Il Modello Relazionale

Il modello relazionale

- Il modello relazionale, sebbene non sia stato il modello usato nei primi DBMS, è divenuto lentamente il modello più importante al punto che è oggi comunemente usato in quasi tutti i DBMS disponibili a livello commerciale
- la ragione principale della popolarità di questo modello è che fornisce linguaggi semplici e <u>di tipo dichiarativo</u>, ma al tempo stesso potenti, con cui esprimere le operazioni per l'accesso e la manipolazione dei dati

Operazioni nel Modello Relazionale

- Le operazioni sulle relazioni possono essere espresse in due formalismi di base:
  - **Algebra relazionale:** le interrogazioni (query) sono espresse applicando operatori specializzati alle relazioni
  - **Calcolo relazionale:** le interrogazioni (query) sono espresse per mezzo di formule logiche che devono essere verificate dalle tuple ottenute come risposta all'interrogazione
  - i due formalismi (sotto opportune ipotesi) sono equivalenti

Algebra Relazionale

Algebra Relazionale

- Esistono cinque operazioni di base:
  - Unione
  - Differenza
  - Prodotto cartesiano
  - Proiezione
  - Selezione
- queste operazioni definiscono completamente l'algebra relazionale

Algebra Relazionale

- Ogni operazione restituisce come risultato una relazione: è pertanto possibile applicare una operazione al risultato di un'altra operazione (proprietà di chiusura)
- esistono operazioni addizionali, che possono essere espresse in termini delle cinque operazioni di base

Algebra Relazionale

- Tali operazioni non aggiungono potere espressivo all'insieme delle operazioni di base, ma sono utili come abbreviazioni; di queste la più importante è l'operazione di *join*
- rispetto alla notazione per nome del modello relazionale, può essere utile introdurre una ulteriore operazione di *renaming* che permette di modificare i nomi degli attributi

Algebra Relazionale - Unione

- L'unione di due relazioni R, S, indicata con

  $R \cup S$

  è l'insieme delle tuple in R, S o in entrambe
- l'unione di due relazione può essere fatta solo se hanno lo stesso grado; inoltre il primo attributo di R deve avere dominio compatibile con il primo attributo di S, il secondo attributo di R deve avere dominio compatibile con il secondo attributo di S, e così via
- le tuple duplicate vengono eliminate
- il grado della relazione risultato è uguale al grado delle relazioni operandi

Algebra Relazionale - Unione

Esempio:

R

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

S

A	B	C
b	g	a
d	a	f

$R \cup S$

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d
b	g	a

Algebra Relazionale - Differenza

- La differenza di due relazioni R ed S, indicata con R-S è l'insieme delle tuple che sono in R ma non in S
- la differenza (come l'unione) può essere eseguita solo se le relazioni hanno lo stesso grado e gli attributi hanno domini compatibili
- il grado della relazione risultato è uguale al grado delle relazioni operandi

Algebra Relazionale - Differenza

- Esempio:

R

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

S

A	B	C
b	g	a
d	a	f

R-S

A	B	C
a	b	c
c	b	d

Algebra Relazionale – Prodotto Cartesiano

- Il prodotto cartesiano di due relazioni R ed S, di grado k_1, k_2, indicato con:

  R X S

  è una relazione di grado k_1+k_2 le cui tuple sono tutte le tuple che hanno:
  - come prime k_1 componenti le tuple di R
  - come seconde k_2 componenti le tuple di S

Algebra Relazionale – Prodotto Cartesiano

- Nella relazione risultato i nomi dei primi k_1 attributi sono i nomi degli attributi della relazione R e i nomi degli ultimi k_2 attributi sono i nomi degli attributi della relazione S
- se le due relazioni hanno attributi con lo stesso nome, è necessario ridenominare gli attributi in una delle due relazioni

13

Algebra Relazionale – Prodotto Cartesiano

- Esempio:

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

R

D	E	F
b	g	a
d	a	f

S

R X S

A	B	C	D	E	F
a	b	c	b	g	a
a	b	c	d	a	f
d	a	f	b	g	a
d	a	f	d	a	f
c	b	d	b	g	a
c	b	d	d	a	f

