

# Il Modello Relazionale

1

Il modello relazionale

## Il modello relazionale

- Il modello relazionale, sebbene non sia stato il modello usato nei primi DBMS, è divenuto lentamente il modello più importante al punto che è oggi comunemente usato in quasi tutti i DBMS disponibili a livello commerciale
- la ragione principale della popolarità di questo modello è che fornisce linguaggi semplici e di tipo dichiarativo, ma al tempo stesso potenti, con cui esprimere le operazioni per l'accesso e la manipolazione dei dati

2

Il modello relazionale

## Operazioni nel Modello Relazionale

- Le operazioni sulle relazioni possono essere espresse in due formalismi di base:
  - **Algebra relazionale:** le interrogazioni (query) sono espresse applicando operatori specializzati alle relazioni
  - **Calcolo relazionale:** le interrogazioni (query) sono espresse per mezzo di formule logiche che devono essere verificate dalle tuple ottenute come risposta all'interrogazione
  - i due formalismi (sotto opportune ipotesi) sono equivalenti

3

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale

4

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale

- Esistono cinque operazioni di base:
  - Unione
  - Differenza
  - Prodotto cartesiano
  - Proiezione
  - Selezione
- queste operazioni definiscono completamente l'algebra relazionale

5

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale

- Ogni operazione restituisce come risultato una relazione: è pertanto possibile applicare una operazione al risultato di un'altra operazione (proprietà di chiusura)
- esistono operazioni addizionali, che possono essere espresse in termini delle cinque operazioni di base

6

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale

- Tali operazioni non aggiungono potere espressivo all'insieme delle operazioni di base, ma sono utili come abbreviazioni; di queste la più importante è l'operazione di *join*
- rispetto alla notazione per nome del modello relazionale, può essere utile introdurre una ulteriore operazione di *renaming* che permette di modificare i nomi degli attributi

7

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Unione

- L'unione di due relazioni  $R, S$ , indicata con  $R \cup S$  è l'insieme delle tuple in  $R, S$  o in entrambe
- l'unione di due relazioni può essere fatta solo se hanno lo stesso grado; inoltre il primo attributo di  $R$  deve avere dominio compatibile con il primo attributo di  $S$ , il secondo attributo di  $R$  deve avere dominio compatibile con il secondo attributo di  $S$ , e così via
- le tuple duplicate vengono eliminate
- il grado della relazione risultato è uguale al grado delle relazioni operandi

8

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Unione

Esempio:

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

R

A	B	C
b	g	a
d	a	f

S

$R \cup S$

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d
b	g	a

9

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Differenza

- La differenza di due relazioni R ed S, indicata con  $R - S$  è l'insieme delle tuple che sono in R ma non in S
- la differenza (come l'unione) può essere eseguita solo se le relazioni hanno lo stesso grado e gli attributi hanno domini compatibili
- il grado della relazione risultato è uguale al grado delle relazioni operandi

10

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Differenza

- Esempio:

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

R

A	B	C
b	g	a
d	a	f

S

R-S

A	B	C
a	b	c
c	b	d

11

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale – Prodotto Cartesiano

- Il prodotto cartesiano di due relazioni R ed S, di grado  $k_1, k_2$ , indicato con:

$R \times S$

è una relazione di grado  $k_1+k_2$  le cui tuple sono tutte le tuple che hanno:

- come prime  $k_1$  componenti le tuple di R
- come seconde  $k_2$  componenti le tuple di S

12

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale – Prodotto Cartesiano

- Nella relazione risultato i nomi dei primi  $k_1$  attributi sono i nomi degli attributi della relazione R e i nomi degli ultimi  $k_2$  attributi sono i nomi degli attributi della relazione S
- se le due relazioni hanno attributi con lo stesso nome, è necessario ridenominare gli attributi in una delle due relazioni

13

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale – Prodotto Cartesiano

- Esempio:

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

R

D	E	F
b	g	a
d	a	f

S

A	B	C	D	E	F
a	b	c	b	g	a
a	b	c	d	a	f
d	a	f	b	g	a
d	a	f	d	a	f
c	b	d	b	g	a
c	b	d	d	a	f

