di B^+-albero di ordine 5



B- E B^+-ALBERI

confronto tra un B^+-albero con un B-albero, a parità di dimensione dei nodi:

- la ricerca di una singola chiave è più costosa in media in un B^+-albero (si deve necessariamente raggiungere sempre la foglia per ottenere il puntatore ai dati)

- per operazioni che richiedono il reperimento dei record ordinati in base al valore della chiave o per intervalli di chiave i B^+-alberi sono da preferirsi (il collegamento a lista delle foglie elimina la necessità di accedere ai nodi ad altri livelli)

- il B-albero è più conveniente per quanto riguarda l'occupazione di memoria (le chiavi sono memorizzate una volta sola)

B- E B^+-ALBERI

Terminologia

- per noi ordine di un B-albero = numero massimo di figli che un nodo può avere

  variante: ordine = numero minimo di chiavi che un nodo può contenere (formulazione della proposta originaria)

- in alcuni testi, quelli che sono stati indicati come B^+-alberi sono chiamati B^*-alberi

  B^+-alberi sono invece detti gli alberi ottenuti dai B^*-alberi eliminando il puntatore p_0 dai nodi non terminali

- altri testi indicano invece come B^*-alberi una variante dei B-alberi in cui l'utilizzazione dei nodi è almeno pari al 66% invece che al 50%

ORGANIZZAZIONI HASH

- le organizzazioni hash sono usate principalmente per l'organizzazione primaria dei dati

- l'uso di indici ha lo svantaggio che è necessario eseguire la scansione di una struttura dati per localizzare i dati

  questo perché l'associazione

  $$(chiave, indirizzo)$$

  è mantenuta in forma esplicita

- un'organizzazione hash utilizza una *funzione hash* H che trasforma ogni valore di chiave in un indirizzo

- per effettuare la ricerca, data una chiave k, si calcola semplicemente $H(k)$

ORGANIZZAZIONI HASH

- ogni indirizzo generato dalla funzione hash individua una pagina logica, o bucket

- il numero di elementi che possono essere allocati nello stesso bucket determina la **capacità** c dei bucket

- se una chiave viene assegnata a un bucket che già contiene c chiavi si ha un **trabocco** (*overflow*)

- la presenza di overflow può richiedere l'uso di un'area di memoria separata, detta **area di overflow**

  l'area di memoria costituita dai bucket indirizzabili dalla funzione hash è detta **area primaria**

ORGANIZZAZIONI HASH

- una funzione hash è detta *perfetta* se per un certo numero di chiavi non produce trabocchi

- una funzione perfetta può sempre essere definita disponendo di un'area primaria con capacità complessiva pari al numero delle possibili chiavi

- dato un alfabeto finito contenente V simboli, V^L è la cardinalità dell'insieme delle chiavi di lunghezza L definibili su tale alfabeto

- se N sono i record da memorizzare, N/V^L viene detta *densità delle chiavi attive*

  in generale, la densità delle chiavi attive è bassa

ORGANIZZAZIONI HASH

- una funzione hash genera M indirizzi $(0, \ldots, M-1)$, tanti quanti sono i bucket dell'area primaria

- organizzazione **statica**: il valore di M è costante (il dimensionamento dell'area primaria è parte integrante del progetto dell'organizzazione)

- organizzazione **dinamica**: l'area primaria si espande e contrae, per adattarsi al volume effettivo dei dati (si usano più funzioni hash)

- **fattore di caricamento**: $d = \frac{N}{Mc}$

  (rapporto tra il numero delle chiavi attive e il massimo numero di chiavi memorizzabili)

ORGANIZZAZIONI HASH

- il progetto di un'organizzazione basata su funzioni hash richiede di specificare:
  - la funzione per la trasformazione della chiave
  - il metodo per la gestione dei trabocchi
  - il fattore di caricamento
  - la capacità delle pagine

ORGANIZZAZIONI HASH

TRASFORMAZIONE DELLA CHIAVE

- una funzione di trasformazione è un'applicazione surgettiva H dall'insieme delle possibili chiavi all'insieme $0, \ldots, M-1$ dei possibili indirizzi che verifichi le seguenti proprietà:

  1. distribuzione **uniforme** delle chiavi nello spazio degli indirizzi (ogni indirizzo deve essere generato con la stessa probabilità)

  2. distribuzione **casuale** delle chiavi (eventuali correlazioni tra i valori delle chiavi non devono tradursi in correlazioni tra gli indirizzi generati)

- tali proprietà dipendono dall'insieme delle chiavi su cui si opera e quindi non esiste una funzione universale ottima