14

Algebra Relazionale - Proiezione

- La proiezione di una relazione R su un insieme di attributi $A=\{A_1,\dots A_m\}$, $A \subseteq U_R$, indicata con:

$$\Pi_{A1,\dots,Am}\ R$$

- è una relazione di grado m le cui tuple hanno come attributi solo quelli specificati in A
- pertanto la proiezione genera un insieme T di m-tuple tali che se $t=[A_1{:}v_1,\dots A_m{:}v_m]$ è in T allora esiste una tupla t' in R tale che per ogni A_i in A, $t[A_i]=t'[A_i]$
- nella relazione risultato gli attributi hanno l'ordine specificato in A

15

Algebra Relazionale - Proiezione

- Esempio:

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

R

A	C
a	c
d	f
c	d

$\Pi_{A,C}(R)$

B	A
b	a
a	d
b	c

$\Pi_{B,A}(R)$

B
b
a

$\Pi_B(R)$

16

Algebra Relazionale - Predicati

- Un predicato *F* su una relazione R ha una delle seguenti forme:
  - predicato semplice
  - combinazione booleana di predicati semplici (tali combinazioni sono ottenute con i connettivi AND, OR e NOT)

17

Algebra Relazionale - Predicati

- Un predicato semplice ha una delle seguenti forme:
  - A op *costante*
  - A op A'

  A e A' sono attributi di R, op è un operatore relazionale di confronto >,<,>=,<=,=, ecc., *costante* è una costante compatibile con il dominio di A

18

Algebra Relazionale – Esempi di predicati

- B=b predicato semplice forma 1)
- A=C predicato semplice forma 2)
- B=b OR A=C combinazione booleana
- B=b AND A=C combinazione booleana
- NOT B=b combinazione booleana

19 Il modello relazionale

Algebra Relazionale - Selezione

- La selezione su una relazione R, dato un predicato *F*, indicata con:
  $$\sigma_F(R)$$
  è una relazione che contiene tutte e sole le tuple che verificano il predicato *F*
- il grado della relazione risultato è uguale al grado della relazione operando; i nomi degli attributi della relazione risultato sono gli stessi della relazione operando
- se nessuna tupla di R verifica il predicato *F*, allora il risultato è una relazione vuota

20 Il modello relazionale

Algebra Relazionale - Selezione

- Se k è il grado di R, la selezione genera un insieme T di k-tuple
- sia $t=A_1{:}v_1,\ldots A_k{:}v_k]$ una k-tupla in T
- t è tale che:
  $$F(A_1/t[A_1],\ldots,A_k/t[A_k])$$
  è vera, dove la notazione $A_i/t[A_i]$ indica la sostituzione in *F* del nome di attributo A_i (se tale nome compare in *F*) con il valore $t[A_i]$ dell'attributo di nome A_i in t

21 Il modello relazionale

Algebra Relazionale - Selezione

- Esempio:

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

R

A	B	C
a	b	c
c	b	d

$\sigma_{B=b}(R)$

A	B	C
d	a	f

$\sigma_{NOT B=b}(R)$

A	B	C
a	b	c
c	b	d

$\sigma_{B=b \text{ OR } A=C}(R)$

$\sigma_{B=b \text{ AND } A=C}(R)$

22 Il modello relazionale

Algebra Relazionale - Ridenominazione

- La ridenominazione di una relazione R rispetto ad una lista di coppie di nomi di attributi $(A_1,B_1),\ldots,(A_m,B_m)$ tale che A_i è un nome di attributo di R, denotata con:
  $$\rho_{A1,\ldots,Am \leftarrow B1,\ldots,Bm} R$$
  ridenomina l'attributo di nome A_i con il nome B_i
- la ridenominazione è corretta se il nuovo schema della relazione R ha attributi con nomi tutti distinti