R X S

14

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Proiezione

- La proiezione di una relazione R su un insieme di attributi  $A = \{A_1, \dots, A_m\}$ ,  $A \subseteq U_R$ , indicata con:

$$\Pi_{A_1, \dots, A_m} R$$

- è una relazione di grado m le cui tuple hanno come attributi solo quelli specificati in A
- pertanto la proiezione genera un insieme T di m-tuple tali che se  $t = [A_1:v_1, \dots, A_m:v_m]$  è in T allora esiste una tupla  $t'$  in R tale che per ogni  $A_i$  in A,  $t[A_i] = t'[A_i]$
- nella relazione risultato gli attributi hanno l'ordine specificato in A

15

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Proiezione

- Esempio:

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

R

B
b
a

$\Pi_B(R)$

A	C
a	c
d	f
c	d

$\Pi_{A,C}(R)$

B	A
b	a
a	d
b	c

$\Pi_{B,A}(R)$

16

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Predicati

- Un predicato  $F$  su una relazione  $R$  ha una delle seguenti forme:
  - predicato semplice
  - combinazione booleana di predicati semplici (tali combinazioni sono ottenute con i connettivi AND, OR e NOT)

17

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Predicati

- Un predicato semplice ha una delle seguenti forme:
  - $A$  op *costante*
  - $A$  op  $A'$

$A$  e  $A'$  sono attributi di  $R$ , op è un operatore relazionale di confronto  $>$ ,  $<$ ,  $>=$ ,  $<=$ ,  $=$ , ecc., *costante* è una costante compatibile con il dominio di  $A$

18

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale – Esempi di predicati

- $B=b$  predicato semplice forma 1)
- $A=C$  predicato semplice forma 2)
- $B=b$  OR  $A=C$  combinazione booleana
- $B=b$  AND  $A=C$  combinazione booleana
- NOT  $B=b$  combinazione booleana

19

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Selezione

- La selezione su una relazione  $R$ , dato un predicato  $F$ , indicata con:

$$\sigma_F(R)$$

è una relazione che contiene tutte e sole le tuple che verificano il predicato  $F$

- il grado della relazione risultato è uguale al grado della relazione operando; i nomi degli attributi della relazione risultato sono gli stessi della relazione operando
- se nessuna tupla di  $R$  verifica il predicato  $F$ , allora il risultato è una relazione vuota

20

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Selezione

- Se  $k$  è il grado di  $R$ , la selezione genera un insieme  $T$  di  $k$ -tuple
- sia  $t = [A_1:v_1, \dots, A_k:v_k]$  una  $k$ -tupla in  $T$
- $t$  è tale che:

$$F(A_1/t[A_1], \dots, A_k/t[A_k])$$

è vera, dove la notazione  $A_i/t[A_i]$  indica la sostituzione in  $F$  del nome di attributo  $A_i$  (se tale nome compare in  $F$ ) con il valore  $t[A_i]$  dell'attributo di nome  $A_i$  in  $t$

21

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Selezione

- Esempio:

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

R

A	B	C
a	b	c
c	b	d

$$\sigma_{B=b}(R)$$

A	B	C
d	a	f

$$\sigma_{NOTB=b}(R)$$

A	B	C
a	b	c
c	b	d

$$\sigma_{B=b \text{ OR } A=C}(R)$$

$$\sigma_{B=b \text{ AND } A=C}(R)$$

22

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Ridenominazione

- La ridenominazione di una relazione R rispetto ad una lista di coppie di nomi di attributi  $(A_1, B_1), \dots, (A_m, B_m)$  tale che  $A_i$  è un nome di attributo di R, denotata con:

$$\rho_{A_1, \dots, A_m \leftarrow B_1, \dots, B_m} R$$

ridenomina l'attributo di nome  $A_i$  con il nome  $B_i$

- la ridenominazione è corretta se il nuovo schema della relazione R ha attributi con nomi tutti distinti

23

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Ridenominazione

- Esempio:  
La ridenominazione:

$$\rho_{A, B, C \leftarrow AA, BB, CC} (R)$$

cambia lo schema  $R(A, B, C)$  in  $R(AA, BB, CC)$

24

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale – Esempi

- Q1: selezionare i nomi degli impiegati che hanno uno stipendio maggiore di 2000