ORGANIZZAZIONI HASH

TRASFORMAZIONE DELLA CHIAVE

- le prestazioni di una funzione hash variano al variare dello specifico insieme di chiavi su cui la funzione opera

- nel caso medio, tuttavia, considerando insiemi di chiavi arbitrari, si osserva che le diverse funzioni hash si comportano effettivamente in modo diverso

- consideriamo funzioni hash operanti su insiemi di chiavi intere

  se i valori delle chiavi sono stringhe alfanumeriche, si può associare in modo univoco ad ogni chiave un numero intero, prima di applicare la trasformazione

ORGANIZZAZIONI HASH

TRASFORMAZIONE DELLA CHIAVE

- **metodo della divisione**: la chiave numerica viene divisa per un numero P e l'indirizzo è ottenuto considerando il resto:

  $$H(k) = k \ mod \ P$$

  dove mod indica il resto della divisione intera

  per la scelta di P si hanno le seguenti indicazione pratiche: P è il più grande numero primo minore o uguale a M, oppure P è non primo, minore o uguale a M, con nessun fattore primo minore di 20 (se $P < M$ si deve porre $M := P$, per non perdere la surgettività)

- test sperimentali eseguiti con file con caratteristiche molto diversificate mostrano che, in generale, il metodo della divisione è il più affidabile

ORGANIZZAZIONI HASH

TRASFORMAZIONE DELLA CHIAVE

altre possibili funzioni hash sono:

mid square la chiave è moltiplicata per se stessa, viene estratto un numero di cifre centrali pari a quello di $M-1$, e il numero ottenuto è normalizzato a M

shifting la chiave è suddivisa in un certo numero di parti, ognuna costituita da un numero di cifre pari a quello di $M-1$; tali parti vengono sommate e il numero ottenuto è normalizzato a M

folding la chiave è suddivisa come nello shifting; le parti vengono "ripiegate" (folded) e quindi sommate; il numero ottenuto è normalizzato a M

ORGANIZZAZIONI HASH

GESTIONE DEI TRABOCCHI

- scopo: ridurre al minimo il numero di accessi a bucket necessari a reperire il record cercato

- i metodi possono essere classificati in:

  metodi di concatenamento basati sull'utilizzo di puntatori

  i record dei trabocchi possono essere memorizzati in un'area di memoria separata, detta area di overflow, o nella stessa area primaria

  metodi ad indirizzamento aperto basati sull'utilizzo di una *legge di scansione* per determinare altri bucket in area primaria dove memorizzare i record dei trabocchi

ORGANIZZAZIONI HASH

GESTIONE DEI TRABOCCHI

Metodi di concatenamento in area primaria

- approccio a **catene confluenti** (*coalesced chaining*):
  - un trabocco da una pagina primaria i viene memorizzato nella prima pagina non piena $i + h$ e si attiva un riferimento da i a $i + h$
  - i record per cui $H(k) = i$ o $H(k) = i+h$ vengono memorizzati nella pagina $i+h$ finché questa non diviene satura
  - quando la pagina $i + h$ dà luogo ad un trabocco si procede in modo analogo
  - la lista collega pagine che contengono trabocchi sia da i che da $i + h$

ORGANIZZAZIONI HASH

GESTIONE DEI TRABOCCHI

Metodi di concatenamento in area primaria

- approccio a **catene separate** (*separate chaining*): vengono collegati a lista i record che collidono (cioè a cui viene assegnato lo stesso indirizzo)
  - mentre nel caso delle catene confluenti le liste collegano le pagine, in questo caso collegano i record
  - quando la funzione di trasformazione associa un record ad una pagina satura, ma occupata da trabocchi, uno di essi si memorizza in un'altra pagina
  - questo metodo migliora la prestazioni, ma complica la gestione dei trabocchi

ORGANIZZAZIONI HASH

GESTIONE DEI TRABOCCHI

Metodi di concatenamento in area separata

- i trabocchi vengono memorizzati in un'area di memoria distinta da quella primaria
- l'area separata è in genere impaginata
- ogni pagina può essere dedicata
  - a trabocchi provenienti dalla stessa pagina dell'area primaria (si collegano a lista le pagine con trabocchi provenienti dalla stessa pagina)
  - a trabocchi provenienti da pagine diverse (si collegano a lista i trabocchi)
- la capacità delle pagine dell'area separata non è necessariamente uguale a quella delle pagine dell'area primaria

ORGANIZZAZIONI HASH

GESTIONE DEI TRABOCCHI

Metodi di indirizzamento aperto

- usano una legge di scansione per visitare l'area primaria, a partire dalla pagina di indirizzo $H(k)$, nella ricerca di una pagina non satura