23 Il modello relazionale

Algebra Relazionale - Ridenominazione

- Esempio:
  La ridenominazione:
  $$\rho_{A,B,C \leftarrow AA,BB,CC}(R)$$
  cambia lo schema R(A,B,C) in R(AA,BB,CC)

24 Il modello relazionale

Algebra Relazionale – Esempi

- Q1: selezionare i nomi degli impiegati che hanno uno stipendio maggiore di 2000

$$\Pi_{Nome}(\sigma_{Stipendio>2000}(Impiegati))$$

Nome
Rosi
Blacchi
Neri
Dare
Verdi

25

Il modello relazionale

Algebra Relazionale - Esempi

- Q2: selezionare i nomi ed i numeri di dipartimento degli impiegati che hanno uno stipendio maggiore di 2000 e hanno mansione di ingegnere

$$\Pi_{Nome,\ Dip\#}(\sigma_{Stipendio>2000\ AND\ Mansione\ ='ingegnere'}(Impiegati))$$

Nome	Dip#
Neri	10
Dare	10

26

Il modello relazionale

Algebra relazionale - Operazioni di base

- Sia R = (A_1, ..., A_k) uno schema di relazione
- indichiamo con $\Re(R)$ l'insieme di tutte le relazioni su tale schema
- $\_ \cup \_ : \Re(R) \times \Re(R) \rightarrow \Re(R)$

  $r1 \cup r2 = \{t \mid t \in r1 \vee t \in r2\}$
- $\_ \setminus \_ : \Re(R) \times \Re(R) \rightarrow \Re(R)$

  $r1 \setminus r2 = \{t \mid t \in r1, t \notin r2\}$

27

Il modello relazionale

Algebra relazionale - Operazioni di base

- $\_ \times \_ : \Re(R1) \times \Re(R2) \rightarrow \Re(R1 \cup R2)$

  con $R1 \cap R2 = \emptyset$

  $r1 \times r2 = \{t1 \cdot t2 \mid t1 \in r1, t2 \in r2\}$
- $\pi_{R'}\ \_ : \Re(R) \rightarrow \Re(R')$ con $R' \subseteq R$

  $\pi_{R'}(r) = \{t[R'] \mid t \in r\}$
- $\sigma_F\ \_ : \Re(R) \rightarrow \Re(R)$

  $\sigma_F(r) = \{t \mid t \in r, F(t)\}$

28

Il modello relazionale

Algebra Relazionale - Join

- Il join di due relazioni R ed S sugli attributi A di R ed A' di S, indicato con

  $R \bowtie_{A\,\theta\,A'} S$

  è definito come $\sigma_{A\theta A'}(R \times S)$
- il join è quindi un prodotto cartesiano seguito da una selezione
- il predicato AθA' è detto predicato di join

29

Il modello relazionale

Algebra Relazionale - Join

- Il grado della relazione risultato è uguale alla somma dei gradi delle relazioni operandi
- spesso il join è indicato con le seguenti notazioni: R.AθS.A' oppure R[AθA']S
- il join prende il nome di equijoin quando l'operatore θ nel predicato di join è l'operatore di uguaglianza

30

Il modello relazionale

Algebra Relazionale - Join

- Esempio:

R

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9

S

D	E
3	1
6	2

$R \bowtie_{A=E} S$

A	B	C	D	E
1	2	3	3	1

$R \bowtie_{B<D} S$

A	B	C	D	E
1	2	3	3	1
1	2	3	6	2
4	5	6	6	2

Algebra Relazionale – Join naturale

- L'operazione di join naturale è una 'semplificazione' del join
- si consideri l'interrogazione "ritrovare tutti gli impiegati e gli uffici dove lavorano". Se usiamo il join, tale interrogazione è espressa come:

$\Pi_{\text{Nome, Ufficio}}$ (Impiegati $\bowtie_{\text{Impiegati.Dip\#=Dipartimenti.Dip\#}}$ Dipartimenti)

- notare che questo join impone l'uguaglianza degli attributi che appaiono in entrambe le relazioni