$\Pi_{\text{Nome}} (\sigma_{\text{Stipendio} > 2000} (\text{Impiegati}))$

Nome
Rosi
Blacchi
Neri
Dare
Verdi

25

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Esempi

- Q2: selezionare i nomi ed i numeri di dipartimento degli impiegati che hanno uno stipendio maggiore di 2000 e hanno mansione di ingegnere

$\Pi_{\text{Nome, Dip\#}} (\sigma_{\text{Stipendio} > 2000 \text{ AND } \text{Mansione} = \text{'ingegnere'}} (\text{Impiegati}))$

Nome	Dip#
Neri	10
Dare	10

26

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Operazioni di base

- Sia  $R = (A_1, \dots, A_k)$  uno schema di relazione
- indichiamo con  $\mathfrak{R}(R)$  l'insieme di tutte le relazioni su tale schema
- $\_ \cup \_ : \mathfrak{R}(R) \times \mathfrak{R}(R) \rightarrow \mathfrak{R}(R)$   
 $r1 \cup r2 = \{t \mid t \in r1 \vee t \in r2\}$
- $\_ \setminus \_ : \mathfrak{R}(R) \times \mathfrak{R}(R) \rightarrow \mathfrak{R}(R)$   
 $r1 \setminus r2 = \{t \mid t \in r1, t \notin r2\}$

27

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Operazioni di base

- $\_ \times \_ : \mathfrak{R}(R1) \times \mathfrak{R}(R2) \rightarrow \mathfrak{R}(R1 \cup R2)$   
con  $R1 \cap R2 = \emptyset$   
 $r1 \times r2 = \{t1 \cdot t2 \mid t1 \in r1, t2 \in r2\}$
- $\pi_{R'} \_ : \mathfrak{R}(R) \rightarrow \mathfrak{R}(R')$  con  $R' \subseteq R$   
 $\pi_{R'}(r) = \{t[R'] \mid t \in r\}$
- $\sigma_{F \_} : \mathfrak{R}(R) \rightarrow \mathfrak{R}(R)$   
 $\sigma_F(r) = \{t \mid t \in r, F(t)\}$

28

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Join

- Il join di due relazioni R ed S sugli attributi A di R ed A' di S, indicato con

$$R \bowtie_{A \theta A'} S$$

è definito come  $\sigma_{A \theta A'}(R \times S)$

- il join è quindi un prodotto cartesiano seguito da una selezione
- il predicato  $A \theta A'$  è detto predicato di join

29

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Join

- Il grado della relazione risultato è uguale alla somma dei gradi delle relazioni operandi
- spesso il join è indicato con le seguenti notazioni:  $R.A \theta S.A'$  oppure  $R[A \theta A']S$
- il join prende il nome di equijoin quando l'operatore  $\theta$  nel predicato di join è l'operatore di uguaglianza

30

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale - Join

- Esempio:

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9

R

D	E
3	1
6	2

S

A	B	C	D	E
1	2	3	3	1

$R \bowtie_{A=E} S$

A	B	C	D	E
1	2	3	3	1
1	2	3	6	2
4	5	6	6	2

$R \bowtie_{B<D} S$

31

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale – Join naturale

- L'operazione di join naturale è una 'semplificazione' del join
- si consideri l'interrogazione "ritrovare tutti gli impiegati e gli uffici dove lavorano". Se usiamo il join, tale interrogazione è espressa come:

$\Pi_{\text{Nome, Ufficio}} (\text{Impiegati} \bowtie_{\text{Impiegati.Dip\#}=\text{Dipartimenti.Dip\#}} \text{Dipartimenti})$

- notare che questo join impone l'uguaglianza degli attributi che appaiono in entrambe le relazioni

32

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale – Join naturale

- E' un tipo di join molto frequente
- l'operazione di join naturale indica un tipo di join basato sull'eguaglianza degli attributi comuni a due relazioni
- ha senso solo nella notazione con nome, a differenza delle altre operazioni