- metodo più semplice: **scansione lineare** (*linear probing*)

  $$H_i(k) = (H_0(k) + si) \ mod \ M$$

  si incrementa l'indirizzo iniziale $H(k)$ di una quantità costante s, detta *passo*

  se il valore di s non ha divisori in comune con M, i primi M valori di $H_i(k)$ sono tutti i possibili indirizzi delle pagine dell'area primaria

ORGANIZZAZIONI HASH

GESTIONE DEI TRABOCCHI

Metodi di indirizzamento aperto

- problema: *agglomerazione primaria*

  invece di distribuirsi uniformemente su tutta l'area primaria i record tendono ad addensarsi in alcune pagine

- se $H_0(k_1)$ coincide con $H_i(k_2)$, le probabilità di trabocco di tale pagina aumentano e successive applicazioni della legge di scansione restituiranno per entrambe le chiavi le stesse pagine

ORGANIZZAZIONI HASH

GESTIONE DEI TRABOCCHI

Metodi di indirizzamento aperto

- esempio:

  funzione $H_i(k) = (H_0(k) + 3i) \ mod \ 31$

  le chiavi 1234 e 245 generano rispettivamente le sequenze

  $$(25, 28, 0, 3, 6, 9, 12, \ldots)$$

  e

  $$(28, 0, 3, 6, 9, 12, \ldots)$$

  $\Rightarrow$ un trabocco dalla pagina 25 aumenta la probabilità di trabocchi a pagina 28, poi a pagina 0, e così via

ORGANIZZAZIONI HASH

GESTIONE DEI TRABOCCHI

Metodi di indirizzamento aperto

- per evitare l'agglomerazione primaria è necessario rendere variabile il passo di scansione ricorrendo ad una funzione non lineare come legge scansione

- **scansione quadratica**

$$H_i(k) = (H_0(k) + s_1 i + s_2 i^2) \ mod \ M$$

- ulteriore problema: *agglomerazione secondaria*, dovuta a chiavi che vengono associate allo stesso indirizzo iniziale

ORGANIZZAZIONI HASH

GESTIONE DEI TRABOCCHI

Metodi di indirizzamento aperto

- possibile soluzione: **scansione casuale** (*random probing*)

  $H_1(k) = H_0(k), H_i(k) = (H_{i-1}(k) + s_i) \; mod \; M$

  dove s_i è una sequenza di numeri casuali diversi nell'intervallo $[0, M-1]$ generata prendendo la chiave come seme

- semplice da realizzare, ma disperde troppo i dati sui cilindri (per la natura casuale degli indirizzi generati)

- si preferisce quindi adottare una legge di scansione lineare con passo unitario, nonostante i fenomeni di agglomerazione

ORGANIZZAZIONI HASH

FATTORE DI CARICAMENTO

- data una stima del numero N di record da gestire e fissata la capacità c dei bucket, la scelta di un determinato fattore di caricamento d determina il numero di bucket M in area primaria

- al diminuire di d si riducono i trabocchi ma aumenta lo spazio di memoria occupato dal file

- per ridurre la percentuale di trabocchi, che incide sia sui costi di ricerca che su quelli di aggiornamento, non è consigliabile utilizzare fattori di caricamento elevati

ORGANIZZAZIONI HASH

FATTORE DI CARICAMENTO

- valori tipici sono compresi tra 0,75 e 0,85

- per evitare problemi legati alla funzione hash, è necessario scegliere attentamente la dimensione del file M

- tipicamente, quindi, si procede come segue:

  - dato il numero N di record da memorizzare e la capacità c dei bucket, si sceglie un certo fattore di caricamento d

  - si determina M come $M = \frac{N}{dc}$

  - si valuta la percentuale dei trabocchi, se è troppo alta bisogna ridurre d

ORGANIZZAZIONI HASH

FATTORE DI CARICAMENTO

la percentuale di trabocchi può essere stimata come segue:

- con una trasformazione uniforme, la probabilità che un indirizzo si presenti ripetuto x volte è $p^x q^{N-x}$, con $p = \frac{1}{M}$ probabilità che un indirizzo venga generato e $q = (1 - \frac{1}{M})$ probabilità che un indirizzo non venga generato

- la probabilità che tra gli N indirizzi se ne presenti uno ripetuto x volte è data dalla distribuzione binomiale

$$P(x) = \binom{N}{x} p^x q^{N-x}$$

ORGANIZZAZIONI HASH

FATTORE DI CARICAMENTO

- per N e M grandi, la distribuzione binomiale è approssimata dalla distribuzione di Poisson

$$P(x) = \frac{m^x e^{-m}}{x!} \qquad \text{con } m = \frac{N}{M}$$

- il numero totale di trabocchi N_t è dato dalla differenza tra il numero totale di registrazioni N e le registrazioni in pagine senza trabocchi ed in pagine con trabocchi, cioè:

$$N_t = N - \left(\sum_{x=0}^{c} P(x)\ M\ x + c\ P_c\ M \right)$$

con $P_c = 1 - \sum_{x=0}^{c} P(x)$ probabilità che un indirizzo venga generato più di c volte