Algebra Relazionale – Join naturale

- E' un tipo di join molto frequente
- l'operazione di join naturale indica un tipo di join basato sull'eguaglianza degli attributi comuni a due relazioni
- ha senso solo nella notazione con nome, a differenza delle altre operazioni

Algebra Relazionale – Join naturale

- R, S relazioni, $\{A_1,\dots,A_k\}=U_R \cap U_S$ insieme degli attributi presenti sia nello schema di S che nello schema di R, $\{I_1,\dots,I_m\}= U_R \cup U_S$ insieme degli attributi nello schema di R o nello schema di S
- l'espressione che definisce il join naturale è

$$\Pi_{I1,\dots,Im}\left(\sigma_c\left(R\times\left(\rho_{A1,\dots,Ak\leftarrow S.A1,\dots,S.Ak}(S)\right)\right)\right)$$

Algebra Relazionale – Join naturale

- Nella formula precedente c indica la formula

A1=S.A1 AND A2 = S.A2 AND … AND Ak = S.Ak

- il join naturale esegue pertanto un join uguagliando gli attributi con lo stesso nome delle due relazioni e poi elimina gli attributi duplicati
- il join naturale si indica con $R \bowtie S$

Algebra Relazionale – Join naturale

- Esempio:

R

A	B	C
a	b	c
d	b	c
b	b	f
c	a	d

S

B	C	D
b	c	d
b	c	e
a	d	b

$R \bowtie S$

A	B	C	D
a	b	c	d
a	b	c	e
d	b	c	d
d	b	c	e
c	a	d	b

Algebra relazionale - Divisione

- si supponga che gli impiegati della base di dati di esempio siano assegnati a dei corsi di aggiornamento; ogni impiegato in genere partecipa a più corsi e viceversa ogni corso è seguito da più impiegati; vengono inoltre rappresentate le informazioni relativamente ai corsi
- si supponga, pertanto, che siano definite le seguenti relazioni

  Segue (Imp#, Corso#)

  Corsi (Corso#, Argomento, Durata)

37

Algebra relazionale - Divisione

- un possibile contenuto delle due relazioni è il seguente:

Segue

Imp#	Corso#
7369	10
7369	20
7369	30
7782	10
7782	40

Corsi

Corso#	Argomento	Durata
20	CAD	5
10	Basi di dati	3
30	Basi di dati	2
40	Sistemi oper.	4

38

Algebra relazionale - Divisione

- consideriamo la seguente interrogazione: "trovare il numero di impiegato degli impiegati che seguono tutti i corsi il cui argomento è basi di dati"
- il numero di corso dei corsi il cui argomento è basi di dati è ottenuto come segue:

  $R1 = \Pi_{Corso\#} (\sigma_{Argomento = 'Basi\ di\ dati'} (Corsi))$

  il risultato dell'espressione R1 è il seguente insieme di numeri di corso {10,30}

39

Algebra relazionale - Divisione

- il risultato della interrogazione è dato, pertanto, da tutti quegli impiegati che appaiono nella relazione Segue con ognuno dei numeri di corso determinati da R1
- il risultato della nostra interrogazione è pertanto solo l'impiegato il cui numero è 7369
- l'operazione che permette di eseguire l'interrogazione precedente è l'operazione di divisione

40

Algebra relazionale - Divisione

- Date due relazioni R ed S con insiemi di attributi U_R ed U_S, rispettivamente, e tali che $U_R \supset U_S$, l'operazione di divisione di R per S è denotata da

  $R \div S$

  ed è espressa come segue:

  $\Pi_{(UR - US)} (R) - \Pi_{(UR - US)} ((\Pi_{(UR - US)} (R) \times S) - R)$

- l'espressione a destra del - determina tutte le tuple di R che non sono associate ad almeno una tupla di S