33

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale – Join naturale

- R, S relazioni,  $\{A_1, \dots, A_k\} = U_R \cap U_S$  insieme degli attributi presenti sia nello schema di S che nello schema di R,  $\{I_1, \dots, I_m\} = U_R \cup U_S$  insieme degli attributi nello schema di R o nello schema di S
- l'espressione che definisce il join naturale è

$$\Pi_{I_1, \dots, I_m} \left( \sigma_c \left( R \times \left( \rho_{A_1, \dots, A_k \leftarrow S.A_1, \dots, S.A_k} (S) \right) \right) \right)$$

34

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale – Join naturale

- Nella formula precedente  $c$  indica la formula  
 $A1=S.A1 \text{ AND } A2 = S.A2 \text{ AND } \dots \text{ AND } Ak = S.Ak$
- il join naturale esegue pertanto un join uguagliando gli attributi con lo stesso nome delle due relazioni e poi elimina gli attributi duplicati
- il join naturale si indica con  $R \bowtie S$

35

Il modello relazionale

## Algebra Relazionale – Join naturale

- Esempio:

A	B	C
a	b	c
d	b	c
b	b	f
c	a	d

R

B	C	D
b	c	d
b	c	e
a	d	b

S

A	B	C	D
a	b	c	d
a	b	c	e
d	b	c	d
d	b	c	e
c	a	d	b

$R \bowtie S$

36

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Divisione

- si supponga che gli impiegati della base di dati di esempio siano assegnati a dei corsi di aggiornamento; ogni impiegato in genere partecipa a più corsi e viceversa ogni corso è seguito da più impiegati; vengono inoltre rappresentate le informazioni relativamente ai corsi
- si supponga, pertanto, che siano definite le seguenti relazioni

Segue (Imp#, Corso#)

Corsi (Corso#, Argomento, Durata)

37

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Divisione

- un possibile contenuto delle due relazioni è il seguente:

Segue		Corsi		
Imp#	Corso#	Corso#	Argomento	Durata
7369	10	20	CAD	5
7369	20	10	Basi di dati	3
7369	30	30	Basi di dati	2
7782	10	40	Sistemi oper.	4
7782	40			

38

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Divisione

- consideriamo la seguente interrogazione: "trovare il numero di impiegato degli impiegati che seguono tutti i corsi il cui argomento è basi di dati"
- il numero di corso dei corsi il cui argomento è basi di dati è ottenuto come segue:

$$R1 = \Pi_{\text{Corso\#}} (\sigma_{\text{Argomento} = \text{'Basi di dati'}} (\text{Corsi}))$$

il risultato dell'espressione R1 è il seguente insieme di numeri di corso {10,30}

39

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Divisione

- il risultato della interrogazione è dato, pertanto, da tutti quegli impiegati che appaiono nella relazione Segue con ognuno dei numeri di corso determinati da R1
- il risultato della nostra interrogazione è pertanto solo l'impiegato il cui numero è 7369
- l'operazione che permette di eseguire l'interrogazione precedente è l'operazione di divisione

40

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Divisione

- Date due relazioni R ed S con insiemi di attributi  $U_R$  ed  $U_S$ , rispettivamente, e tali che  $U_R \supset U_S$ , l'operazione di divisione di R per S è denotata da

$$R \div S$$

ed è espressa come segue:

$$\Pi_{(U_R - U_S)}(R) - \Pi_{(U_R - U_S)}((\Pi_{(U_R - U_S)}(R) \times S) - R)$$

- l'espressione a destra del - determina tutte le tuple di R che non sono associate ad almeno una tupla di S

41

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Divisione

- l'interrogazione dell'esempio precedente è espressa come segue

$$\text{Segue} \div \Pi_{\text{Corso\#}}(\sigma_{\text{Argomento} = \text{'Basi di dati'}}(\text{Corsi}))$$

$$R = \text{Segue}$$

$$S = \Pi_{\text{Corso\#}}(\sigma_{\text{Argomento} = \text{'Basi di dati'}}(\text{Corsi}))$$

$$S = \{10, 30\}$$

$$U_R = \{\text{Imp\#}, \text{Corso\#}\}$$

$$U_S = \{\text{Corso\#}\}$$

42

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Divisione

$$1) \Pi_{(UR - US)}(R) = \Pi_{Imp\#}(R) = \begin{array}{c} \hline Imp\# \\ 7369 \\ 7782 \end{array}$$

$$2) \Pi_{(UR - US)}(R) \times S = \Pi_{Imp\#}(R) \times S =$$

Imp#	Corso#	Imp#	Corso#
7369	10	7369	10
7369	30	7369	30
7782	10	7782	10
7782	30	7782	30