ORGANIZZAZIONI HASH

FATTORE DI CARICAMENTO

- si ha quindi:

$$\frac{N_t}{N} = 1 - \frac{N}{M}\left(\sum_{x=0}^{c} P(x)\ x + c\ P_c\right) =$$

$$1 - \frac{1}{dc}\left(\sum_{x=0}^{c} P(x)\ x + \frac{P_c}{d}\right)$$

- percentuale di record in overflow per diversi valori di capacità e fattore di caricamento (funzione hash ideale)

c / d	0,5	0,7	0,9	1,0
1	21,31	28,08	34,06	36,79
5	2,48	7,11	13,78	17,55
10	0,44	2,88	8,59	12,51
50	0	0,05	2,04	5,63

ORGANIZZAZIONI HASH

CAPACITÀ DELLE PAGINE

- all'aumentare di c, e a parità di fattore di caricamento d, la percentuale di record in overflow diminuisce, sotto le ipotesi di una funzione hash ideale e di gestione degli overflow in area separata

- se ad esempio si devono memorizzare 750 record in 1000 pagine con $c = 1$ oppure in 500 pagine con $c = 2$, in entrambi i casi il fattore di caricamento è $d = 0{,}75$, ma nel primo caso i trabocchi sono il 29,6%, mentre nel secondo caso i trabocchi sono il 18,7%

  se si mantiene il fattore di caricamento 0,75 e si pone $c = 10$, le prestazioni migliorano ulteriormente

- per organizzazioni su MS la capacità delle pagine dovrebbe essere superiore a 10

ORGANIZZAZIONI HASH

CAPACITÀ DELLE PAGINE

- poiché la dimensione della pagina fisica (blocco) dipende dal sistema operativo, vengono generalmente utilizzate pagine logiche (bucket)

- il file dei dati è suddiviso in bucket (uno o più blocchi) e un *bucket directory* contiene un puntatore ad ogni bucket
  - la trasformazione della chiave determina il numero del bucket
  - attraverso il bucket directory si determina il primo blocco del bucket che viene poi acceduto per cercare il record
  - se nel primo blocco il record non c'è si passa al successivo e così via

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

- nelle tecniche hash dinamiche l'allocazione di memoria viene aumentata o diminuita a seconda delle dimensioni del file, senza richiedere riorganizzazioni del file

- gli approcci possono essere suddivisi in due categorie:

  - quelli che fanno uso di strutture ausiliarie (*hashing virtuale*, *hashing estensibile*, *hashing dinamico*)

  - quelli che agiscono esclusivamente sull'area primaria (*hashing lineare*, *hashing spirale*)

- in entrambi i casi, la funzione di trasformazione della chiave viene modificata opportunamente quando l'organizzazione si ristruttura

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

HASHING VIRTUALE

- idea: raddoppiare l'area primaria quando si verifica un overflow in un bucket, e ridistribuire i record tra il bucket saturo e il bucket a lui corrispondente nell'area raddoppiata, detto suo *buddy*, facendo uso di una nuova funzione hash

  se poi qualche altro bucket nell'area primaria originale diventa saturo e il suo buddy non è ancora in uso, si ridistribuiscono i suoi record tra il bucket stesso e il buddy

  poiché, ad un certo istante, solo alcuni buddy sono effettivamente in uso, è necessario fare uso di una struttura ausiliaria per determinare quale funzione hash utilizzare

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

HASHING VIRTUALE

- inizialmente si alloca per l'area dati un certo numero (anche piccolo, ad esempio 7) M di pagine contigue di capacità c

- si introduce un vettore binario B con tanti elementi quante sono le pagine dell'area dati

- quando una pagina dell'area dati viene utilizzata, il corrispondente elemento di B viene posto a 1

- si utilizza una funzione di trasformazione H_0 che applicata ad una chiave produce un indirizzo compreso tra 0 e $M-1$

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

HASHING VIRTUALE

- se inserendo un record con chiave k nella pagina di indirizzo m si genera un trabocco:
  - si raddoppia l'area primaria
  - si raddoppia il vettore B, ponendo a 0 tutte le entrate tra $M+1$ e $2M-1$
  - si sostituisce H_0 con H_1 che produce indirizzi compresi tra 0 e $2M-1$
  - si applica H_1 a k e a tutte e sole le chiavi dei record nella pagina m; i record verranno ridistribuiti tra la pagina m e la pagina $M+m$
  - l'entrata di B per la pagina $M+m$ viene messa a 1