41

Algebra relazionale - Divisione

- l'interrogazione dell'esempio precedente è espressa come segue

  $Segue \div \Pi_{Corso\#} (\sigma_{Argomento = 'Basi\ di\ dati'} (Corsi))$

R = Segue

$S = \Pi_{Corso\#} (\sigma_{Argomento = 'Basi\ di\ dati'} (Corsi))$

S = {10, 30}

U_R = {Imp#, Corso#}

U_S = {Corso#}

42

Algebra relazionale - Divisione

1) $\Pi_{(UR - US)}(R) = \Pi_{Imp\#}(R) =$

Imp#
7369
7782

2) $\Pi_{(UR - US)}(R) \times S = \Pi_{Imp\#}(R) \times S =$

Imp#
7369
7782

x

Corso#
10
30

=

Imp#	Corso#
7369	10
7369	30
7782	10
7782	30

43

Algebra relazionale - Divisione

3) $(\Pi_{(UR - US)}(R) \times S) - R = (\Pi_{Imp\#}(R) \times S) - R =$

Imp#	Corso#
7369	10
7369	30
7782	10
7782	30

-

Imp#	Corso#
7369	10
7369	20
7369	30
7782	10
7782	40

=

Imp#	Corso#
7782	30

44

Algebra relazionale - Divisione

4) $\Pi_{(UR - US)}((\Pi_{(UR - US)}(R) \times S) - R) =$
$\Pi_{Imp\#}((\Pi_{Imp\#}(R) \times S) - R) =$

Imp#
7782

5) $\Pi_{(UR - US)}(R)$ - Calcolato al passo (1)
$\Pi_{(UR - US)}((\Pi_{(UR - US)}(R) \times S) - R)$ Calcolato al passo (4)

Imp#
7369
7782

-

Imp#
7782

=

Imp#
7369

45

Algebra relazionale - Operazioni derivate

- Sia R = (A_1, ..., A_k) uno schema di relazione
- indichiamo con $\Re(R)$ l'insieme di tutte le relazioni su tale schema
- $\_ \cap \_ : \Re(R) \times \Re(R) \rightarrow \Re(R)$
  $r1 \cap r2 = r1 \setminus (r1 \setminus r2) = \{t \mid t \in r1, t \in r2\}$
- $\_ \; |x|_F \; \_ : \Re(R1) \times \Re(R2) \rightarrow \Re(R1 \cup R2)$
  con $R1 \cap R2 = \emptyset$
  $r1 \; |x|_F \; r2 = \sigma_F(r1 \times r2) =$
  $\{t1 \cdot t2 \mid t1 \in r1, t2 \in r2, F(t1,t2)\}$

46

Algebra relazionale - Operazioni derivate

- $\_ \bowtie \_ : \Re(R1) \times \Re(R2) \rightarrow \Re(R1 \cup R2)$
  $r1 \bowtie r2 = \{t \mid t[R1] \in r1, t[R2] \in r2\}$
  - se $R1 \cap R2 = \emptyset$ $\quad r1 \bowtie r2 = r1 \times r2$
  - se $R1 = R2$ $\quad r1 \bowtie r2 = r1 \cap r2$
- $\_ \div \_ : \Re(R1) \times \Re(R2) \rightarrow \Re(R1 \setminus R2)$ con $R1 \supset R2$
  $r1 \div r2 = \{t \mid \forall t2 \in r2 \; \exists t1 \in r1$ t.c.
  $t1[R1 \setminus R2] = t, \; t1[R2] = t2\}$

47

Calcolo Relazionale

48

Algebra vs. calcolo

- L'algebra relazionale è un linguaggio procedurale: nello specificare un'espressione algebrica, dobbiamo indicare le operazioni necessarie per calcolare il risultato della query, insieme all'ordine in cui queste operazioni devono essere svolte
- nel calcolo relazionale viene data una descrizione formale del risultato, senza specificare come ottenerlo

Calcolo relazionale - Varianti

- Due varianti del calcolo relazionale:
  - Tuple relational calculus (TRC)
    - le variabili rappresentano tuple
  - Domain relational calculus (DRC)
    - le variabili rappresentano valori di domini

Calcolo relazionale

- In TRC una query è un'espressione della forma

  $\{t:U|P(t)\}$

  ossia è definita come l'insieme di tutte le tuple definite su un insieme di attributi U tali che il predicato P è vero per t
- notazione: t.A indica il valore della tupla t per l'attributo A, $t \in R$ indica che t è nella relazione R
- esempio: determinare tutti gli impiegati il cui stipendio è maggiore di 2000