43

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Divisione

$$3) (\Pi_{(UR - US)}(R) \times S) - R = (\Pi_{Imp\#}(R) \times S) - R =$$

Imp#	Corso#	Imp#	Corso#	Imp#	Corso#
7369	10	7369	10	7782	30
7369	30	7369	20		
7782	10	7369	30		
7782	30	7782	10		
		7782	40		

44

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Divisione

$$4) \Pi_{(UR - US)} ((\Pi_{(UR - US)}(R) \times S) - R) = \frac{\Pi_{Imp\#}((\Pi_{Imp\#}(R) \times S) - R)}{7782}$$

$$5) \Pi_{(UR - US)}(R) - \text{Calcolato al passo (1)}$$

$$\frac{\Pi_{Imp\#}(\Pi_{(UR - US)}(R))}{7369} - \frac{\Pi_{Imp\#}((\Pi_{(UR - US)}(R) \times S) - R)}{7782} = \frac{\Pi_{Imp\#}(\Pi_{(UR - US)}(R))}{7369} \text{ Calcolato al passo (4)}$$

45

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Operazioni derivate

- Sia  $R = (A_1, \dots, A_k)$  uno schema di relazione
- indichiamo con  $\mathfrak{R}(R)$  l'insieme di tutte le relazioni su tale schema

- $\_ \cap \_ : \mathfrak{R}(R) \times \mathfrak{R}(R) \rightarrow \mathfrak{R}(R)$

$$r1 \cap r2 = r1 \setminus (r1 \setminus r2) = \{t \mid t \in r1, t \in r2\}$$

- $\_ |_{x|_F} \_ : \mathfrak{R}(R1) \times \mathfrak{R}(R2) \rightarrow \mathfrak{R}(R1 \cup R2)$

$$\text{con } R1 \cap R2 = \emptyset$$

$$r1 |_{x|_F} r2 = \sigma_F(r1 \times r2) =$$

$$\{t1 \cdot t2 \mid t1 \in r1, t2 \in r2, F(t1, t2)\}$$

46

Il modello relazionale

## Algebra relazionale - Operazioni derivate

- $\bowtie$ :  $\mathfrak{R}(R1) \times \mathfrak{R}(R2) \rightarrow \mathfrak{R}(R1 \cup R2)$   
 $r1 \bowtie r2 = \{t \mid t[R1] \in r1, t[R2] \in r2\}$ 
  - se  $R1 \cap R2 = \emptyset$   $r1 \bowtie r2 = r1 \times r2$
  - se  $R1 = R2$   $r1 \bowtie r2 = r1 \cap r2$
- $\div$ :  $\mathfrak{R}(R1) \times \mathfrak{R}(R2) \rightarrow \mathfrak{R}(R1 \setminus R2)$  con  $R1 \supset R2$   
 $r1 \div r2 = \{t \mid \forall t2 \in r2 \exists t1 \in r1 \text{ t.c.}$   
 $t1[R1 \setminus R2] = t, t1[R2] = t2\}$

47

Il modello relazionale

## Calcolo Relazionale

48

Il modello relazionale

## Algebra vs. calcolo

- L'algebra relazionale è un linguaggio procedurale: nello specificare un'espressione algebrica, dobbiamo indicare le operazioni necessarie per calcolare il risultato della query, insieme all'ordine in cui queste operazioni devono essere svolte
- nel calcolo relazionale viene data una descrizione formale del risultato, senza specificare come ottenerlo

49

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale - Varianti

- Due varianti del calcolo relazionale:
  - Tuple relational calculus (TRC)
    - le variabili rappresentano tuple
  - Domain relational calculus (DRC)
    - le variabili rappresentano valori di domini

50

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale

- In TRC una query è un'espressione della forma  
 $\{t:U|P(t)\}$   
ossia è definita come l'insieme di tutte le tuple definite su un insieme di attributi U tali che il predicato P è vero per t
- notazione: t.A indica il valore della tupla t per l'attributo A,  $t \in R$  indica che t è nella relazione R
- esempio: determinare tutti gli impiegati il cui stipendio è maggiore di 2000  
 $\{t: U_{\text{Impiegati}} | t \in \text{Impiegati} \wedge t.\text{Stipendio} > 2000\}$