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

HASHING VIRTUALE

- il metodo richiede l'utilizzo di una serie di funzioni di trasformazione $H_0, H_1, \ldots, H_r$

  H_r restituisce un indirizzo compreso tra 0 e $2^r M - 1$ (l'indice indica il numero di raddoppi subiti dall'area dati)

- le funzioni H devono soddisfare le seguenti proprietà, per ogni $j = 0, \ldots, r$:

  $$H_{j+1}(k) = H_j(k) \quad \text{oppure} \quad H_j(k) + 2^j M$$

- una funzione comunemente adottata è

  $$H_r(k) = k \ mod \ 2^r M$$

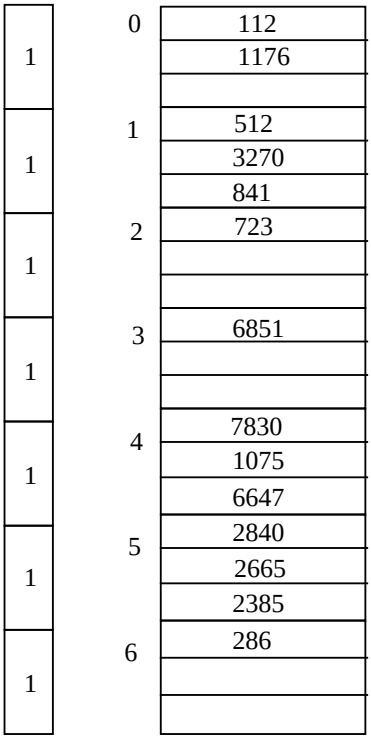
ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

HASHING VIRTUALE

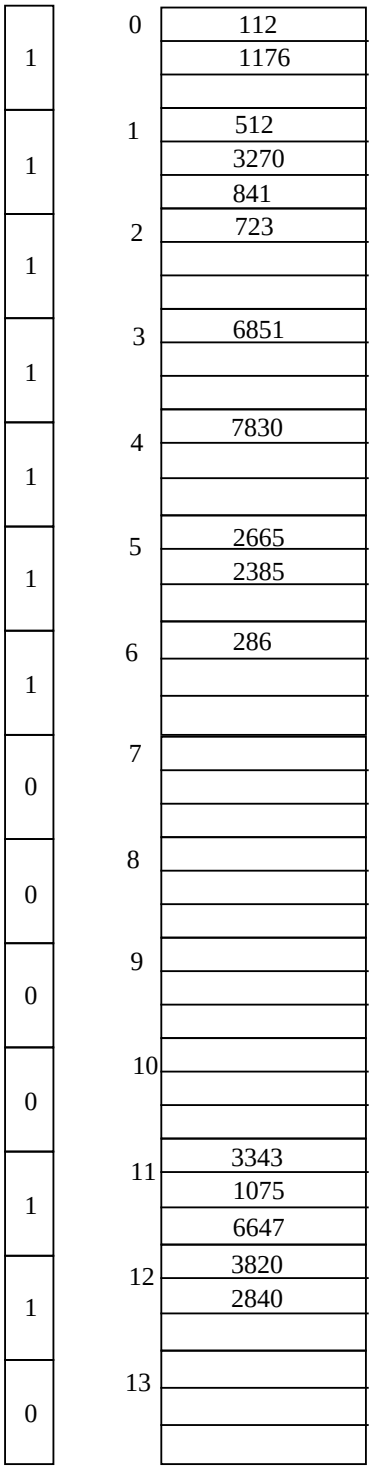
Ricerca in una struttura di hash virtuale
INPUT: k: chiave da cercare
r: numero di raddoppi subiti dall'area dati
OUTPUT: indirizzo corrispondente alla chiave,
se la chiave è presente,
-1 altrimenti
METODO:
function $ricerca(r$:int; k:int): int;
If $r < 0$ **Then** return -1;
/* la chiave non è presente */
Else If $B(H_r(k)) = 1$ **Then** return $H_r(k)$
Else return $ricerca(r-1, k)$
endif
endif

HASHING VIRTUALE - Esempio

(a)



(b)



HASHING VIRTUALE - Esempio

- sia $M = 7$ e $c = 3$

- si vuole inserire la chiave 3820

  $H_0(3820) = 5$, poiché $B(5) = 1$, la nuova chiave va memorizzata nella pagina di indirizzo 5