  $\{t: U_{Impiegati}|t \in Impiegati \wedge t.Stipendio>2000\}$

Calcolo relazionale - Esempi

- Trovare il nome degli impiegati il cui stipendio è maggiore di 2000

  $\{t:\{Nome\}|\exists s(s \in Impiegati \wedge s.Stipendio>2000 \wedge s.Nome=t.Nome)\}$
- t è una variabile che indica tuple appartenenti ad una relazione che ha come schema {Nome}
- la notazione $\exists t(Q(t))$ indica che esiste una tupla t tale che Q(t) è vera

Calcolo relazionale - Esempi

- Trovare i nomi e gli uffici degli impiegati che hanno uno stipendio maggiore di 2000

  $\{t:\{Nome,Ufficio\}|\exists s(s \in Impiegati \wedge s.Stipendio>2000 \wedge s.Nome=t.Nome \wedge \exists u(u \in Dipartimenti \wedge s.Dip\#=u.Dip\# \wedge u.Ufficio=t.Ufficio))\}$

Calcolo relazionale - Esempi

- Trovare i nomi degli impiegati che hanno uno stipendio maggiore di 2000 oppure lavorano in un dipartimento della divisione D1

  $\{t:\{Nome\}|\exists s(s \in Impiegati \wedge s.Nome=t.Nome \wedge s.Stipendio>2000 \vee \exists u(u \in Dipartimenti \wedge s.Dip\#=u.Dip\# \wedge u.Divisione=\text{“D1”})))\}$

Calcolo relazionale - Sintassi

- *Atomi* – gli atomi sono:
  - $s \in R$ (R è un nome di relazione ed s è una variabile)
    - la tupla s appartiene alla relazione R
  - $s.A \theta u.A'$ (s ed u sono variabili, θ è un operatore relazionale di confronto, A ed A' sono nomi di attributi)
    - il valore di A nella tupla s è in relazione θ con il valore di A' nella tupla u
  - $s.A\ \theta a$ (s è una variabile, θ è un operatore relazionale di confronto, A è un nome di attributo, a è una costante)
    - il valore di A nella tupla s è in relazione θ con il valore a

Calcolo relazionale - sintassi

- *Formule*
  - ogni atomo è una formula, tutte le occorrenze delle variabili dell'atomo sono libere
  - se $\phi 1$ e $\phi 2$ sono formule, allora $\phi 1 \wedge \phi 2$, $\phi 1 \vee \phi 2$, $\neg \phi 1$ sono formule, le occorrenze delle variabili sono libere o legate a seconda di come sono in $\phi 1$ e $\phi 2$
  - se ϕ è una formula allora $\exists s(\phi)$, $\forall s(\phi)$ sono formule tutte le occorrenze di s in ϕ sono legate al quantificatore $\exists$ (oppure $\forall$)
  - se ϕ è una formula allora (ϕ) è una formula

Calcolo relazionale - Sintassi

- *Variabili libere e legate*
  - data una formula F ed una variabile x, x è libera in F se e solo se x non è quantificata
    - $\forall x$ (quantificazione universale)
    - $\exists x$ (quantificazione esistenziale)

Calcolo relazionale - Esempi

- $\exists s(s \in \text{Impiegati} \wedge s.\text{Stipendio}>2000)$
  è una formula legale, tutte le occorrenze di s sono legate
- $\exists s(s \in \text{Impiegati} \wedge x.\text{Stipendio}>2000 \wedge x.\text{Dip\#}= y.\text{Dip\#})$
  è una formula legale, tutte le occorrenze di s sono legate mente quelle di x e y sono libere

Calcolo relazionale - Sintassi

- *Espressioni del calcolo*
  - Un'espressione (o query) del calcolo su tuple ha la forma