51

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale - Esempi

- Trovare il nome degli impiegati il cui stipendio è maggiore di 2000  
 $\{t:\{\text{Nome}\} | \exists s(s \in \text{Impiegati} \wedge s.\text{Stipendio} > 2000 \wedge s.\text{Nome} = t.\text{Nome})\}$
- t è una variabile che indica tuple appartenenti ad una relazione che ha come schema {Nome}
- la notazione  $\exists t(Q(t))$  indica che esiste una tupla t tale che Q(t) è vera

52

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale - Esempi

- Trovare i nomi e gli uffici degli impiegati che hanno uno stipendio maggiore di 2000  
 $\{t:\{\text{Nome}, \text{Ufficio}\} \mid \exists s(s \in \text{Impiegati} \wedge s.\text{Stipendio} > 2000 \wedge s.\text{Nome} = t.\text{Nome} \wedge \exists u(u \in \text{Dipartimenti} \wedge s.\text{Dip\#} = u.\text{Dip\#} \wedge u.\text{Ufficio} = t.\text{Ufficio}))\}$

53

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale - Esempi

- Trovare i nomi degli impiegati che hanno uno stipendio maggiore di 2000 oppure lavorano in un dipartimento della divisione D1  
 $\{t:\{\text{Nome}\} \mid \exists s(s \in \text{Impiegati} \wedge s.\text{Nome} = t.\text{Nome} \wedge s.\text{Stipendio} > 2000 \vee \exists u(u \in \text{Dipartimenti} \wedge s.\text{Dip\#} = u.\text{Dip\#} \wedge u.\text{Divisione} = \text{"D1"}))\}$

54

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale - Sintassi

- *Atomi* – gli atomi sono:
  - $s \in R$  ( $R$  è un nome di relazione ed  $s$  è una variabile)
    - la tupla  $s$  appartiene alla relazione  $R$
  - $s.A\theta u.A'$  ( $s$  ed  $u$  sono variabili,  $\theta$  è un operatore relazionale di confronto,  $A$  ed  $A'$  sono nomi di attributi)
    - il valore di  $A$  nella tupla  $s$  è in relazione  $\theta$  con il valore di  $A'$  nella tupla  $u$
  - $s.A \theta a$  ( $s$  è una variabile,  $\theta$  è un operatore relazionale di confronto,  $A$  è un nome di attributo,  $a$  è una costante)
    - il valore di  $A$  nella tupla  $s$  è in relazione  $\theta$  con il valore  $a$

55

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale - sintassi

- *Formule*
  - ogni atomo è una formula, tutte le occorrenze delle variabili dell'atomo sono libere
  - se  $\phi_1$  e  $\phi_2$  sono formule, allora  $\phi_1 \wedge \phi_2$ ,  $\phi_1 \vee \phi_2$ ,  $\neg \phi_1$  sono formule, le occorrenze delle variabili sono libere o legate a seconda di come sono in  $\phi_1$  e  $\phi_2$
  - se  $\phi$  è una formula allora  $\exists s(\phi)$ ,  $\forall s(\phi)$  sono formule tutte le occorrenze di  $s$  in  $\phi$  sono legate al quantificatore  $\exists$  (oppure  $\forall$ )
  - se  $\phi$  è una formula allora  $(\phi)$  è una formula

56

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale - Sintassi

- *Variabili libere e legate*
  - data una formula  $F$  ed una variabile  $x$ ,  $x$  è libera in  $F$  se e solo se  $x$  non è quantificata
    - $\forall x$  (quantificazione universale)
    - $\exists x$  (quantificazione esistenziale)

57

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale - Esempi

- $\exists s(s \in \text{Impiegati} \wedge s.\text{Stipendio} > 2000)$   
è una formula legale, tutte le occorrenze di  $s$  sono legate
- $\exists s(s \in \text{Impiegati} \wedge x.\text{Stipendio} > 2000 \wedge x.\text{Dip\#} = y.\text{Dip\#})$   
è una formula legale, tutte le occorrenze di  $s$  sono legate mentre quelle di  $x$  e  $y$  sono libere