- la pagina è satura per cui occorre raddoppiare l'area dati

- i record della pagina di indirizzo 5 sono divisi tra tale pagina e una nuova pagina di indirizzo 12, mediante la funzione

  $H_1(k) = k \ mod \ 14$

- il vettore B viene raddoppiato e i suoi valori aggiornati, da questo momento viene applicata la funzione H_1

HASHING VIRTUALE - Esempio

- si supponga di dover inserire la chiave 3343

  $H_1(3343) = 11$, ma poiché $B[11] = 0$, cioè la pagina non è ancora stata utilizzata, si utilizza H_0

  $H_0(3343) = 4$, la pagina 4 però è satura, viene attivata ponendo ad 1 il bit nel vettore B e si trasformano tutte le chiavi della pagina 4, cioè 7830,1075, 6647 più la nuova chiave 3343, mediante la funzione H_1, dividendole così tra le pagine 4 e 11

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

HASHING ESTENSIBILE

- l'hashing estensibile evita di ricorrere a tecniche di raddoppio facendo uso di una struttura ausiliaria, detta *direttorio*

- il direttorio è un insieme di 2^p celle, con indirizzi da 0 a 2^p-1, con $p \geq 0$ *profondità* del direttorio

- l'espansione dell'area dati avviene aggiungendo una nuova pagina ogni volta che si tenta di inserire un record in una pagina satura

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

HASHING ESTENSIBILE

- idea: fare uso di una funzione hash che, dato un valore di chiave k_i, restituisce non un indirizzo di bucket, ma una stringa binaria di opportuna lunghezza (ad esempio, 32 bit) detta **pseudochiave**

- la funzione hash associa ad ogni chiave una pseudochiave di cui si considerano i primi p bit per accedere direttamente ad una delle 2^p celle, ognuna contenente un puntatore ad un bucket

- ogni bucket ha una profondità locale $p' \leq p$ (mantenuta nel bucket) che indica il numero effettivo di bit usati per allocare le chiavi nel bucket stesso

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

HASHING ESTENSIBILE

- una cella del direttorio contiene il riferimento ad una pagina dell'area dati contenente tutte e sole le registrazioni con pseudochiavi con lo stesso prefisso di lunghezza p'

- per effettuare la ricerca di un record
  - si estraggono i primi p bit dalla pseudochiave
  - si accede l'entrata dell'indice che corrisponde alla stringa di p bit
  - dall'entrata si determina l'indirizzo della pagina del file che contiene il record cercato

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

HASHING ESTENSIBILE

- per effettuare l'inserimento di un record
  - inizialmente si ha un solo bucket e $p = p' = 0$
  - quando si deve inserire un record in una pagina satura di profondità p', se $p = p'$ innanzitutto si raddoppia il direttorio e si incrementa p di 1, copiando i valori dei puntatori nelle nuove celle corrispondenti
  - sia nel caso $p = p'$ che nel caso $p' < p$, si alloca un nuovo bucket e si distribuiscono le chiavi tra i due bucket (quello saturo e quello appena allocato) facendo uso del $p' + 1$-esimo bit delle pseudochiavi
  - per i due bucket si pone a $p' + 1$ la profondità locale e si aggiorna il direttorio facendo in modo che una sua cella contenga un riferimento al nuovo bucket