    $\{x{:}U|f(x)\}$

    dove U è un insieme di attributi, f è una formula legale del calcolo, x è libera in f(x) ed è l'unica variabile libera in f(x)

Calcolo relazionale - Esempi

- L'espressione
  $\{y{:}\{\text{Dip\#}\}|\exists x(x \in \text{Impiegati} \wedge x.\text{Stipendio}>2000 \wedge x.\text{Dip\#}=y.\text{Dip\#})\}$
  è un'espressione corretta di TRC che è soddisfatta da tutti i numeri dei dipartimenti che hanno almeno un impiegato che guadagna più di 2000
- L'espressione
  $\{y{:}U_{\text{Impiegati}}|\forall y(y \in \text{Impiegati} \wedge y.\text{Mansione}=\text{'ingegnere'})\}$
  non è un'espressione corretta di TRC, in quanto y non è libera

Calcolo relazionale – Esprimere l'algebra con il TRC

- Unione: $R \cup S$ $\{t:U_R | t \in R \vee t \in S\}$
- Differenza: R-S $\{t: U_R | t \in R \wedge \neg t \in S\}$
- Prodotto cartesiano:

  RxS siano $U_R = \{A_1,\ldots,A_n\}$ e $U_S = \{A'_1,\ldots,A'_m\}$ gli insiemi degli attributi di R ed S

  $\{t: U_R \cup U_S | \exists x \exists y (x \in R \wedge y \in S \wedge$
  $x.A_1 = t.A_1 \wedge \ldots \wedge x.A_n = t.A_n \wedge$
  $y.A'_1 = t.A'_1 \wedge \ldots \wedge y.A'_m = t.A'_m)\}$

61

Il modello relazionale

Calcolo relazionale – Esprimere l'algebra con il TRC

- Proiezione: $\Pi_{A_1,\ldots A_k}(R)$

  $\{t:\{A_1,\ldots,A_k\} | \exists x (x \in R \wedge x.A_1 = t.A_1 \wedge \ldots \wedge x.A_k = t.A_k\}$
- Selezione: $\sigma_F(R)$

  $\{t:U_R | t \in R \wedge F'\}$

  dove F' è la formula F con ogni attributo A sostituito da t.A

62

Il modello relazionale

Calcolo relazionale – Potere espressivo

- L'algebra e il calcolo relazionale hanno lo stesso potere espressivo?
- la semantica di un'interrogazione (in algebra o in calcolo) è una funzione che trasforma una base di dati relazionale (insieme di relazioni) in una nuova base di dati relazionale
- algebra e calcolo hanno lo stesso potere espressivo se per ogni interrogazione Q1 in uno dei due formalismi esiste un'interrogazione Q2 nell'altro la cui semantica è la stessa funzione

63

Il modello relazionale

Calcolo relazionale – Potere espressivo

- Non tutte le espression i del calcolo possono essere tradotte in equivalenti espressioni dell'algebra
- esempio: l'espressione

  $\{t:U_R | \neg t \in R\}$
- sebbene sintatticamente corretta, se almeno uno dei domini degli attributi di R è un insieme infinito, questa espressione è soddisfatta da un numero infinito di tuple
- il risultato non sarebbe una relazione!

64

Il modello relazionale

Calcolo relazionale – Potere espressivo

- Nozione di *formula indipendente dal dominio*
- una formula è indipendente dal dominio se la sua valutazione genera sempre lo stesso risultato anche supponendo di estendere la base di dati con nuove relazioni o nuove tuple, contenenti valori non presenti nella base di dati di partenza
- la nozione di indipendenza dal dominio è però indecidibile
- si introduce quindi una condizione sintattica (*safety*) sufficiente a garantire l'indipendenza dal dominio

65

Il modello relazionale

Calcolo relazionale – Potere espressivo

- L'espressione

  $\{t:U_R | \neg t \in R\}$

  non è safe
- il calcolo relazionale safe e l'algebra relazionale hanno lo stesso potere espressivo
- la traduzione da un formalismo all'altro può essere effettuata in tempo polinomiale nella dimensione dell'espressione

66

Il modello relazionale