58

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale - Sintassi

- *Espressioni del calcolo*

- Un'espressione (o query) del calcolo su tuple ha la forma

$$\{x:U|f(x)\}$$

dove U è un insieme di attributi, f è una formula legale del calcolo, x è libera in f(x) ed è l'unica variabile libera in f(x)

59

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale - Esempi

- L'espressione

$$\{y:\{\text{Dip}\#\}|\exists x(x\in \text{Impiegati}\wedge x.\text{Stipendio}>2000\wedge x.\text{Dip}\#=y.\text{Dip}\#)\}$$

è un'espressione corretta di TRC che è soddisfatta da tutti i numeri dei dipartimenti che hanno almeno un impiegato che guadagna più di 2000

- L'espressione

$$\{y:U_{\text{Impiegati}}|\forall y(y\in \text{Impiegati}\wedge y.\text{Mansione}=\text{'ingegnere'})\}$$

non è un'espressione corretta di TRC, in quanto y non è libera

60

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale – Esprimere l'algebra con il TRC

- Unione:  $R \cup S \quad \{t: U_R | t \in R \vee t \in S\}$
- Differenza:  $R - S \quad \{t: U_R | t \in R \wedge \neg t \in S\}$
- Prodotto cartesiano:  
 $R \times S$  siano  $U_R = \{A_1, \dots, A_n\}$  e  $U_S = \{A'_1, \dots, A'_m\}$  gli insiemi degli attributi di R ed S  
 $\{t: U_R \cup U_S | \exists x \exists y (x \in R \wedge y \in S \wedge$   
 $x.A_1 = t.A_1 \wedge \dots \wedge x.A_n = t.A_n \wedge$   
 $y.A'_1 = t.A'_1 \wedge \dots \wedge y.A'_m = t.A'_m)\}$

61

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale – Esprimere l'algebra con il TRC

- Proiezione:  $\Pi_{A_1, \dots, A_k}(R)$   
 $\{t: \{A_1, \dots, A_k\} | \exists x (x \in R \wedge x.A_1 = t.A_1 \wedge \dots \wedge x.A_k = t.A_k)\}$
- Selezione:  $\sigma_F(R)$   
 $\{t: U_R | t \in R \wedge F'\}$   
 dove  $F'$  è la formula  $F$  con ogni attributo  $A$  sostituito da  $t.A$

62

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale – Potere espressivo

- L'algebra e il calcolo relazionale hanno lo stesso potere espressivo?
- la semantica di un'interrogazione (in algebra o in calcolo) è una funzione che trasforma una base di dati relazionale (insieme di relazioni) in una nuova base di dati relazionale
- algebra e calcolo hanno lo stesso potere espressivo se per ogni interrogazione Q1 in uno dei due formalismi esiste un'interrogazione Q2 nell'altro la cui semantica è la stessa funzione

63

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale – Potere espressivo

- Non tutte le espressioni del calcolo possono essere tradotte in equivalenti espressioni dell'algebra
- esempio: l'espressione
$$\{t:U_R \mid \neg t \in R\}$$
- sebbene sintatticamente corretta, se almeno uno dei domini degli attributi di R è un insieme infinito, questa espressione è soddisfatta da un numero infinito di tuple
- il risultato non sarebbe una relazione!

64

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale – Potere espressivo

- Nozione di *formula indipendente dal dominio*
- una formula è indipendente dal dominio se la sua valutazione genera sempre lo stesso risultato anche supponendo di estendere la base di dati con nuove relazioni o nuove tuple, contenenti valori non presenti nella base di dati di partenza
- la nozione di indipendenza dal dominio è però indecidibile
- si introduce quindi una condizione sintattica (*safety*) sufficiente a garantire l'indipendenza dal dominio

65

Il modello relazionale

## Calcolo relazionale – Potere espressivo

- L'espressione  
 $\{t:U_R \mid \neg t \in R\}$   
non è safe
- il calcolo relazionale safe e l'algebra relazionale hanno lo stesso potere espressivo
- la traduzione da un formalismo all'altro può essere effettuata in tempo polinomiale nella dimensione dell'espressione

66

Il modello relazionale