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

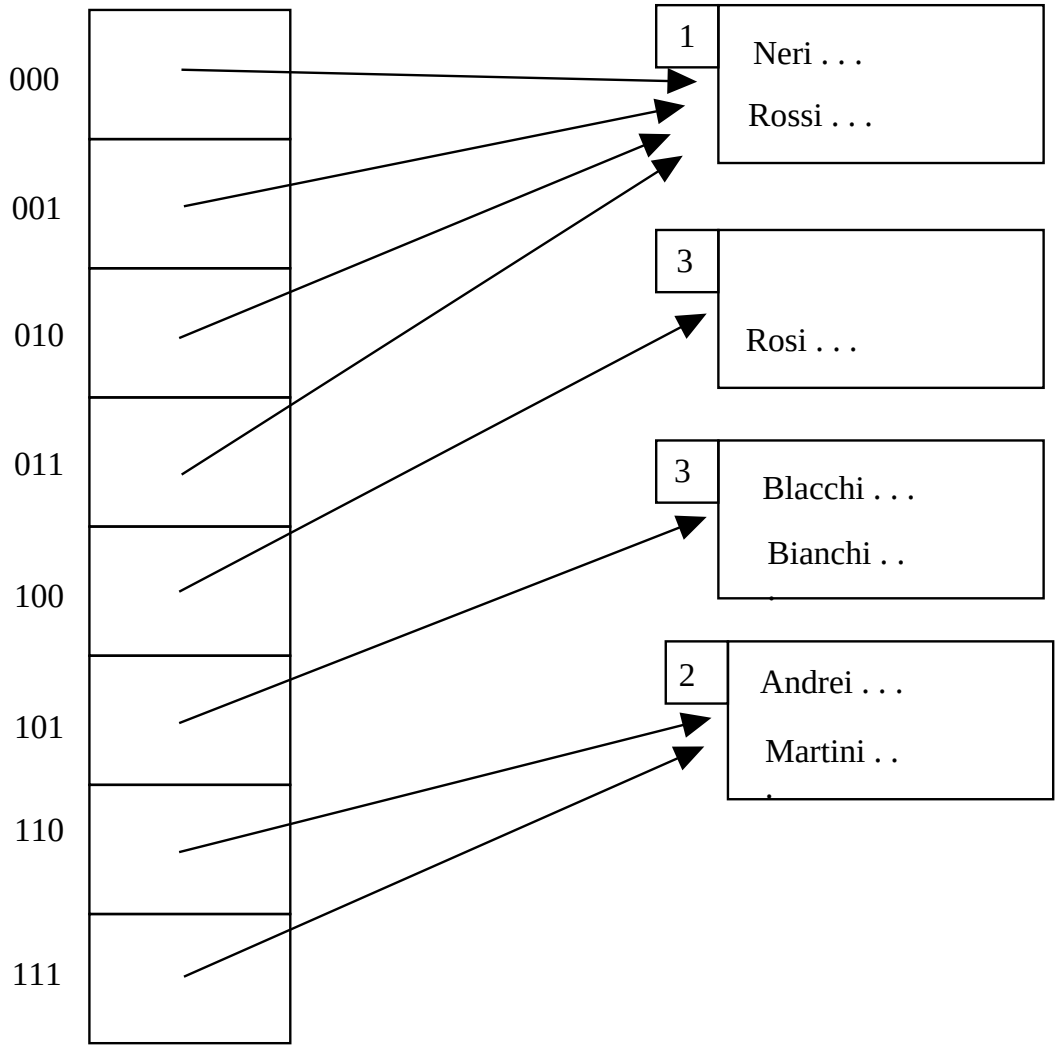
HASHING ESTENSIBILE - Esempio

possibili valori della pseudochiave

Rossi	0010 1101 1111 1011 0010 1100 0011 0000
Andrei	1101 0101 1101 1110 0100 0110 1001 0011
Bianchi	1010 0011 1010 0000 1100 0110 1001 1111
Rosi	1000 0111 1110 1101 1011 1111 0011 1010
Martini	1111 0001 0010 0100 1001 0011 0110 1101
Blacchi	1011 0101 1010 0110 1100 1001 1110 1011
Neri	0101 1000 0011 1111 1001 1100 0000 0001

ORGANIZZAZIONI HASH DINAMICHE

HASHING ESTENSIBILE - Esempio



CONFRONTO TRA INDICI E FUNZIONI HASH

- se la maggior parte delle interrogazioni ha la forma

  ```
  SELECT A1,A2,.....An FROM R WHERE Ai=C
  ```

  la tecnica hash è preferibile

- infatti: la scansione di un indice ha un costo proporzionale al logaritmo del numero di valori in R per Ai, in una struttura hash il tempo di ricerca è indipendente dalla dimensione della base di dati

- gli alberi sono preferibili se le interrogazioni usano condizioni di range

  ```
  SELECT A1,A2,.....An FROM R
  WHERE C1 < Ai < C2
  ```

  è infatti difficile determinare funzioni hash che mantengono l'ordine

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL

- la maggior parte dei DBMS relazionali fornisce varie primitive che permettono al progettista della base di dati di definire la configurazione fisica dei dati

- queste primitive sono rese disponibili all'utente come comandi del linguaggio SQL

- i comandi più importanti sono il comando per la creazione di indici, su una o più colonne di una relazione, e il comando per la creazione di cluster

- un cluster permette di memorizzare fisicamente contigue le tuple di una o più relazioni che hanno lo stesso valore per una o più colonne, dette colonne del cluster

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL

il comando per la creazione di un indice in SQL ha il seguente formato:

```
CREATE INDEX Nome Indice
ON Nome Relazione(Lista Nomi Colonne) |
        Nome Cluster
[ASC | DESC];
```

dove

- *Nome Indice* è il nome dell'indice che si crea

- la clausola `ON` specifica l'oggetto su cui è allocato l'indice

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL

- tale oggetto può essere:
  - una relazione si devono specificare i nomi delle colonne su cui l'indice è allocato
  - un cluster l'indice viene allocato automaticamente su tutte le colonne del cluster

- l'indice può essere allocato su più colonne

  i valori della chiave sono ottenuti come concatenazione di tutti i valori di tali colonne

  normalmente esiste un limite al numero di colonne (es. in Oracle 16)

- le opzioni `ASC` e `DESC` specificano se i valori della chiave dell'indice devono essere ordinati in modo crescente o decrescente - `ASC` è il default

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL - Esempio

per allocare un indice sulla colonna stipendio della relazione `Impiegati`

```
CREATE INDEX idx_stipendio
ON Impiegati (stipendio);
```

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL

Definizione di indici clusterizzati (DB2):

```
CREATE INDEX Nome Indice
    ON Nome Relazione(Lista Nomi Colonne)
    CLUSTER;
```

- una tabella può avere un solo indice clusterizzato

- se la tabella è non vuota quando si crea l'indice clusterizzato i dati non vengono automaticamente raggruppati (è necessario usare una speciale utility `REORG`)

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL

comando per la creazione di un cluster:

```
CREATE CLUSTER Nome Cluster
(Nome Col_1 Dominio_1, ...,
        Nome Col_n Dominio_n)
[INDEX | HASH IS* Nome Col_1 |
        HASHKEYS Intero];
```

dove: * questa opzione è valida solo se $n = 1$

- *Nome Cluster* è il nome del cluster che si definisce

- (*Nome* Col_1 *Dominio*$_1$, ..., *Nome* Col_n *Dominio*$_n$), con $n \geq 1$, è la specifica delle colonne del cluster; tale insieme di colonne è detto *chiave del cluster*

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL

ogni cluster ha sempre una struttura di accesso ausiliaria

- **Index**: viene allocato un indice di tipo B^+-albero (default)

  conviene se si hanno frequenti interrogazioni di tipo range sulla chiave del cluster o se le relazioni possono aumentare di dimensione in modo impredicibile

  cluster di tipo index

- **Hash**: viene usata una struttura di accesso di tipo hash

  conviene se si hanno frequenti interrogazioni con predicati di uguaglianza su tutte le colonne e se le relazioni sono statiche

  cluster di tipo hash

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL

- nel caso di cluster di tipo hash va scelta la funzione hash da usare

- il DBMS fornisce sempre una funzione hash interna che viene usata come default

- è tuttavia possibile non usare questo default e specificare, tramite l'opzione `HASH IS`, come valori della funzione hash i valori della colonna indicata in questa opzione

- questa opzione può tuttavia essere usata solo se la chiave del cluster ha una sola colonna e la colonna è numerica e non ha valori negativi

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL

- l'opzione `HASHKEYS` permette, come l'opzione `HASH IS`, di richiedere l'uso dell'hash come struttura di accesso; inoltre permette di specificare il numero di valori della funzione hash

- questo valore (se non è un numero primo) viene arrotondato dal sistema al primo intero maggiore

  tale intero viene usato come argomento dell'operazione di modulo usata dal sistema per generare i valori della funzione hash

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL

- se il cluster è di tipo index, prima di poter eseguire interrogazioni o modifiche è necessario creare un indice sul cluster tramite il comando di `CREATE INDEX`

- un cluster può includere una o più relazioni
  - singola relazione: il cluster è usato per raggruppare le tuple della relazione aventi lo stesso valore per le colonne che sono chiavi del cluster
  - più relazioni: il cluster viene usato per raggruppare le tuple di tutte le relazioni aventi lo stesso valore per la chiave del cluster (join efficienti su colonne che sono parte della chiave del cluster)

- una relazione deve essere inserita nel cluster al momento della creazione

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL - Esempio

```
CREATE CLUSTER Personale(D# NUMBER);

CREATE INDEX idx_personnel
      ON CLUSTER personnel;
```

il seguente comando crea un cluster di tipo hash:

```
CREATE CLUSTER Personale
  (D# NUMBER) HASHKEYS 10;
```

dato che l'opzione `HASHKEYS` ha valore 10, il numero di valori generati dalla funzione hash è 11

DEFINIZIONE DI CLUSTER E INDICI IN SQL - Esempio

per inserire nel cluster `Personale` le relazioni `Impiegati` e `Dipartimenti`

```
CREATE TABLE Impiegati
  (Imp# Decimal(4) NOT NULL,
  Dip# Decimal(2)
  CLUSTER personale (Dip#));

CREATE TABLE Dipartimenti
  (Dip# Decimal(4) NOT NULL
  CLUSTER personale (Dip#));
```

i nomi delle colonne delle relazioni su cui si esegue il clustering non devono necessariamente avere lo stesso nome della colonna del cluster, devono però avere lo stesso tipo